

Remerciements

MES remerciements vont tout d'abord à monsieur Richard Fournier, pour m'avoir permis d'effectuer ma thèse au Laboratoire d'Energétique, et pour avoir accepté d'être mon directeur de thèse. Je remercie également monsieur Jean-Louis Dufresne pour avoir co-dirigé ce travail depuis le Laboratoire de Météorologie Dynamique.

J'adresse des remerciements particuliers à messieurs Yves Fouquart et Gilles Flamant pour leurs rapports sur ce manuscrit de thèse, ainsi qu'aux autres membres du jury pour leur présence lors de la soutenance : le président du jury, monsieur Jean-Jacques Morcrette, et enfin messieurs Rodolphe Vaillon et Jean-François Geleyn.

Ma gratitude va également vers les personnes qui ont encadré ou qui ont participé à ce travail. Je pense en premier lieu aux membres de l'équipe Rayonnement et Transport Corpusculaire du Laboratoire d'Energétique, qui, bien que peu nombreux, ont su créer un cadre de travail des plus agréables. Merci donc à Richard Fournier et Stéphane Blanco non seulement pour leur rigueur, leurs compétences scientifiques et leur pédagogie, mais également pour la patience quotidienne dont ils ont fait preuve à mon égard afin de m'inculquer quelques notions de physique (je me rends bien compte à quel point cela a dû être épuisant). Je pense également à Jean-Louis Joly dont l'étendue de la connaissance et des compétences n'a d'égal que sa bonne humeur et ses conseils avisés, en plus d'une conception de l'informatique intéressante à plus d'un titre. Enfin je n'oublie pas Isabelle Minier, que je remercie pour son efficacité et sa disponibilité dans la résolution des nombreux écueils administratifs qui ont ponctué ce parcours de trois ans.

Mais cette équipe se serait rien sans ses collaborations, aussi je souhaite que les rayonneux du Laboratoire d'Energétique et du Centre Energétique-Environnement de l'Ecole des Mines d'Albi-Carmaux continuent de se réunir tous les ans à Roffiac pour que de rares randonneurs puissent encore longtemps s'émerveiller devant le spectacle d'une troupe constituée en tête de Richard et Stéphane sautant sur des rochers vers un but inconnu de tous, tout en mettant au point les détails de leur prochain modèle radiatif Monte-Carlo raie par raie avec une aisance dont on fait habituellement preuve devant un tableau blanc, tandis que Mouna (El Hafi), Monique (Rigal) et les différents thésards du groupe peinent à suivre la cadence, chargés qu'ils sont d'inutiles et encombrants clubs de golf, cerf-volants, seaux de myrtilles et de

cèpes, jurant bien que jamais on ne les y reprendra.

Je profite de ces quelques lignes pour faire un clin d'oeil à mes nombreux collègues et compagnons d'infortune : Bruno, Guillaume, Mala et Béatrice, les blondes Estelle et Bérangère, ainsi que Benjamin le petit dernier, sans qui la vie au Lab. d'Energétique serait certainement beaucoup plus triste. Je remercie Amaury dont le travail a marqué l'arrivée de Monte-Carlo dans le domaine des transferts radiatifs infrarouges ; David Joseph à côté de qui je passe pour quelqu'un de finalement tout à fait compréhensible ; Patrice Perez pour de multiples raisons, notamment son humour et son esprit ; enfin Maxime et Cyril qui ont fait preuve de courage en prenant la relève, malgré toutes nos mises en garde.

Enfin, j'exprime de nouveau ici toute ma gratitude envers Geneviève, avec qui j'ai déjà si souvent partagé le pire ; le meilleur ne saurait maintenant tarder à venir.

Table des matières

Nomenclature	9
1 Introduction	13
1.1 Simulation numérique des climats	13
1.1.1 Rapide historique des modèles numériques de prévision du climat	13
1.1.2 Les Modèles de Circulation Générale	14
1.2 Paramétrisation du transfert radiatif infrarouge	15
1.2.1 Les paramétrisations dans un Modèle de Circulation Générale	15
1.2.2 Le problème de la paramétrisation des transferts radiatifs infrarouges	16
1.2.3 Méthodologie de travail	18
1.3 Présentation du travail	19
1.3.1 Objectif du travail	19
1.3.2 Organisation de l'exposé	20
2 Rayonnement dans les milieux semi-transparents	23
2.1 Généralités	23
2.2 Définitions et rappels	26
2.2.1 Grandeur descriptives du rayonnement	26
2.2.2 Propriétés des milieux semi-transparents	29
2.3 Les hypothèses liées à la diffusion du rayonnement atmosphérique	31
2.4 Équation de Transfert Radiatif monochromatique	32

2.5	Conditions aux limites	34
2.6	Les modèles spectraux des gaz	35
2.6.1	Les modèles raie par raie	35
2.6.2	Les modèles de bande	38
2.6.3	Prise en compte des hétérogénéités	43
2.7	Caractérisation des propriétés de diffusion	45
2.7.1	Les modèles classiques	45
2.7.2	Représentation de la fonction de phase	47
2.8	Complément de bibliographie	48
3	Transferts radiatifs atmosphériques	49
3.1	Physique du rayonnement atmosphérique	49
3.1.1	Structure dynamique et thermique de l'atmosphère terrestre	50
3.1.2	Composants gazeux de l'atmosphère terrestre	52
3.1.3	Autres composants gazeux	56
3.1.4	Composants non gazeux de l'atmosphère terrestre	57
3.1.5	Illustration	61
3.2	Les méthodes de simulation numérique du transfert radiatif avec diffusion . .	62
3.2.1	Préambule : formulation des problèmes de transfert radiatif atmosphérique	63
3.2.2	La méthode des harmoniques sphériques (P_n)	64
3.2.3	La méthode des ordonnées discrètes (S_n)	65
3.2.4	La méthode du “doubling-adding”	66
3.2.5	Autres méthodes	68
3.2.6	La méthode de Monte-Carlo	68
3.3	Choix méthodologiques pour le développement d'un code de transfert radiatif atmosphérique permettant la production de solutions de référence et une analyse en Puissances Nettes Échangées.	69

4 Méthode de Monte-Carlo et algorithmes	73
4.1 Introduction	73
4.2 Présentation théorique de la méthode de Monte-Carlo	74
4.2.1 Préambule : les générateurs aléatoires uniformes sur $]0, 1[$	74
4.2.2 Exemple : calcul de π	75
4.2.3 Estimation d'intégrales à une seule dimension par la méthode de Monte-Carlo	78
4.2.4 Calcul d'intégrales multiples	85
4.3 Présentation de l'algorithme pour calcul des transferts radiatifs en milieu absorbant et diffusant	87
4.3.1 Introduction	90
4.3.2 Theoretical developments	91
4.3.3 Convergence illustration : non-isothermal slab emission	101
4.3.4 Convergence illustration : radiative flux divergence within a non-isothermal slab	105
4.3.5 Conclusion	107
4.3.6 Appendix A : radiative flux divergence expressions at the scattering optically thin and optically thick limits.	111
4.4 Éléments complémentaires	114
4.5 Validation de l'algorithme monochromatique en configurations monodimensionnelles	117
4.5.1 Calcul sur une direction avec diffusion arrière pure	120
4.5.2 Calcul tridimensionnel avec diffusion quelconque	123
4.5.3 Comparaison à un résultat de la littérature	125
4.5.4 Conclusions	127
4.6 Application à l'atmosphère	127
4.6.1 Présentation du modèle physique d'atmosphère	128
4.6.2 Modèle spectral et données spectrales pour l'atmosphère terrestre . .	132
4.6.3 Pondération des bandes étroites	135

4.7 Validation du code de simulation des transferts radiatifs atmosphériques	138
4.7.1 Validation en configuration ciel clair	138
4.7.2 Comparaison de résultats en configuration ciel nuageux	142
5 Analyse des échanges radiatifs dans l'atmosphère terrestre	145
5.1 Introduction	145
5.2 Résultats en configuration ciel clair	148
5.2.1 Taux de chauffage	148
5.2.2 Les matrices de PNE	150
5.2.3 Analyse spectrale	151
5.3 Résultats en ciel nuageux	154
5.3.1 Matrices de PNE et taux de chauffage	155
5.3.2 Analyse spectrale	161
5.4 Effets de la diffusion	170
5.4.1 Effets de la diffusion sur le bilan radiatif total du sol et de l'espace . .	171
5.4.2 Effets de la diffusion sur les matrices de PNE et profils de taux de chauffage atmosphérique	172
5.4.3 Analyse spectrale	178
6 Conclusion	189
6.1 Synthèse	189
6.2 Vers une paramétrisation des transferts radiatifs dans un GCM terrestre . .	191
6.2.1 Méthodes numériques classiques pour la représentation de la diffusion	192
6.2.2 Utilisation d'une formulation en PNE pour mise au point d'une paramétrisation	193
6.3 Perspectives	194
6.3.1 En termes d'améliorations de l'outil d'analyse	195
6.3.2 En termes d'utilisation de l'outil d'analyse	196

A Liste de configurations plan-parallèle avec résultat connu pour validation des codes de transfert radiatif	199
A.1 Calcul 1D, monocouche, milieu purement absorbant homogène, profil de luminance noire constant	203
A.2 Calcul 1D, 2 mailles de gaz, milieu purement absorbant inhomogène, profil de luminance noire constant	204
A.3 Calcul 3D, multicouche, milieu purement absorbant homogène, profil de luminance noire linéaire	205
A.4 Calcul 3D, multicouche, milieu purement absorbant homogène, profil de luminance noire parabolique	208
A.5 Calcul 3D, multicouche, milieu purement absorbant inhomogène, profil de luminance noire linéaire entre bas et haut de maille	211
B Fonctions Exponentielles Intégrales	213
C La méthode P_1	215
D La méthode S_0	217
E Comparaison des résultats du modèle atmosphérique et du code de Toon	221
E.1 Algorithme de Toon	221
E.2 Cas tests pour validation en ciel nuageux	222
E.3 Comparaison des résultats.	222
Liste des figures	229
Liste des tables	235
Index	237
Bibliographie	237

NOMENCLATURE

B	champ magnétique (T , <i>Tesla</i>)
$B(z)$	luminance du corps noir à l'altitude z (profil fixé) ($W.m^{-2}.st^{-1}$)
c	célérité des ondes électromagnétiques dans le vide. Valeur numérique : $c \approx 2,9979.10^8 \text{ m.s}^{-1}$
C_p	capacité calorifique massique ($J.K^{-1}.kg^{-1}$)
E	champ électrique ($V.m^{-1}$)
E_n	fonction exponentielle intégrale d'ordre n .
g	accélération de la gravité. Pour la Terre, $g \approx 9,81 \text{ m.s}^{-2}$
g	facteur d'asymétrie de la fonction de phase
h	constante de Planck. Valeur numérique : $h \approx 6,6262.10^{-34} \text{ J.s}$
J	Intensité ($W.m^{-2}.sr^{-1}$)
k_B	constante de Boltzmann. Valeur numérique : $k_B \approx 1,3806.10^{-23} \text{ J/K}$
k	coefficient d'extinction totale (m^{-1})
k_a	coefficient d'absorption (m^{-1})
\bar{k}_a	coefficient d'absorption moyen sur un intervalle de fréquence $\Delta\nu$ (m^{-1})
k_s	coefficient de diffusion (m^{-1})
l	longueur (m)
$L(z, \mu)$	luminance à l'altitude z, dans la direction définie par $\mu = \cos(\theta)$ ($W.m^{-2}.sr^{-1}$)
\mathcal{M}	masse volumique de l'air sec ($kg.mol^{-1}$)
$M(z)$	émittance à l'altitude z ($W.m^{-2}$)
m	nombre de mailles en configuration plans-parallèles
n	normale à une surface
N	nombre de réalisations statistiques
p	pression (Pa)
P	position d'échange
\mathbf{q}_r	vecteur flux radiatif ($W.m^{-2}$)
R	nombre aléatoire uniforme sur $[0, 1]$
R^*	constante universelle des gaz parfaits. Valeur numérique : ($R^* \approx 8,3144 \text{ J.mol}^{-1}.K^{-1}$)
R	constante spécifique du gaz ($J.mol^{-1}.K^{-1}$)
\mathcal{R}	réflectivité
T	température (K)
\mathcal{T}	transmittivité
t	temps (s)

S	surface (m^2)
S	intensité d'une raie spectrale ($m^{-1}.Hz$)
V	volume (m^3)
\mathbf{x}	vecteur position
x_p	paramètre de taille
X	variable aléatoire
z	altitude (m)

Lettres grecques

α	absorptivité hémisphérique
η	nombre d'onde (m^{-1})
$\bar{\delta}$	espacement moyen entre raies
$\Delta\eta$	largeur d'un intervalle spectral, exprimée en nombre d'onde (m^{-1})
Ψ_{ij}	Puissance Nette Echangée entre les mailles i et j ($W.m^{-3}$)
$\Psi(z)$	bilan radiatif à l'altitude z ($W.m^{-3}$)
Ψ_i	bilan radiatif moyenné sur une tranche de gaz i comprise entre les altitudes z_{i-1} et z_i ($z_{i-1} < z_i$) ($W.m^{-3}$)
χ_{ij}	taux de chauffage associé à Ψ_{ij} ($K/jour$)
χ_i	taux de chauffage moyen dans une maille de gaz i comprise entre les altitudes z_{i-1} et z_i ($z_{i-1} < z_i$) ($K/jour$)
ϵ	critère pour arrêt d'un trajet optique
ϵ	émissivité hémisphérique
$\bar{\gamma}$	demi-largeur à mi-hauteur
κ_a	coefficient d'absorption spécifique (massique) ($m^2.kg^{-1}$)
τ	épaisseur optique
$\bar{\tau}$	épaisseur optique moyenne dans un intervalle de fréquence $\Delta\nu$
σ^2	variance statistique
σ	écart-type statistique
σ	abscisse curviligne (m)
$d\sigma_a$	section efficace d'absorption (m^{-1})
λ	longueur d'onde (m)
λ_a	libre parcours moyen d'absorption (m)
λ_s	libre parcours moyen de diffusion (m)
θ	angle azimuthal (rad)

ϕ	flux ($W.m^{-2}$)
ϕ	déphasage (rad)
ϕ	angle zénithal (rad)
$\phi_{i \rightarrow j}$	puissance émise par l'élément i , absorbée par l'élément j ($W.m^{-2}$)
Φ	paramètre de forme d'une distribution de Malkmus
$\Phi(\mathbf{u}, \mathbf{u}')$	fonction de phase, exprimée comme la densité de probabilité qu'un photon incident suivant une direction \mathbf{u} soit diffusé selon la direction \mathbf{u}'
μ	cosinus de l'angle θ
ν	fréquence (Hz)
ν_0	fréquence de centre de raie (Hz)
$\Delta\nu$	largeur d'un intervalle spectral, exprimé en fréquence (Hz)
ω_0	albédo de diffusion simple
ω	angle solide (st)
ω	pulsation ($rad.s^{-1}$)
ρ	masse volumique ($kg.m^{-3}$)
ρ	réflectivité hémisphérique
ξ	facteur optico-géométrique

Indices

g	sol (ground)
i, j	numéros de mailles atmosphériques
s	espace (space)
ν	grandeur monochromatique

Exposants

$+$	grandeur montante
$-$	grandeur descendante
\sim	relatif à un chemin optique de diffusion généré à partir d'un point situé sur la paroi d'un élément de volume
CG	sous l'approximation de Curtis-Godson

Abréviations

AA	Approximation d'absorption
ETR	Equation de Transfert Radiatif
LCL	Liquid Condensation Level
LMD	Laboratoire de Météorologie Dynamique
MC	Monte Carlo
pdf	fonction de densité de probabilité
PNE	Puissance Nette Echangée

De plus, les profils atmosphériques standards sont repérés par les appellations suivantes :

MLS	Mid-Latitude Summer
MLW	Mid-Latitude Winter
SAS	Sub-Artic Summer
SAW	Sub-Artic Winter
TRO	Tropical

Enfin, on utilisera :

\mathcal{L}	Opérateur de transformée de Laplace
\mathcal{L}^{-1}	Opérateur de transformée inverse de Laplace
\mathcal{H}	Fonction de Heaviside

Chapitre 1

Introduction

1.1 Simulation numérique des climats

1.1.1 Rapide historique des modèles numériques de prévision du climat

A conception d'une simulation numérique, en tenant compte de tous les phénomènes physiques nécessaires, ainsi que de leurs interactions, dans le but de réaliser un calcul de l'état futur du climat (cartes de températures, de vitesse et de direction des vents, anticipation des précipitations, etc.), n'est pas une idée nouvelle. Au début du vingtième siècle, le norvégien Vilhem Bjerknes a proposé un système de 7 équations qui devait, en principe, permettre de modéliser les mouvements atmosphériques de grande échelle. Cependant, les faibles puissances de calcul ainsi que le manque de précision des données d'observation n'ont pas permis l'aboutissement de cette méthode de prévision du climat [60]. En 1922, Lewis Fry Richardson a développé à son tour un modèle de simulation du climat, basé sur les équations différentielles de Bjerknes, et une méthode de résolution en différences finies [67]. Cependant, ce n'est pas avant les années 1940, avec l'apparition des premiers calculateurs numériques, que cette technique a pu être utilisée pour des simulations à l'échelle régionale.

En 1946, John Von Neuman propose d'utiliser le récent calculateur ENIAC pour réaliser des prévisions du climat à partir d'un modèle numérique similaire à celui de Richardson [1]. Les premières simulations numériques, réalisées en 1950, permettaient de couvrir le continent nord-américain. Si les résultats n'étaient pas parfaits, ils ont permis de justifier la poursuite des travaux. Différents modèles sont alors apparus, toujours orientés vers des applications

de type météorologique à une échelle locale. Dans le même temps, est apparue une nouvelle classe de modèles, destinés à la simulation de la circulation générale atmosphérique, c'est-à-dire à l'échelle de la planète.

1.1.2 Les Modèles de Circulation Générale

De nos jours, les Modèles de Circulation Générale (MCG, le terme GCM pour “General Circulation Model” sera également employé) peuvent être utilisés à la fois pour des applications de type prévisions météorologiques, et pour des applications de type prévisions climatiques. Dans les deux cas, les modèles permettent une simulation à l'échelle de la planète entière. Cependant, un MCG utilisé dans le but de réaliser des prévisions météorologiques sont en permanence alimentés par les données issues de l'observation. Les résultats qu'ils permettent d'obtenir peuvent être utilisés à leur tour par un modèle régional, utilisant une résolution spatiale fine, à l'échelle d'un pays ou d'un continent. D'un autre côté, les applications de type climatique ont pour but des simulations du climat à long terme (typiquement plusieurs décennies) à l'échelle d'une planète entière. Lorsqu'ils sont utilisés pour effectuer des simulations du climat à long terme, les MCG permettent d'étudier la réponse du système climatique à divers forçages, comme par exemple une variation du flux solaire incident ou d'importantes émissions (naturelles ou anthropiques) de dioxyde de carbone. Des modèles de circulation générale simplifiés, utilisant un jeu réduit de paramètres, peuvent permettre une compréhension des phénomènes physiques majeurs qui pilotent la dynamique climatique d'une planète (voir [40] pour la mise au point d'un modèle simplifié pour l'atmosphère de Titan. Un travail similaire a été initié pour l'atmosphère de Vénus). Dans le cadre de la préparation de missions spatiales, un MCG peut également être utilisé dans le but d'analyser en détail la structure de l'atmosphère d'une planète, ou d'aider à l'interprétation des données satellitaires [81]. Toujours dans le cadre de la planétologie, les MCG peuvent être utilisés afin d'établir une base de données concernant le climat et les conditions de surface d'une planète, comme dans le cas de Mars [28, 46]. Enfin, des MCG sont utilisés en paléoclimatologie (notamment pour l'étude des atmosphères primitives), ou dans le cadre de la compréhension de la chimie atmosphérique (interactions entre les éléments chimiques naturellement présents dans l'atmosphère et ceux apportés par l'homme).

Un modèle de simulation de la circulation générale aux équations primitives (tel le GCM à l'origine de nos travaux) est basé sur un ensemble d'équations de base de la météorologie (équations du mouvement, de l'énergie, équation hydrostatique et les équations de continuité) qui permettent de réaliser des bilans d'énergie, de masse et de quantité de mouvement au

niveau local. Le modèle, basé sur les équations primitives, doit être en mesure de simuler tous les phénomènes qui pilotent la circulation générale. Certains éléments de ce modèle (comme par exemple la diffusion verticale turbulente, ou les interactions entre le rayonnement et les différents constituants d'une atmosphère), s'ils étaient pris dans toute leur complexité, seraient beaucoup trop coûteux (d'un point de vue numérique) pour être utilisés dans un GCM. Il faut donc trouver une autre façon de tenir compte des effets de ces phénomènes physiques que l'utilisation des modèles de référence ; on parle alors du développement d'une paramétrisation. Il est possible, par exemple, d'utiliser un réseau de neurones mis au point à partir des résultats d'un modèle de référence pour tenir compte des effets d'un phénomène particulier. Une autre possibilité consiste à développer une paramétrisation à partir des connaissances que l'on a du problème dans un contexte donné. Nous allons revenir sur la notion de paramétrisation au paragraphe suivant, au travers de la difficulté associée à la prise en compte des effets du rayonnement infrarouge.

1.2 Paramétrisation du transfert radiatif infrarouge

1.2.1 Les paramétrisations dans un Modèle de Circulation Générale

Les interactions entre rayonnement infrarouge et matière appartiennent à la catégorie des phénomènes physiques qui doivent nécessairement faire l'objet d'une paramétrisation. La raison générale de cette nécessité a été mentionnée au paragraphe précédent, tentons ici d'apporter une explication plus concrète dans le cas précis du rayonnement. Dans l'état actuel de nos connaissances, il est possible de résoudre très précisément les problèmes de transfert radiatif dans l'atmosphère terrestre[11] : les phénomènes d'interaction entre rayonnement et matière pouvant avoir lieu dans notre atmosphère sont maintenant bien connus, et les hypothèses nécessaires à la mise au point d'un modèle de transfert radiatif atmosphérique de référence sont justifiables. Il est possible de disposer de façon précise des données spectrales concernant la caractérisation de ces phénomènes : les apports d'énergie radiative par le soleil, les propriétés d'absorption, d'émission et de diffusion par les différents constituants de l'atmosphère et les propriétés d'émission et de réflexion des différents types de sol ou de couverture végétale sont mesurables ou quantifiables pour toutes les valeurs des paramètres descriptifs : température, pression, etc. Cependant, l'utilisation d'un tel modèle de transfert radiatif de référence n'est pas envisageable dans le cadre d'un modèle de circulation générale, pour des raisons de temps de calcul prohibitifs. Il faut alors envisager une approche moins directe, c'est à dire une paramétrisation : une méthode qui permettra de résoudre le problème

de transfert radiatif de façon aussi précise que nécessaire dans le contexte GCM, avec un coût (en temps de calcul) aussi faible que le nécessitent les contraintes de simulation sur plusieurs décennies, en se servant pour cela de notre connaissance préalable de la classe de problèmes auxquels nous sommes spécifiquement confrontés.

En effet, il ne s'agit pas de développer une méthode générale moins coûteuse, qui serait à même de résoudre tous les problèmes de transfert radiatif comme l'aurait fait un modèle de référence doté des bases de données appropriées. Au lieu de quoi, une paramétrisation se contentera d'un champ d'applicabilité réduit. Il s'agit ici, en l'occurrence, du problème du transfert radiatif atmosphérique pour le cas de la Terre : nous savons déjà quelles sont les espèces chimiques en présence, dans quelles quantités et à quelles altitudes elles sont présentes, les plages de température et de pression que nous allons rencontrer, à quelles plages de longueur d'onde nous nous intéressons, quels types d'interactions ne jouent aucun rôle dans ce cas précis, etc. D'autre part on peut, préalablement à un exercice de paramétrisation, commencer par affiner cet ensemble de connaissances. Une formulation adaptée aux problèmes qui sont rencontrés, et une analyse détaillée des résultats obtenus à l'aide des modèles de référence peuvent permettre d'accroître notre compréhension, pour servir d'appui à la mise au point d'une paramétrisation adéquate. Nous reviendrons ultérieurement sur cet aspect de formulation et d'analyse des phénomènes physiques. Finalement, on peut dire qu'une paramétrisation des transferts radiatifs pour l'atmosphère terrestre cherche à être très spécifique, au risque de ne pas être extensible facilement au traitement d'un autre type d'atmosphère.

1.2.2 Le problème de la paramétrisation des transferts radiatifs infrarouges

Intéressons-nous maintenant aux problèmes rencontrés par la paramétrisation des transferts radiatifs infrarouges actuellement utilisée par le GCM terrestre développé au Laboratoire de Météorologie Dynamique (LMD). Ce GCM utilise un maillage en longitude/latitude qui permet de découper l'atmosphère en un certain nombre de colonnes. Un maillage vertical est ensuite utilisé à l'intérieur de chaque colonne atmosphérique : ce maillage sera plus serré au bas de l'atmosphère pour mieux modéliser la couche limite. Nous désignerons par m le nombre de mailles utilisées pour la discrétisation verticale de chaque colonne atmosphérique. Le transfert radiatif doit être résolu pour chaque colonne atmosphérique [29, 30, 74]. La paramétrisation des transferts radiatifs infrarouges qui est actuellement utilisée est basée sur une formulation en flux : il s'agit de calculer les flux à chaque altitude, comme la somme des contributions venant de chaque élément de l'atmosphère, soit m^2 échanges ra-

diatifs considérés séparément. D'autre part, le modèle spectral utilisé est un modèle à bande large, ce qui implique notamment que les transmittivités moyennes à l'intérieur de chaque bande large ne suivent pas une loi de décroissance en exponentielle. L'existence de ces corrélations spectrales a pour conséquence directe l'impossibilité de calculer la transmittivité entre deux mailles données comme le produit de deux transmittivités déjà connues. A l'intérieur de chaque bande large, l'évaluation des m^2 échanges passe donc par le calcul effectif de m^2 transmittivités. Le temps de calcul associé à cette paramétrisation est donc directement proportionnel à m^2 .

De plus, le calcul des transmittivités entre mailles, dans cette paramétrisation, est effectué sans prise en compte du phénomène de diffusion du rayonnement infrarouge par les particules en suspension : gouttelettes d'eau et cristaux de glace présents dans les nuages, aérosols minéraux, etc. Or, il a été montré que des erreurs non négligeables (de l'ordre de la dizaine de pourcents) peuvent être commises sur le calcul des taux de chauffage atmosphérique en négligeant ce phénomène [20, 22, 32, 61, 75, 77].

Ces deux aspects (dépendance à m^2 du temps de calcul et non prise en compte du phénomène de diffusion), vont avoir des conséquences prévisibles dans les prochaines années, du fait de la constante augmentation des exigences en termes de précision.

- Un raffinement du maillage spatial signifie notamment l'augmentation du nombre de mailles m utilisées dans la discréétisation verticale des colonnes atmosphériques. Comme on l'a vu, le temps de calcul associé à la paramétrisation des transferts radiatifs infrarouges qui est actuellement utilisée dans le GCM du LMD est directement proportionnel à m^2 . Sans modifier cette paramétrisation, une augmentation de m , par exemple d'un facteur 2, signifie donc une augmentation par un facteur 4 du temps de calcul associé. Or, le coût associé à la représentation des phénomènes de transfert radiatif (à la fois dans le domaine visible et infrarouge) dans le GCM terrestre est estimé à 50 % du temps de calcul total du GCM. La majeure partie de ces 50 % étant dédiée à la paramétrisation des transferts radiatifs dans le domaine infrarouge. Dans l'état actuel des choses, augmenter le nombre de mailles utilisées pour la discréétisation verticale, ne serait-ce que d'un facteur 2, poserait un véritable problème.
- Le second aspect, la nécessité d'utiliser une paramétrisation plus précise va demander la prise en compte du phénomène de diffusion. Même en utilisant une méthode simple qui permette de modifier la paramétrisation actuelle de façon à ce que les effets de la diffusion ne soient plus négligés, cela signifie obligatoirement une augmentation supplémentaire du temps de calcul.

1.2.3 Méthodologie de travail

La solution actuellement envisagée pour pallier à ces difficultés consiste à tenter de mettre au point une nouvelle paramétrisation, à la fois moins coûteuse et plus précise, en particulier avec possibilité de prise en compte du phénomène de diffusion. Comme il a été mentionné plus haut, cet exercice de paramétrisation sera mené à partir d'un choix de formulation adéquate, et d'une analyse détaillée des résultats obtenus par un modèle de transfert radiatif de référence, appliqué au cas de l'atmosphère terrestre.

Notre idée de départ s'inspire d'un travail similaire effectué dans le cadre du GCM martien développé au LMD [21, 28, 39, 46]. La paramétrisation des transferts radiatifs infrarouges actuellement utilisée dans ce GCM a été mise au point à partir d'une analyse basée sur une formulation des transferts radiatifs en termes de puissances nettes échangées; cette formulation permet d'identifier rapidement les échanges radiatifs nets dominants permettant de reconstruire les taux de chauffage atmosphériques. Dans le cas de l'atmosphère de la planète Mars, constituée à 95% de CO_2 , les échanges nets dominants dans le domaine infrarouge sont les échanges nets à très courte distance (échanges nets avec le sol et avec l'espace). Il a été montré que seuls les facteurs optiques d'échange correspondants avaient besoin d'un calcul précis et fréquent pour reconstruire avec précision les taux de chauffage atmosphériques. La composition de l'atmosphère martienne étant relativement constante au cours du temps, tous les autres facteurs optiques d'échange peuvent être considérés comme invariants sur de grandes périodes (typiquement plusieurs jours, voire semaines). Au final, l'analyse physique en Puissances Nettes Echangées a permis de ramener le temps de calcul d'une dépendance en m^2 à une dépendance en $4m$.

Dans un cadre de travail identique, un modèle de circulation générale simplifié doit être développé prochainement pour l'atmosphère de Vénus. Ce modèle simplifié doit servir à identifier les phénomènes physiques qui pilotent la circulation générale de la planète, et notamment le phénomène connu sous le nom de superrotation (l'atmosphère tournant bien plus vite que la planète elle-même). L'atmosphère de Vénus est le siège de nombreuses réactions chimiques, et comporte des nuages optiquement très épais, ce qui se traduit notamment par des valeurs très élevées de l'albédo de diffusion simple pour certaines fréquences. Il est donc impossible de négliger ici le phénomène de diffusion, comme cela avait été possible dans le cas de Mars. Dans un premier temps, il est envisagé de mettre au point une paramétrisation simple, basée sur la même analyse en termes de puissances nettes échangées, afin d'identifier les échanges nets dominants ayant besoin d'être calculés précisément, mais en ne tenant compte des variations du profil atmosphérique qu'au travers des variations correspondantes

de la fonction de Planck (la composition de l'atmosphère et les propriétés optiques du milieu étant considérées constantes).

En ce qui concerne la Terre, des difficultés supplémentaires apparaissent : il ne s'agit pas dans ce cas de mettre au point un modèle de circulation générale simplifié, mais au contraire un modèle très précis. L'atmosphère terrestre comporte un certain nombres de composants qui vont absorber, émettre et diffuser le rayonnement infrarouge : nuages d'eau ou de glace, et dont la concentration peut être très fluctuante. Au premier plan, la grande variabilité du cycle hydrologique est à l'origine d'une diversité de formes, de tailles et de composition des nuages, ainsi que de leur déplacement rapide. Pour plus de précisions sur la complexité de la physique atmosphérique terrestre, on pourra se reporter à l'ouvrage de M.L. Salby [70]. Se lancer, pour la Terre, dans un travail de paramétrisation similaire à celui mené pour Mars et envisagé pour Vénus, va donc demander un travail approfondi d'analyse.

Mais avant même d'envisager une analyse des transferts radiatifs dans un certain nombre de configurations typiques de l'atmosphère terrestre, il a été nécessaire de développer un modèle de référence permettant de réaliser des simulations suffisamment précises des transferts radiatifs infrarouges, disposant d'une souplesse compatible avec le large champ d'études envisagées. L'orientation qui a été retenue a été le développement d'un algorithme de Monte-Carlo, en mettant l'accent sur l'ensemble des optimisations possibles pour une application spécifique au problème du transfert radiatif atmosphérique.

1.3 Présentation du travail

1.3.1 Objectif du travail

Deux objectifs sont poursuivis dans ce travail de thèse. Tout d'abord, la mise au point d'un outil numérique permettant la modélisation précise et l'analyse des transferts radiatifs infrarouges dans les milieux absorbants et diffusants, et plus particulièrement les atmosphères planétaires. Ensuite, l'outil développé servira à conduire un certain nombre d'analyses en termes de puissances nettes échangées des transferts radiatifs infrarouges dans le cadre de l'atmosphère terrestre. Sur la base de ces analyses, nous proposerons ensuite des pistes permettant d'aboutir ultérieurement à une paramétrisation satisfaisant aux exigences de rapidité et de précision du GCM terrestre. La mise au point de cette paramétrisation en elle-même sort du cadre de ce travail.

Parmi les méthodes actuellement disponibles dans le but de mettre au point un tel modèle

de transfert radiatif, nous avons choisi la méthode de Monte-Carlo, pour plusieurs raisons : d'une part, la méthode de Monte-Carlo présente l'avantage majeur d'être une méthode précise, non pas au sens où elle permet d'obtenir des résultats exacts, mais au sens où elle permet à tout instant une quantification fiable des erreurs numériques sur chaque résultat calculé ; par la suite, ces résultats peuvent être affinés autant que nécessaire en augmentant graduellement l'effort de calcul. D'autre part, c'est une méthode statistique, basée sur la simulation d'un grand nombre d'événements aléatoires, en stricte analogie avec les processus physiques du transport corpusculaire. Il est donc facile de tenir compte des différents phénomènes d'interaction entre rayonnement et matière (absorption, émission et diffusion). Ensuite, cette méthode permet une très grande souplesse en terme d'analyse des résultats : la contribution de chaque phénomène physique peut être facilement identifiée et toutes les composantes d'un résultat donné peuvent être rapidement isolées ; par exemple, un taux de chauffage peut être décomposé en termes de puissances nettes échangées, ou en termes de contribution au terme source par les différents éléments du système (volumes de gaz, éléments de surface), ou encore en termes d'analyse spectrale.

Malgré ses nombreux avantages, la méthode de Monte-Carlo a été très peu utilisée dans le domaine des transferts radiatifs infrarouges [77], car il est connu qu'elle rencontre des difficultés de convergence numérique dans les systèmes optiquement épais [42]. Or, le domaine infrarouge présente de fortes bandes d'absorption (bandes de l'eau, du CO_2 , de l'ozone), et l'épaisseur optique de l'atmosphère est très importante à certaines fréquences. Cependant, cette difficulté numérique a pu être résolue sur la base d'un travail initié au Laboratoire d'Énergétique [13, 15]. Dans ce contexte, la méthode de Monte-Carlo devenait un candidat naturel pour la mise au point d'un modèle de transfert radiatif de référence dans le domaine infrarouge. De plus, un travail récent [14] a permis de montrer que cette méthode permet sans coût de calcul supplémentaire, d'associer à chaque résultat la sensibilité de ce résultat à tous les paramètres du système. Ce genre de calcul de sensibilité et le type d'analyse qu'il permet n'ont pas encore été concrètement mis en oeuvre dans le modèle de transfert radiatif présenté ici ; cet aspect relève cependant des perspectives de développement futur de ce modèle.

1.3.2 Organisation de l'exposé

Les quatre chapitres dont est composé le présent manuscrit permettent de présenter en détail ce travail de thèse. Le chapitre 2 s'attache à décrire les grandeurs descriptives du transfert radiatif, les phénomènes d'interaction entre rayonnement et matière, ainsi que les différents modèles spectraux utilisables dans le cadre des problèmes de transfert radiatif.

Le chapitre 3 traite plus spécifiquement des problèmes de transfert radiatif atmosphérique, et des méthodes que l'on peut envisager d'utiliser pour le traitement de ces problèmes. Les choix méthodologiques ayant conduit à adopter la méthode de Monte-Carlo seront notamment développés. L'objet du chapitre 4 sera naturellement de présenter en détail la méthode de Monte-Carlo, puis l'algorithme de transfert radiatif général qui a été mis au point sur la base d'une reformulation du transfert radiatif en termes de Puissances Nettes Échangées, et d'optimisations fondées sur l'utilisation de lois de densité de probabilité adaptées à la physique du rayonnement. Ce chapitre présentera ensuite le code de transfert radiatif atmosphérique, qui a pu être mis au point à partir de l'algorithme de Monte-Carlo général. Enfin, le chapitre 5 présentera les résultats obtenus à l'aide de ce code radiatif atmosphérique, dans un certain nombre de configurations terrestres typiques. Ces résultats serviront de base à une analyse physique détaillée des transferts radiatifs infrarouges au sein de l'atmosphère terrestre. Finalement, nous montrerons dans une conclusion de quelle façon les résultats d'une analyse physique telle que celle qui aura été détaillée pourront aider à mettre au point une paramétrisation des transferts radiatifs infrarouges suffisamment précise et rapide pour être utilisée par le GCM terrestre.

Chapitre 2

Rayonnement dans les milieux semi-transparents

2.1 Généralités

Ce travail s'intéresse à la physique du rayonnement atmosphérique, où les dimensions caractéristiques des systèmes sont de l'ordre de plusieurs kilomètres. Il s'agira, dans ce contexte, de proposer une modélisation adaptée des phénomènes de transport, d'échange et de redistribution du rayonnement thermique infrarouge.

Il est possible de représenter le phénomène radiatif par des approches de modélisation très différentes, en fonction des objectifs, des besoins et des hypothèses inhérentes au problème. Nous serons en particulier amenés dans ce travail à discuter les points de vue corpusculaire et ondulatoire pour ce qui concerne les effets de propagation. En pratique, notre seule contribution concerne l'approche corpusculaire, la vision ondulatoire n'intervenant de façon nécessaire pour notre travail que dans la description des processus de caractérisation des propriétés de diffusion. Nous adopterons une description mésoscopique des phénomènes qui s'inspire directement des théories du transport corpusculaire. Les hypothèses généralement admises pour ce type de modélisation consistent à considérer que l'énergie se transporte sous forme de quanta élémentaires appelés photons, et pour lesquels il est possible de négliger les interactions mutuelles. Ainsi, les photons n'interagissent pas entre eux, mais uniquement avec un milieu matériel que l'on supposera fixe, les constituants de ce milieu étant répartis de façon aléatoire.

D'un point de vue formel, la représentation mathématique des phénomènes se fait à partir

d'une équation de type Boltzmann (équation d'évolution de la fonction de distribution). Les hypothèses que nous avons énoncées correspondent à une écriture particulière du terme de collision, ce qui se traduit généralement par une forme linéaire de l'équation résultante, connue sous le nom d'équation de Boltzmann-Lorentz. L'équation de transfert radiatif entre complètement dans le cadre de cette description.

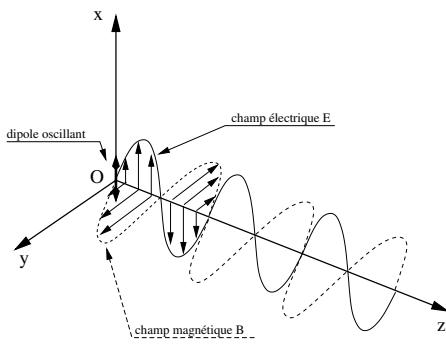
Il est important de bien voir que la description mésoscopique ne représente pas une échelle de description nouvelle au sens où la statistique sous-jacente à l'établissement de l'équation présente les mêmes contraintes de temps et d'espace que la description macroscopique. Dit autrement, les points de vue mésoscopique et macroscopique ne diffèrent que par la quantité d'informations que l'on garde pour faire la description de l'état du système. La description mésoscopique, bien que raisonnant en valeur moyenne, conserve l'information dans l'espace des phases, alors que la vision macroscopique ne s'attache qu'à décrire les phénomènes dans l'espace physique. La raison de ce choix est évidente en ce qui concerne le rayonnement, car le passage d'une description mésoscopique à une description macroscopique demande de faire des hypothèses sur la quasi isotropie des grandeurs représentatives (luminance, sources, etc.) qui sont loin d'être toujours pertinentes.

Pour préciser quelque peu les notions que nous aurons à manipuler par la suite, il faut noter que la grandeur d'intérêt en rayonnement est plus souvent la densité d'énergie que la densité de photons. On passe de l'une à l'autre en associant à chaque particule une fréquence ν et en admettant que l'énergie transportée obéisse à la relation de proportionnalité $\Delta E = h\nu$. Cette énergie correspond à la transition entre deux niveaux énergétiques E_2 et E_1 de la molécule qui a émis ce quanta d'énergie ($\Delta E = E_2 - E_1$).

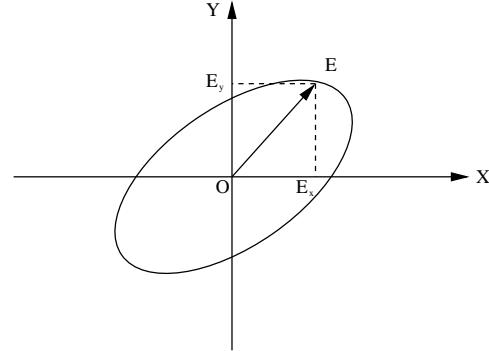
Cependant, l'étude des phénomènes de transport dans le cadre d'une description mésoscopique telle qu'elle est présentée ici nécessite la connaissance des propriétés optiques macroscopiques de la matière dont la détermination implique une description fine des interactions entre rayonnement et matière. L'échelle de description se situe alors au niveau de la molécule et une représentation adaptée des effets quantiques est nécessaire. Les propriétés qui nous intéressent sont relatives aux processus d'émission, d'absorption et de diffusion de l'énergie radiative.

A ce stade il est utile d'avoir une vision ondulatoire du phénomène, non pas pour décrire de façon rigoureuse toute la théorie sous-jacente mais juste pour définir les quelques mots de vocabulaire que nous serons amenés à utiliser par la suite. Il est possible de montrer à partir des équations de l'électromagnétisme que le champ produit par une charge en accélération contient une partie dite "électrostatique" et une partie dite "rayonnée". Le photon émis est

maintenant vu comme un train d'ondes de fréquence ν , dont l'émission par une molécule correspond à l'accélération des charges de cette molécule suite à des mouvements de vibration et de rotation (cf. figure 2.1(a)). Les charges en accélération créent un champ électrique périodique \mathbf{E} et un champ magnétique \mathbf{B} associé.



(a) Émission d'un train d'onde



(b) Projection du vecteur E

FIG. 2.1: (a) : Dipôle orienté selon (O, x) : émission d'une onde suivant z , champs \mathbf{E} et \mathbf{B} perpendiculaires ; (b) : projection du vecteur champ électrique \mathbf{E} dans le plan d'onde

Par projection dans un plan parallèle au plan (xOy) (plan d'onde), l'extrémité du vecteur tournant \mathbf{E} décrit une ellipse, comme le montre la figure 2.1(b) :

$$\begin{cases} \mathbf{E}_x = |E| \cos(\omega t - \phi) \mathbf{e}_x \\ \mathbf{E}_y = |E| \sin(\omega t - \phi) \mathbf{e}_y \end{cases} \quad (2.1)$$

La façon dont tournent les vecteurs \mathbf{E} et \mathbf{B} décrit la polarisation de l'onde : dans le cas général, les ondes électromagnétiques ont une polarisation elliptique (cf. Eq. 2.1), horaire ou antihoraire.

L'absorption du rayonnement est globalement le processus inverse de l'émission : si un photon vient à croiser la trajectoire d'une molécule, et si le quanta d'énergie $h\nu$ transporté par le photon correspond précisément à la différence d'énergie entre deux niveaux énergétiques E_1 et E_2 de la molécule ($E_2 > E_1$), alors la molécule peut absorber le quanta d'énergie, et ainsi passer du niveau E_1 au niveau E_2 .

La diffusion, quant à elle, est conceptuellement une absorption suivie d'une émission très rapide. En fait, si on veut décrire les choses d'un point de vue ondulatoire, lorsqu'une molécule

est soumise à l'action d'un champ électrique incident, ce champ électrique va induire une accélération dipolaire. Le dipôle induit va à son tour émettre un champ (induit) électrique et magnétique, ce qu'on peut également interpréter comme l'émission de photons. Dans l'absolu, ces photons peuvent avoir une fréquence différente des photons incidents (diffusion inélastique). Ils peuvent également être diffusés dans une direction différente de la direction de propagation des photons incidents, et peuvent également avoir une polarisation différente.

Pour les problèmes qui nous intéressent, les effets de polarisation et de diffusion inélastique ne seront pas considérés. Une autre hypothèse, que nous garderons tout au long de ce travail, consiste à ne pas tenir compte des effets de diffusion dépendante, ce qui se justifie parfaitement pour toutes nos applications du fait des fractions volumiques de particules diffusantes assez faibles [58]. On peut alors décrire les choses d'un point vue corpusculaire, et il est possible de décrire les propriétés de diffusion à partir de la connaissance du libre parcours moyen de diffusion et d'une fonction de phase $\Phi(\mathbf{u}, \mathbf{u}')$ définie comme la densité de probabilité qu'un photon incident sous la direction \mathbf{u} soit diffusé dans la direction \mathbf{u}' . Un même photon peut subir de nombreuses diffusions (diffusion multiple) dans le cas où la densité de centres diffuseurs dans le milieu au sein duquel il voyage est suffisamment élevée. D'un point de vue ondulatoire, la diffusion multiple correspondant dans ce cas à la diffusion des ordres successifs des champs induits. Si on ne considère pas les mécanismes internes de la diffusion, un événement de diffusion peut être vu comme une modification de la trajectoire de propagation des photons.

2.2 Définitions et rappels

Dans cette partie, nous allons définir les grandeurs macroscopiques descriptives du phénomène de transport. Nous établirons ensuite l'équation de transfert radiatif, dont on a vu qu'elle est une forme particulière de l'équation de Boltzmann appliquée au transport des photons : la luminance est en général préférée à la fonction de distribution de Boltzmann. Enfin, nous irons vers une description des modèles spectraux utilisés dans les applications de rayonnement atmosphérique.

2.2.1 Grandeurs descriptives du rayonnement

- Luminance : on appelle luminance l'énergie radiative (nombre de photons multiplié par $h\nu$), passant dans la direction \mathbf{u} , par unité d'angle solide $d\omega$, au point \mathbf{x} , par unité de

surface normale à \mathbf{u} , à la fréquence ν , par unité de fréquence, au temps t , par unité de temps. Elle s'exprime en $W/m^2/st/Hz$, et elle est notée $L(\mathbf{x}, t, \mathbf{u}, \nu)$.

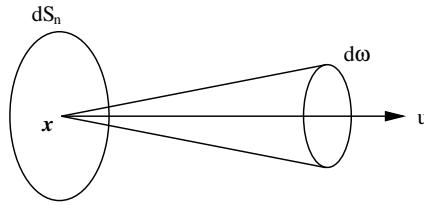


FIG. 2.2: Si dS_n est une surface élémentaire fictive, perpendiculaire à la direction \mathbf{u} , alors la puissance $d\Phi$ du rayonnement qui traverse dS_n , à l'instant t , dans l'angle solide élémentaire $d\omega$ centré autour de \mathbf{u} , et dans la bande de fréquence $d\nu$ centrée autour de la fréquence ν est : $d\Phi = L(\mathbf{x}, t, \mathbf{u}, \nu) dS_n d\omega d\nu$

- Luminance d'équilibre : ou luminance noire, ou luminance de corps noir isotherme. Il s'agit de la luminance d'équilibre à l'intérieur d'une cavité isotherme fermée : en tout point de la cavité, on a une luminance isotrope, qui n'est fonction que de la température de la cavité, égale à la luminance émise par un corps noir isotherme à la même température.¹ Son expression, issue de la loi de Planck, est donnée par les relations suivantes, en fonction de la longueur d'onde λ (Eq. 2.2) ou de la fréquence ν (Eq. 2.3).

$$B(T, \lambda) = \frac{2hc^2\lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1} \quad (2.2)$$

$$B(T, \nu) = \frac{2hc^{-2}\nu^3}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} \quad (2.3)$$

où h est la constante de Planck, k_B la constante de Boltzmann, et T la température du corps noir. Les deux formules précédentes sont reliées par la relation :

$$B(T, \lambda)d\lambda = -B(T, \nu)d\nu$$

- Intensité : l'intensité $J(\mathbf{x}, \mathbf{n}, t, \mathbf{u}, \nu)$ traversant une surface dS de normale \mathbf{n} dans l'angle

¹Un corps noir est un corps qui permet à tout rayonnement incident de pénétrer sa surface (pas d'énergie réfléchie), et qui absorbe intégralement ce rayonnement (pas d'énergie transmise).

solide élémentaire $d\omega$ centré autour de la direction \mathbf{u} , au point \mathbf{x} , à l'instant t , et dans la bande de fréquence $d\nu$ centrée autour de ν , est : $J(\mathbf{x}, \mathbf{n}, t, \mathbf{u}, \nu) = L(\mathbf{x}, t, \mathbf{u}, \nu) \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}$

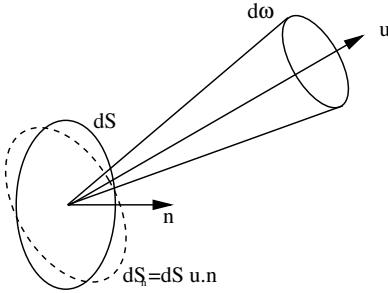


FIG. 2.3: Si dS est une surface élémentaire réelle, de normale \mathbf{n} , alors la puissance $d\Phi$ du rayonnement qui traverse dS , à l'instant t , dans l'angle solide élémentaire $d\omega$ centré autour de \mathbf{u} , et dans la bande de fréquence $d\nu$ centrée autour de la fréquence ν est : $d\Phi = J(\mathbf{x}, \mathbf{n}, t, \mathbf{u}, \nu) dS d\omega d\nu$

- L'émittance : est égale à l'intégrale de l'intensité sur l'hémisphère sortant d'une surface réelle de normale \mathbf{n} :

$$M(\mathbf{x}, \mathbf{n}, t, \nu) = \int_{2\pi} J(\mathbf{x}, \mathbf{n}, t, \mathbf{u}, \nu) d\omega(\mathbf{u}) \quad (2.4)$$

Pour une surface à émission et réflexion isotrope (c'est à dire que les luminances émise et réfléchie par la paroi dans la direction \mathbf{u} sont indépendantes de la direction \mathbf{u}), alors on a : $M(\mathbf{x}, \mathbf{n}, t, \nu) = \pi L(\mathbf{x}, t, \mathbf{u}, \nu) \forall \mathbf{u}$

- Le flux radiatif : c'est une grandeur vectorielle, qui caractérise la densité de puissance rayonnée qui traverse une surface donnée :

$$\mathbf{q}_r(\mathbf{x}, t, \nu) = \int_{4\pi} L(\mathbf{x}, t, \mathbf{u}, \nu) \mathbf{u} d\omega(\mathbf{u}) \quad (2.5)$$

La composante suivant \mathbf{n} du vecteur flux radiatif est alors représentative du flux net radiatif à travers un élément de surface normale à \mathbf{n} . C'est donc la différence de l'émit-

tance dans la direction \mathbf{n} et de l'émittance dans la direction $-\mathbf{n}$:

$$\begin{aligned}\mathbf{q}_r(\mathbf{x}, t, \nu) \cdot \mathbf{n} &= \int_{4\pi} L(\mathbf{x}, t, \mathbf{u}, \nu) \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} d\omega(\mathbf{u}) \\ &= \int_{4\pi} J(\mathbf{x}, \mathbf{n}, t, \mathbf{u}, \nu) d\omega(\mathbf{u}) \\ &= M(\mathbf{x}, \mathbf{n}, t, \nu) - M(\mathbf{x}, -\mathbf{n}, t, \nu)\end{aligned}\tag{2.6}$$

2.2.2 Propriétés des milieux semi-transparents

En introduction, nous avons vu que les propriétés optiques macroscopiques des milieux semi-transparents découlent des interactions entre le rayonnement et la matière. La détermination de ces propriétés n'est pas l'objet du présent travail. Nous utiliserons, en général, les propriétés spectroscopiques issues de la littérature ; nous décrirons ces données plus en détail ultérieurement.

Considérons une colonne de milieu semi-transparent, de section S , le long d'un axe orienté suivant la direction \mathbf{u} , entre les abscisses x et $x + dx$ (cf. Fig. 2.4). On suppose que les constituants du milieu semi-transparent (molécules gazeuses, particules solides ou liquides) sont répartis dans l'espace de façon homogène, mais totalement aléatoire : en particulier, les interactions entre le champ électromagnétique incident et les centres absorbants et diffusants n'induisent aucune corrélation de position entre ces centres diffusants et absorbants.

Soit un flux de photons (tous à la même fréquence ν) $\phi_\nu(x)$ incident en x , suivant la direction \mathbf{u} ; le flux sortant en $x+dx$ est $\phi_\nu(x+dx)$. La partie $[\phi_\nu(x) - \phi_\nu(x + dx)]$ correspond à la partie du flux incident qui a été absorbée par le milieu entre x et $x + dx$. L'hypothèse de répartition aléatoire des centres absorbants et diffusants permet de définir $d\sigma_{a,\nu}$ la section efficace d'absorption macroscopique de la colonne de section S et de longueur dx , de la façon suivante :

$$d\sigma_{a,\nu} = S \frac{\phi_\nu(x) - \phi_\nu(x + dx)}{\phi_\nu(x)} = -S \frac{d\phi_\nu(x)}{\phi_\nu(x)}\tag{2.7}$$

Son unité est le m^2 . Physiquement, elle représente la surface d'interception des photons par les particules constituant le milieu semi-transparent.

Le coefficient d'absorption macroscopique $k_{a,\nu}$ est défini comme :

$$k_{a,\nu} = \frac{d\sigma_{a,\nu}}{Sdx} = -\frac{1}{\phi(x)} \frac{d\phi(x)}{dx}\tag{2.8}$$

Autrement dit, $\frac{d\phi_\nu(x)}{\phi_\nu(x)} = -k_{a,\nu}dx$, soit $\phi_\nu(x) = \phi_\nu(0)exp(-k_{a,\nu}x)$, en faisant l'hypothèse d'un

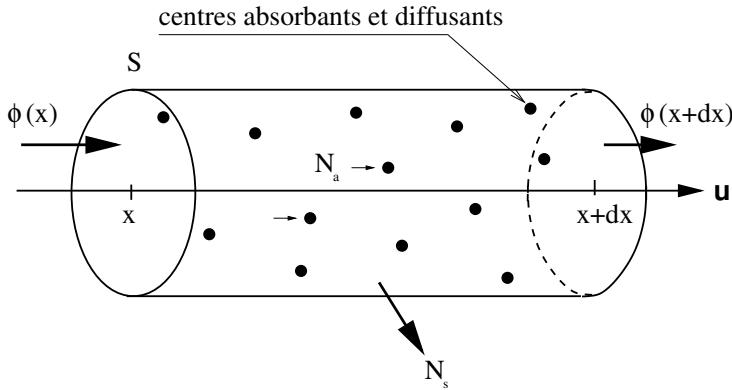


FIG. 2.4: Colonne de milieu semi-transparent

milieu semi transparent homogène. $\phi_\nu(0)$ est la valeur du flux monochromatique incident en $x = 0$. Il s'agit de la loi de Beer, traduisant l'atténuation monochromatique en exponentielle. En milieu inhomogène, cette loi s'exprime :

$$\phi_\nu(x) = \phi_\nu(0) \exp\left(-\int_0^x k_{a,\nu}(\sigma) d\sigma\right) \quad (2.9)$$

Le coefficient d'absorption est exprimé en m^{-1} . Étant homogène à l'inverse d'une longueur, on peut écrire : $k_{a,\nu} = \frac{1}{\lambda_{a,\nu}}$ avec $\lambda_{a,\nu}$ le libre parcours moyen d'absorption à la fréquence ν . C'est la distance moyenne que parcourront les photons avant d'être absorbés.² De la même façon, on peut définir le coefficient de diffusion $k_{s,\nu} = \frac{1}{\lambda_{s,\nu}}$, avec $\lambda_{s,\nu}$ le libre parcours moyen de diffusion, distance moyenne qu'effectueront les photons entre deux diffusions.

Les coefficients $k_{a,\nu}$ et $k_{s,\nu}$ sont des caractéristiques du milieu semi-transparent, pour une fréquence ν donnée. Le coefficient $k_\nu = k_{a,\nu} + k_{s,\nu}$ est le coefficient d'extinction totale monochromatique. On peut également définir l'albédo de diffusion simple monochromatique comme le rapport du coefficient de diffusion et du coefficient d'extinction totale :

²En physique atmosphérique, on utilise également un coefficient d'absorption spécifique (ou massique), $\kappa_{a,\nu} = k_{a,\nu}/\rho(z)$, correspondant à la définition de l'absorption monochromatique par une colonne de gaz atmosphérique de masse fixée, le coefficient d'absorption $k_{a,\nu}$ correspondant pour sa part à la définition de l'absorption monochromatique le long d'un trajet optique de longueur fixée.

$\omega_\nu = \frac{k_{s,\nu}}{k_\nu} = \frac{k_{s,\nu}}{k_{a,\nu} + k_{s,\nu}}$. Nous verrons par la suite que ces coefficients peuvent prendre des valeurs très différentes en fonction de la valeur de la fréquence. C'est un des éléments de la complexité du problème de la modélisation et de la simulation des transferts radiatifs. Nous y reviendrons très largement par la suite.

2.3 Les hypothèses liées à la diffusion du rayonnement atmosphérique

Afin de pouvoir écrire l'équation de transfert radiatif, il est nécessaire d'effectuer un certain nombre d'hypothèses sur le modèle de diffusion adopté dans ce travail.

Le phénomène de diffusion est à l'origine de nombreux phénomènes atmosphériques sur Terre. Les plus facilement observables se situent dans le domaine visible du spectre électromagnétique, bien entendu : en tout premier lieu, on peut citer la couleur bleue du ciel et le halo rouge des soleils couchants, dûs à la diffusion moléculaire de Rayleigh. Les arcs-en-ciel font également partie de la classe des phénomènes naturels atmosphériques dûs à la diffusion ; il ne s'agit plus dans ce cas de diffusion par les molécules du gaz atmosphérique, mais par des gouttes d'eau. Dans une classe d'applications très proche de celle de l'atmosphère, on peut citer le problème de la couleur des océans, également dominé par la diffusion des ondes électromagnétiques du spectre visible par des particules biologiques et minérales. La polarisation de la lumière visible est également le résultat de la diffusion moléculaire ; même si nous ne pouvons en observer directement les effets, d'autres espèces animales, comme certains insectes, se servent de cette propriété pour retrouver leur chemin. Enfin, on peut citer des cas historiques assez rares où les observations font état d'un soleil et d'une lune de couleur bleue, après une éruption volcanique particulièrement puissante ou des incendies de grande ampleur, ou encore d'une lune de couleur rouge [5].

Deux hypothèses, que nous avons déjà mentionnées, permettent d'écrire l'équation de transfert radiatif qui figure au paragraphe suivant :

- L'hypothèse de diffusion indépendante : dans le cas où un champ électromagnétique interagit avec un grand nombre de centres diffuseurs, on doit en toute rigueur tenir compte des interactions entre les ordres successifs de champs diffusés : le champ incident sur une molécule donnée est la somme du champ électromagnétique incident, et de tous les champs diffusés par toutes les autres molécules. Le champ diffusé par une molécule particulière sera à son tour diffusé par toutes les autres molécules. En un point donné,

le champ électromagnétique va résulter de l'interaction entre tous les champs diffusés un nombre infini de fois. L'hypothèse de diffusion indépendante revient à négliger les interférences de phase entre les champs diffusés. En d'autres termes, le calcul de l'intensité du champ électromagnétique en un point revient à sommer les intensités de tous les champs diffusés considérés indépendamment. En pratique, on doit utiliser l'hypothèse de diffusion indépendante pour pouvoir écrire le terme source de diffusion de l'équation de transfert radiatif (cf. Eq. 2.10), c'est à dire l'apport par diffusion à la luminance dans une direction de propagation donnée \mathbf{u} .

- L'hypothèse de diffusion élastique : lorsqu'un photon incident d'énergie ν entre en collision avec une particule (en mouvement), il peut se produire un échange d'impulsion entre le photon incident et la particule diffusante. Le photon diffusé peut avoir une énergie (fréquence) différente de celle du photon incident. Par analogie avec les collisions entre particules matérielles, ce phénomène sera appelé diffusion inélastique. L'hypothèse de diffusion élastique revient à considérer que tous les photons diffusés auront la même fréquence que les photons incidents. Cette hypothèse est nécessaire pour écrire les termes de puits et de source par diffusion de l'équation de transfert radiatif telle qu'elle est présentée au paragraphe suivant, à savoir qu'on peut effectuer un bilan sur la population de photons possédant une fréquence donnée ν . Dans le domaine des transferts radiatifs atmosphériques infrarouges, l'hypothèse de diffusion élastique est justifiée car le phénomène de diffusion inélastique se traduit par des décalages fréquentiels négligeables devant la plus petite des échelles de fréquence que nous considérons ici, à savoir l'échelle des raies spectrales des gaz atmosphériques [80].

2.4 Équation de Transfert Radiatif monochromatique

Reprenons l'exemple de la figure 2.4, où l'on considère cette fois-ci une luminance monochromatique incidente $L(x, t, \mathbf{u}, \nu)$. La luminance qui sortira en $x + dx$ sera noté $L(x + dx, t, \mathbf{u}, \nu)$.

La luminance $L(x, t, \mathbf{u}, \nu)$ sera diminuée des termes :

- d'absorption par le milieu
- de diffusion dans toutes les directions de l'espace

D'autre part, elle sera augmentée des termes :

- d'émission par le milieu, à sa température propre
- de diffusion : rayonnement provenant de toutes les directions \mathbf{u}' diffusé dans la direction \mathbf{u} .

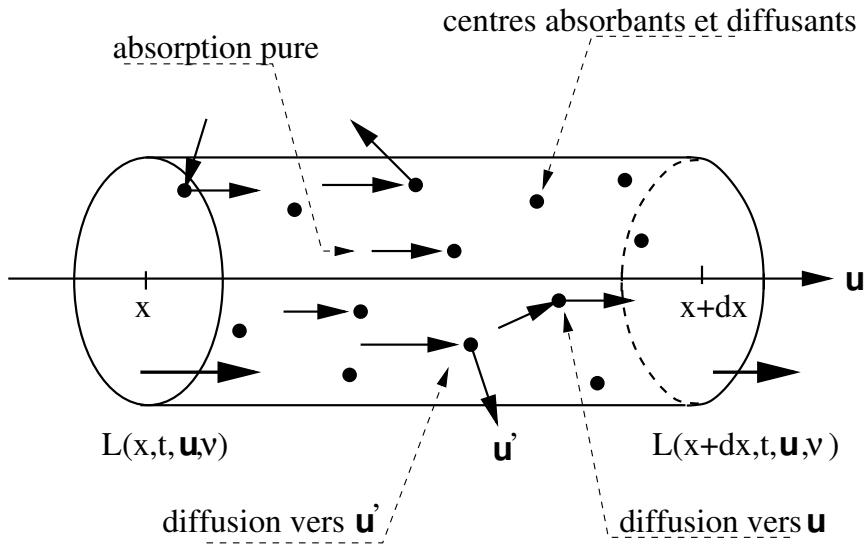


FIG. 2.5: Colonne de milieu semi-transparent

Ce qui se traduit par l'équation suivante, appelée Équation de Transfert Radiatif (ETR), sous sa forme monochromatique la plus générale :

$$\frac{1}{c} \frac{\partial L(x, t, \mathbf{u}, \nu)}{\partial t} + \frac{\partial L(x, t, \mathbf{u}, \nu)}{\partial x} = - (k_{a,\nu} + k_{s,\nu}) L(x, t, \mathbf{u}, \nu) + k_{a,\nu} B(T(x, t), \nu) + k_{s,\nu} \int_{4\pi} \Phi(\mathbf{u}', \mathbf{u}) L(x, t, \mathbf{u}', \nu) d\omega(\mathbf{u}') \quad (2.10)$$

Avec :

- Terme 1 du membre de gauche : terme temporel
- Terme 1 du membre de droite : terme d'atténuation par absorption et diffusion
- Terme 2 du membre de droite : terme source par émission
- Terme 3 du membre de droite : terme source par diffusion

En pratique, on néglige souvent le terme temporel de l'Équation de Transfert Radiatif (ETR), car le rayonnement est un mode de transfert d'énergie quasiment instantané au regard des temps caractéristiques des autres phénomènes. Du fait de la valeur élevée de c ,

l'équation de transfert radiatif tend très rapidement vers sa solution stationnaire, et le terme temporel de l'équation 2.10 devient négligeable devant les autres.³ C'est le cas, du moins, en physique du rayonnement atmosphérique.

Les termes 2 et 3 du membre de droite de la relation 2.10 sont communément appelés termes sources de l'équation de transfert radiatif. Le terme 2 est le terme source d'émission, et le terme 3 est le terme source de diffusion.

L'équation de transfert radiatif peut être réécrite sous la forme suivante, non plus en fonction des coefficients d'absorption $k_{a,\nu}$ et de diffusion $k_{s,\nu}$ monochromatiques, mais en fonction du coefficient d'extinction totale k_ν et de l'albédo de diffusion simple ω_ν monochromatiques :

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial L(x, t, \mathbf{u}, \nu)}{\partial t} + \frac{\partial L(x, t, \mathbf{u}, \nu)}{\partial x} = & - k_\nu L(x, t, \mathbf{u}, \nu) \\ & + k_\nu (1 - \omega_\nu) B(T(x, t), \nu) \\ & + k_\nu \omega_\nu \int_{4\pi} \Phi(\mathbf{u}', \mathbf{u}) L(x, t, \mathbf{u}', \nu) d\omega(\mathbf{u}') \end{aligned} \quad (2.11)$$

2.5 Conditions aux limites

La résolution de l'ETR appliquée à une configuration atmosphérique, dans le domaine infrarouge, requiert l'utilisation de conditions aux limites spécifiques. Ces conditions aux limites sont de deux types :

- Pour le sol : le sol est considéré comme une surface absorbante, réfléchissante et émissive. L'émission et la réflexion du sol sont généralement considérées comme diffuses, c'est à dire que les photons émis ou réfléchis au niveau du sol se distribuent suivant une densité de probabilité angulaire en accord avec la loi de Lambert. Sous ces hypothèses, à chaque fréquence, pour définir les propriétés de surface, on a besoin de connaître l'émissivité hémisphérique ϵ_ν , l'absorptivité hémisphérique α_ν (dans nos conditions, ces grandeurs sont égales sous l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local, en accord avec les lois de Kirchoff) et la réflectivité hémisphérique ρ_ν égale à $1 - \alpha_\nu$, aussi appelée l'albédo hémisphérique.⁴
- Pour l'espace : tout photon émis atteignant l'espace étant perdu, l'espace est considéré comme une surface parfaitement absorbante (corps noir). De plus, on traite séparément

³En astrophysique, par exemple, on ne peut plus négliger le terme temporel du fait des très grandes distances parcourues par les ondes électromagnétiques.

⁴De plus, le sol émet un rayonnement infrarouge $\epsilon_\nu B_\nu(T)$ à sa température propre T , selon la loi de Planck (cf. Eq. 2.2 et Eq. 2.3).

le transfert radiatif concernant les photons issus du soleil et les autres transferts radiatifs. Pour nous, le flux descendant incident au sommet de l'atmosphère en provenance du soleil n'apparaîtra pas, il sera traité dans l'étude des flux solaires et l'espace sera considéré, dans le domaine infrarouge, comme un corps noir à une température nulle.

2.6 Les modèles spectraux des gaz

A l'heure actuelle, l'état de l'art concernant les propriétés optiques des gaz est regroupé dans les modèles raie par raie (ou line by line, LBL). Un modèle raie par raie permet de tenir compte de l'influence de chaque raie individuelle d'un gaz donné. Les modèles raie par raie doivent être associés à une base de données spectroscopiques qui regroupe les informations relatives à chaque raie spectrale d'un certain nombre de molécules. Un code de transfert radiatif basé sur un modèle raie par raie permettra par exemple de calculer avec précision l'émission, l'absorption et la transmission d'un volume de gaz donné. On peut citer à titre d'exemple les modèles A4 [71] et STRANSAC [83]. Pour des applications qui ne nécessitent pas une grande précision, des modèles spectraux simplifiés ont été développés. Ils permettent de synthétiser la complexité du spectre de raies à l'aide d'un petit nombre de paramètres. Les modèles raie par raie permettent de mettre au point et de valider ces modèles spectraux simplifiés.

2.6.1 Les modèles raie par raie

Un modèle raie par raie doit être en mesure de tenir compte de l'influence de chaque raie spectrale du gaz. Chaque raie est définie à partir d'une fréquence de centre de raie ν_0 et d'une intensité S . Elle sera caractérisée par l'association de son intensité et d'un profil de raie, par exemple le profil de Lorentz :

$$f_L(\nu) = \frac{\alpha_L}{\pi(\nu - \nu_0)^2 + \alpha_L^2} \quad (2.12)$$

Où ν_0 , la fréquence de centre de raie et α_L , demi-largeur à mi-hauteur, sont les deux paramètres du profil de Lorentz.

Le coefficient d'absorption à une fréquence donnée ν doit être calculé en tenant compte de l'effet de chaque raie. La figure 2.6 représente le coefficient d'absorption d'un gaz fictif dont le spectre ne comporte que deux raies. Ce coefficient d'absorption à une fréquence donnée doit

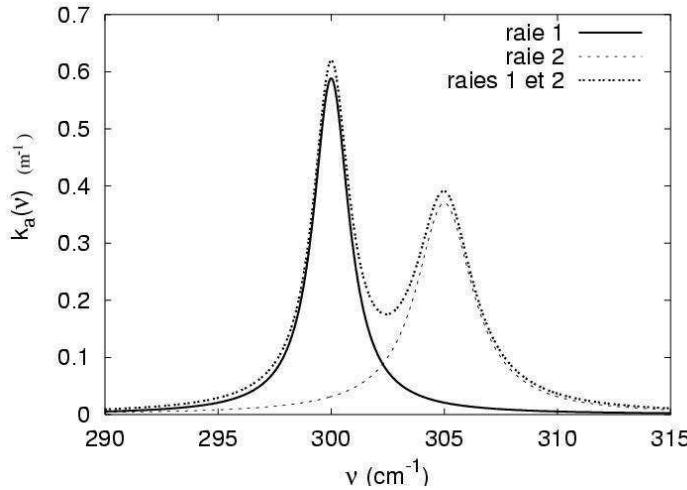
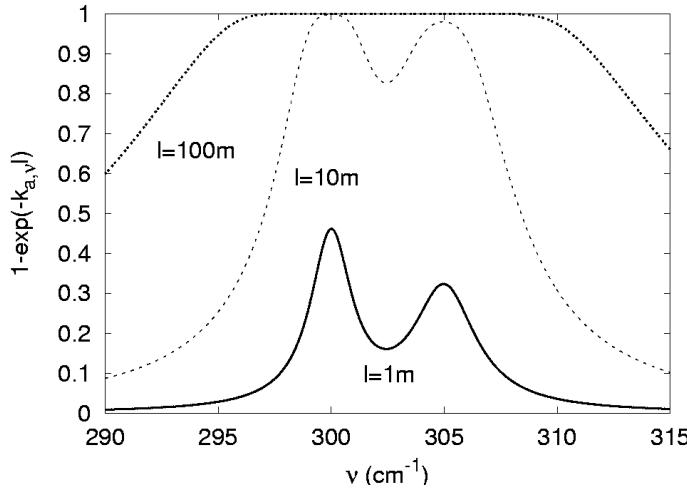


FIG. 2.6: Superposition de deux raies de Lorentz.

être calculé en sommant la contribution de chacune des deux raies spectrales. En pratique, pour un gaz réel, il faut tenir compte de la superposition d'un grand nombre de raies afin d'obtenir le coefficient d'absorption monochromatique de ce gaz (typiquement 10^6 raies).

FIG. 2.7: Absorption par une colonne de gaz de longueur $l = 1m$, $l = 10m$, et $l = 100m$.

D'autre part, la figure 2.7 représente l'absorption, en fonction de la fréquence ν , par une colonne de gaz fictif qui ne comporterait que les deux raies représentées dans la figure 2.6. La dimension de la colonne de gaz a été successivement fixée à $1m$, $10m$ et $100m$. On peut voir sur cette figure que si, pour une colonne de dimension $l = 1m$ on pourra négliger l'influence

des ailes de raies, ce n'est plus le cas pour de plus grandes dimensions. Pour $l = 10m$, on a un effet de saturation faible (au centre de la raie de gauche, l'absorption est totale), qui s'accentue pour $l = 100m$. Il n'est donc pas possible, pour des applications de type transfert radiatif en milieu atmosphérique, où les dimensions caractéristiques du système sont de l'ordre de plusieurs kilomètres, de négliger l'influence d'une raie sur l'absorption par le gaz, même pour des fréquences fortement éloignées du centre de la raie. En conclusion, les modèles spectraux raie par raie doivent à toute fréquence tenir compte de l'influence de chaque raie sur le coefficient d'absorption monochromatique d'un gaz, sous peine d'une mauvaise représentation des transferts radiatifs à grande distance.

Les informations concernant le profil de chaque raie spectrale sont regroupées, pour un certain nombre de molécules, dans des bases de données spectroscopiques. A titre d'exemple, la base de données spectroscopiques HITRAN [69] contient plus de 1080000 raies spectrales, pour 36 molécules différentes. La base de données GEISA [43] contient les informations spectrales relatives à 42 molécules, et plus de 1300000 raies spectrales. Le problème de la production de ces banques de données ainsi que la question de leur niveau de précision ne sera pas abordé ici.

Les temps de calculs associés à l'utilisation d'un code de transfert radiatif utilisant un modèle spectral raie par raie sont toujours très importants : il s'agit de réaliser une intégration de l'équation de transfert radiatif pour un grand nombre d'intervalles spectraux (typiquement 10^8). Dans bon nombre de situations (lorsqu'on désire effectuer de nombreux calculs de transfert radiatif, par exemple lorsqu'on a besoin de coupler un code de transfert radiatif avec un autre processus physique, pour les simulations météorologiques, ou de façon générale, dans tous les cas où on désire utiliser un outil rapide et flexible pour obtenir une solution approchée à un problème de transfert radiatif), on ne pourra pas utiliser un modèle raie par raie. Des modèles spectraux simplifiés, produits et testés à l'aide de modèles raie par raie, répondent à ces besoins de rapidité et de flexibilité. Parmi ces modèles simplifiés, nous allons principalement nous intéresser aux modèles de bande étroite, qui consistent à définir les propriétés optiques moyennes d'un milieu dans un certain nombre d'intervalles spectraux, d'une part suffisamment larges pour contenir un nombre significatif de raies spectrales, mais d'autre part suffisamment étroits pour que la luminance de corps noir puisse être considérée comme constante dans chaque intervalle [80].

2.6.2 Les modèles de bande

Les modèles de bande sont basés sur la discréétisation du spectre en intervalles fréquentiels $\Delta\nu$ plus ou moins larges. Ils peuvent être divisés en deux principales catégories : les modèles à bande étroite, et les modèles à bande large [59]. Tandis qu'un modèle à bande large discrétise le spectre en intervalles spectraux à l'échelle d'une bande de rotation-vibration (cf. Fig. 2.8), un modèle en bandes étroites utilise des intervalles spectraux moins larges, contenant un nombre suffisamment élevé de raies spectrales pour pouvoir considérer les propriétés statistiques moyennes du gaz à l'échelle de la bande étroite, mais suffisamment étroits pour que la luminance noire puisse être considérée comme constante dans chaque bande étroite. La dimension typique d'une bande étroite est 25 cm^{-1} (cf. Fig. 2.9).

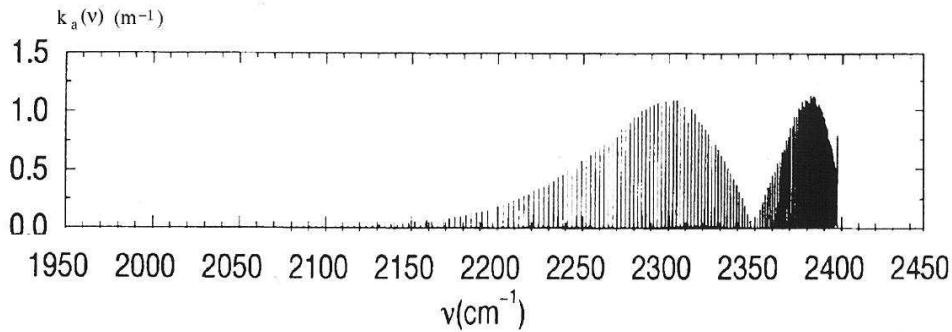


FIG. 2.8: Spectre du principal isotope du dioxyde de carbone, $^{626}\text{CO}_2$, lié à la bande de vibration-rotation $0000 \rightarrow 0001$, à 3000 K , à l'échelle d'une bande large de largeur 500 cm^{-1} , s'étendant entre 1950 et 2450 cm^{-1} (dans la bande d'absorption du CO_2 à $4,3 \mu\text{m}$). D'après *Gas IR radiative properties : from spectroscopic data to approximate models* de J. Taine et A. Soufiani [76].

Dans la suite de ce paragraphe, nous allons essentiellement nous intéresser aux modèles à bande étroite formulés en transmittivité moyenne (modèle statistique de Malkmus) et en k-distributions. Une description complète des différents modèles de bande est effectué dans l'ouvrage *Atmospheric radiation : Theoretical Basis* par R.M. Goody et Y.L. Yung [33].

L'avantage majeur résidant dans l'utilisation d'un modèle spectral à bande étroite est la possibilité d'effectuer des calculs de transfert radiatif plus rapides qu'en utilisant un modèle spectral raie par raie : un modèle raie par raie, dans le domaine infrarouge, doit tenir compte de l'influence d'environ 10^6 raies, chacune discrétisée par exemple en une centaine d'intervalles spectraux à haute résolution. Un code de transfert radiatif utilisant un tel modèle raie par raie devra donc effectuer de l'ordre de 10^8 calculs monochromatiques. Un modèle à

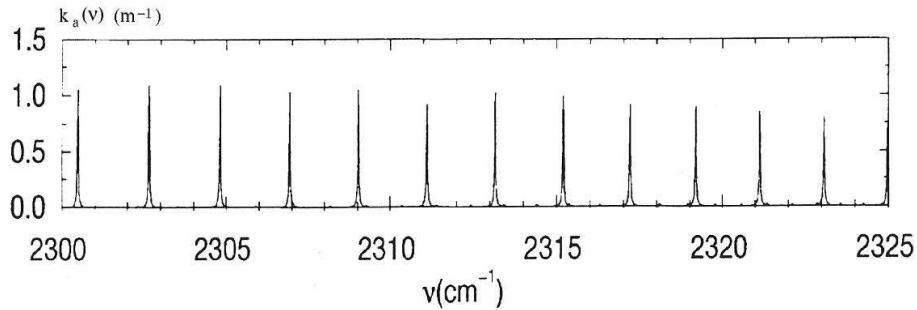


FIG. 2.9: Identique à Fig. 2.8, à l'échelle d'une bande étroite de largeur 25 cm^{-1} , entre 2300 et 2325 cm^{-1} . On voit apparaître les raies spectrales indépendantes. D'après *Gas IR radiative properties : from spectroscopic data to approximate models* de J. Taine et A. Soufiani [76].

bande étroite utilisant une résolution spectrale de 20 cm^{-1} permettra de définir les propriétés optiques moyennes du gaz pour 121 bandes étroites, entre 4 et $100 \mu\text{m}$ (100 - 2500 cm^{-1}). Un code de transfert radiatif utilisant un tel modèle spectral à bande étroite devra donc effectuer un calcul dans chaque bande étroite. La première solution consiste à effectuer un calcul moyen dans chaque bande étroite (traitement en transmittivité moyenne, en tenant compte des phénomènes de corrélations spectrales, cf paragraphe 2.6.2.1 ci-dessous). La seconde alternative consiste à évaluer le résultat dans chaque bande étroite comme la somme pondérée d'une dizaine de calculs simples, à multiplier par le nombre de bandes étroites (voir paragraphe 2.6.2.2). Dans les deux cas, on parle ici de temps de calcul inférieurs de plusieurs ordres de grandeur au temps de calcul associé à un modèle raie par raie.

2.6.2.1 Les modèles de bande étroite formulés en transmittivité moyenne

Dans le cas d'un milieu homogène en concentration, température, pression, etc. les modèles de bande étroite formulés en transmittivité moyenne fournissent une expression de la transmittivité moyenne $\bar{\tau}(l)$ d'une colonne de gaz de dimension l sur une bande étroite de largeur $\Delta\nu$ [33] :

$$\bar{\tau}(l) = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} \exp(-k_{a,\nu} l) d\nu \quad (2.13)$$

Le modèle de Malkmus [50] auquel nous allons principalement nous intéresser, propose un modèle à deux paramètres de cette transmittivité moyenne :

$$\bar{\tau}(l) = \exp[\Phi - \Phi^*(l)] \quad (2.14)$$

Avec :

$$\Phi^*(l) = \Phi \left(1 + 2 \frac{\overline{k}_a l}{\Phi} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.15)$$

Ce modèle est basé sur les hypothèses suivantes :

- Le nombre de raies contenues dans la bande étroite $\Delta\nu$ est suffisamment grand pour qu'on puisse raisonner de façon statistique dans cette bande.
- Le profil des raies utilisé est un profil de Lorentz. Toutes les raies spectrales présentes dans la bande étroite possèdent la même demi-largeur à mi-hauteur $\bar{\gamma}$.
- Les fréquences de centre de raies à l'intérieur de l'intervalle $\Delta\nu$ sont réparties de façon aléatoire, selon une densité de probabilité uniforme. On peut définir $\bar{\delta}$, l'espacement moyen entre deux raies spectrales consécutives.
- L'intensité des raies, S , est distribuée suivant une loi de densité de probabilité exponentielle inverse : $p(S) = \frac{1}{S \ln(R)} \left[\exp(-\frac{S}{S_m}) - \exp(-\frac{RS}{S_m}) \right]$ où S_m est la valeur maximale de l'intensité des raies dans la bande étroite considérée, et R le rapport entre la valeur maximale et la valeur minimale de l'intensité des raies dans la bande étroite [76]. Dans les développements, on suppose de plus $R \ll 1$, et les deux paramètres supplémentaires R et S_m disparaissent du modèle final, ne laissant que le paramètre d'intensité moyenne, directement lié à \overline{k}_a .
- L'intervalle spectral considéré $\Delta\nu$ est entouré d'une infinité d'autres intervalles spectraux, aux propriétés statistiques identiques. Les fréquences des ailes des raies contenues dans cette infinité d'autres intervalles spectraux contribue à l'absorption dans l'intervalle considéré $\Delta\nu$.

Les deux paramètres du modèle sont \overline{k}_a le coefficient d'absorption moyen sur la bande étroite, défini par la relation 2.16 et Φ le paramètre de forme défini par la relation 2.17.

$$\overline{k}_a = \frac{1}{\Delta\nu} \int_0^\infty k_{a,\nu} d\nu \quad (2.16)$$

$$\Phi = \frac{2\bar{\gamma}}{\bar{\delta}} \quad (2.17)$$

Il est à noter que Zhu [89] a proposé un modèle statistique pour une distribution d'intensité de raies plus générale que la loi exponentielle inverse de Malkmus. Le modèle de Malkmus correspond à un cas particulier de cette formulation générale [38].

2.6.2.2 Les modèles de bande étroite formulés en k-distribution

Une alternative aux modèles de bande étroite formulés en transmittivité moyenne consiste à considérer une représentation du coefficient d'absorption à l'intérieur de la bande étroite $\Delta\nu$. C'est le principe des k-distributions, consistant à considérer la distribution statistique du coefficient d'absorption. En milieu homogène, le seul paramètre dépendant de la fréquence à l'intérieur d'une bande étroite est le coefficient d'absorption $k_{a,\nu}$.⁵ Il est donc possible, à l'intérieur d'une bande étroite donnée, de remplacer la dépendance en ν par une dépendance à $k_{a,\nu}$. L'intégrale fréquentielle d'une grandeur radiative A quelconque est équivalente à une intégrale de A sur les valeurs de $k_{a,\nu}$:

$$\frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} A(\nu) d\nu = \int_0^\infty A(k_a) f(k_a) dk_a \quad (2.18)$$

Où f est la fonction de distribution des coefficients d'absorption. Les intégrales sur la fréquence peuvent être reformulées comme intégrales sur k_a . Par exemple, Eq. 2.13 devient :

$$\bar{\tau}(l) = \int_0^\infty f(k_a) \exp(-k_a l) dk_a \quad (2.19)$$

On voit alors que $\bar{\tau}(l)$ est une transformée de Laplace de f . Si on note \mathcal{L} la transformée de Laplace, on a :

$$\bar{\tau}(l) = \mathcal{L}\left(f(k_a)\right) \quad (2.20)$$

Le choix d'une fonction de distribution f détermine le modèle en k-distribution utilisé. Nous allons nous intéresser à deux formes possibles des modèles en k-distribution : les modèles en k-distributions où la fonction f est exprimée à l'aide d'un modèle de transmittivité moyenne, comme le modèle en transmittivité moyenne de Malkmus, et les modèles en k-distribution basés sur une discrétisation des valeurs du coefficient d'absorption.

1 - Modèle en k-distributions exprimé en termes de transmittivité moyenne

Une façon de choisir la fonction f consiste à utiliser un modèle de transmittivité moyenne statistique. Domoto utilisa le modèle de Malkmus [16], qui propose un modèle statistique à deux paramètres pour la transmittivité moyenne (cf. paragraphe 2.6.2.1). Si on note \mathcal{L}^{-1} la

⁵Nous avons vu que la luminance de corps noir pouvait être considérée comme constante à l'intérieur d'une bande étroite. Pour les applications de type atmosphérique, les propriétés optiques des particules (coefficient d'absorption, de diffusion, albédo de diffusion simple) doivent également être considérées comme indépendantes de la fréquence à l'intérieur d'une bande étroite pour pouvoir utiliser un modèle en k-distributions.

transformée inverse de Laplace, la relation 2.20 permet d'écrire :

$$f(k_a) = \mathcal{L}^{-1}\left(\bar{\tau}(l)\right) \quad (2.21)$$

La fonction $f(k_a)$ est aussi appelée fonction de transmittivité inverse. En utilisant le modèle statistique de Malkmus, la fonction $f(k_a)$ s'exprime de la façon suivante :

$$f(k_a) = f_M(k_a) = \sqrt{\frac{\Phi k_a}{2\pi k_a^3}} \exp\left[-\frac{\Phi}{2} \frac{(k_a - \bar{k}_a)^2}{k_a \bar{k}_a}\right] \quad (2.22)$$

Dufresne et al. [19] ont montré que cette fonction f_M est une fonction Gaussienne inverse, aux propriétés mathématiques bien connues, qui ont notamment permis un échantillonnage optimisé des coefficients d'absorption, dans un algorithme de Monte-Carlo.

2 - Modèle en k-distributions basé sur une discréétisation des valeurs de k_a

Une autre manière permettant d'obtenir la fonction f consiste, à partir du spectre de k_a issu d'un modèle raie par raie, à découper l'intervalle $\Delta\nu$ en M intervalles (ici indicés i) à l'intérieur desquels k_a varie de façon monotone entre $k_{a,min}^i$ et $k_{a,max}^i$. On obtient la fonction f suivante :

$$f(k_a) = \frac{1}{\Delta\nu} \sum_{i=1}^M W_i(k_a) \frac{1}{\left|\frac{dk_a}{d\nu}\right|} \quad (2.23)$$

Avec $W_i(k_a) = 1$ si $k \in [k_{a,min}^i, k_{a,max}^i]$, sinon $W_i(k_a) = 0$. Ainsi exprimée, la fonction f est aussi complexe à manipuler que le spectre de $k_a(\nu)$. On introduit alors g la fonction de répartition de f , définie de la façon suivante : $g(k_a) = \int_0^{k_a} f(k) dk$. La fonction g est une fonction monotone, croissante et définie sur l'intervalle $[0, 1]$, ce qui permet de l'inverser. Soit g^{-1} la fonction inverse de g . Le calcul d'une grandeur radiative A quelconque (Eq. 2.18) peut être reformulé de la façon suivante :

$$\frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} A(\nu) d\nu = \int_0^\infty A(k_a) f(k_a) dk_a = \int_0^1 A(g) dg \quad (2.24)$$

A ce stade là, la fonction $k_a(g)$, correspondant à un ré-arrangement des valeurs de k_a , contient toute l'information du spectre de raies. Encore une fois, comme f dans Eq. 2.23, elle est donc aussi complexe à utiliser que la fonction $k_a(\nu)$ initiale. Mais $k_a(g)$ étant croissante, il est possible de lui appliquer une quadrature, afin d'estimer rapidement de façon approchée

le résultat de toute intégrale fréquentielle :

$$\frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} A(\nu) d\nu = \int_0^1 A(k_a(g)) dg \approx \sum_{j=0}^{N_q} \omega_j A(k(g_j)) \quad (2.25)$$

Où N_q est l'ordre de la quadrature. On choisit généralement parmi les quadratures de Gauss, une quadrature qui permet de bien représenter la distribution $k_a(g)$ dans la limite $g \rightarrow 1$.

A partir du problème consistant à calculer une grandeur A moyennée sur une bande étroite, où la transmittivité n'est pas exponentielle, et où il était donc impossible d'utiliser les techniques de résolution du calcul monochromatique, la méthode des k-distributions permet donc de se ramener à N_q calculs gris⁶ où on peut utiliser une méthode de résolution de l'ETR monochromatique. La solution se présente alors sous la forme d'une somme pondérée de calculs gris.

2.6.3 Prise en compte des hétérogénéités

Les modèles spectraux présentés faisaient jusqu'à présent l'hypothèse d'un milieu homogène en concentrations, pression, température, etc. Dans un problème atmosphérique, cela revient à négliger les fortes hétérogénéités (notamment de pression, mais aussi de concentrations et de température) de l'atmosphère terrestre. Or, dans le cas général, on veut pouvoir tenir compte des hétérogénéités des propriétés optiques des gaz sur la verticale.

Dans un modèle de bande étroite formulé en transmittivité moyenne, il est classique d'utiliser l'approximation de Curtis-Godson, qui consiste à considérer que la transmittivité moyenne $\bar{\tau}_{CG}$ d'une colonne de gaz hétérogène de dimension l suit la transmittivité moyenne d'une colonne homogène équivalente. Dans le cas du modèle de Malkmus, le coefficient d'absorption équivalent $\bar{k}_{a,CG}$ et le paramètre de forme Φ_{CG} sont définis comme :

$$\bar{k}_{a,CG}(l) = \frac{\int_0^l \bar{k}_a(\sigma) d\sigma}{\int_0^l d\sigma} \quad (2.26)$$

$$\bar{\Phi}_{CG} = \frac{\int_0^l \bar{k}_a(\sigma) \Phi d\sigma}{\int_0^l \bar{k}_a(\sigma) d\sigma} \quad (2.27)$$

⁶Il ne s'agit pas de calculs monochromatiques, étant donné qu'à une valeur de k_a correspondent plusieurs fréquences. Cependant, les méthodes de résolution de l'ETR monochromatique sont utilisables pour chacun de ces N_q calculs gris.

La transmittivité moyenne d'une colonne de gaz hétérogène de dimension l devient :

$$\bar{\tau}_{CG} = \exp\left[\Phi_{CG} - \Phi_{CG}^*(l)\right] \quad (2.28)$$

Avec :

$$\Phi_{CG}^*(l) = \Phi_{CG}\left(1 + 2\frac{\overline{k_{a,CG}}l}{\Phi_{CG}}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.29)$$

Dans un modèle de bande étroite formulé en k-distribution, on retiendra la méthode C-K (ou méthode des k-corrélés). Même si la présence d'hétérogénéités ne permet plus d'écrire, pour l'ensemble du système, une fonction f et sa fonction de répartition g , on peut cependant définir, en chaque point \mathbf{x} , une fonction de transmittivité inverse f_x , la fonction de répartition g_x , et définir un champ de $\mathbf{k}_a(\mathbf{g})$, c'est à dire une fonction $k_a(g)$, différente en chaque point, dans le même esprit que l'on a une fonction $k_a(\nu)$ en chaque point, de telle façon que le calcul de la grandeur radiative A puisse s'exprimer de la façon suivante :

$$\int_{\Delta\nu} A(k_a(\nu))d\nu \approx \int_0^1 A(\mathbf{k}_a(\mathbf{g}))dg \quad (2.30)$$

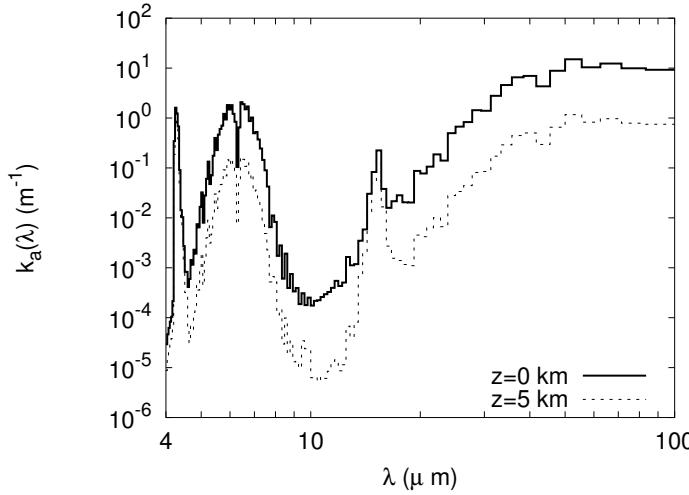


FIG. 2.10: Spectre de k_a (en m^{-1}) en fonction de la longueur d'onde λ , pour une atmosphère aux moyennes latitudes et en été, représenté pour deux altitudes : $z = 0 \text{ km}$ et $z = 5 \text{ km}$.

Dans le cas général, la relation précédente n'est vérifiée que lorsque la forme du spectre de k_a ne change pas lorsqu'on passe d'un point du milieu à un autre. En situation atmosphérique, cela revient à considérer que les spectres de k_a à deux altitudes différentes peuvent se déduire l'un de l'autre par une simple homothétie. Cependant, comme le montre la figure 2.10,

le spectre de k_a se déforme de façon assez importante avec l'altitude, à cause des effets d'élargissement des raies avec la pression, et l'apparition ou la disparition de raies à différentes altitudes (présence d'ozone très localisée, absence de vapeur d'eau au-dessus d'une certaine altitude, etc), cf. chapitre 3.

2.7 Caractérisation des propriétés de diffusion

Nous décrirons de façon succincte dans ce paragraphe les modèles qui permettent d'évaluer les propriétés radiatives des particules présentes dans l'atmosphère. Ces particules en suspension sont principalement les gouttelettes d'eau dans les nuages et les brouillards, les aérosols (plutôt présents en bas de l'atmosphère) et les cristaux de glace que l'on trouve dans les nuages de haute altitude.

Nous avons mentionné dans un précédent paragraphe, les hypothèses relatives au phénomène de diffusion qui permettent d'écrire l'équation de transfert radiatif. Les paramètres qui permettent de caractériser le phénomène de diffusion dans l'ETR sont, sous ces hypothèses, le libre parcours moyen de diffusion en fonction de la fréquence (inverse du coefficient de diffusion), ainsi que la fonction de phase de diffusion. Les particules diffusantes dont on parle ici interagissent également avec le rayonnement au travers du phénomène d'absorption, ce qui rajoute au coefficient d'absorption des gaz un coefficient d'absorption propre aux particules. Nous allons décrire les modèles qui permettent d'obtenir ces grandeurs macroscopiques.

2.7.1 Les modèles classiques

La diffusion du rayonnement par les particules est généralement modélisée de façon différente en fonction des valeurs du paramètre de taille ($x_p = \frac{\pi D}{\lambda}$) qui représente le rapport entre la dimension caractéristique des particules (D) et la longueur d'onde du rayonnement incident (λ) :

- Pour les grandes valeurs de x_p (*supérieures à 10*), les particules sont très grandes devant la longueur d'onde et les lois de l'optique géométrique peuvent s'appliquer ; on utilise plutôt le vocabulaire de réflexion et de réfraction. La théorie de l'optique géométrique est basée sur les lois de Descartes. Le phénomène des arcs-en-ciel (diffusion de la lumière visible par des gouttes d'eau par exemple) peut être entièrement expliqué d'après les lois de l'optique géométrique.

- Pour les faibles valeurs de x_p (*inférieures à 0,1*), on peut utiliser l'approximation de diffusion de Rayleigh. Les tailles des centres diffuseurs étant petites devant la longueur d'onde du rayonnement incident, il est possible de considérer le champ uniforme à l'échelle de la zone d'interaction. Cette simplification permet de montrer assez facilement que la section efficace de diffusion (que l'on ramène au libre parcours moyen de diffusion connaissant les concentrations de centres diffuseurs) varie comme l'inverse de la puissance quatrième de la longueur d'onde ($\propto \lambda^{-4}$). Une manifestation bien connue de ce résultat est l'apparence bleue du ciel ; les rayonnements de courte longueur d'onde (le bleu dans la partie visible du spectre) ont un libre parcours moyen plus faible que les rayonnements de grande longueur d'onde (rouge). Compte tenu de la plage de longueur d'onde rencontrée dans le domaine de l'infrarouge, ce mécanisme de diffusion est négligeable.
- Pour tous les cas intermédiaires, sous entendu pour des valeurs de x_p proches de l'unité, il n'est pas possible d'utiliser les approximations décrites précédemment. Il est donc nécessaire de développer une théorie plus générale. La théorie de Mie, qui fait l'hypothèse de sphéricité des particules est très utilisée dans la pratique pour rendre compte des propriétés macroscopiques de diffusion, y compris pour des particules non sphériques comme les cristaux de glace ou les aérosols minéraux [87]. Il a été montré qu'il est nécessaire de tenir compte de la non-sphéricité de ces particules afin de calculer de façon correcte leurs concentrations à partir de mesures radiométriques (effectuées au sol ou à bord de satellites) [17, 56]. Par contre, l'utilisation de la théorie de Mie pour calculer les propriétés radiatives de particules non sphériques a peu d'influence sur le calcul des flux au sol et au sommet de l'atmosphère[57].

On peut noter à titre d'illustration le cas des particules agrégées : on rencontre dans les phénomènes de combustion des agrégats de suie, formés par des particules élémentaires sphériques, de diamètre de l'ordre de la dizaine de micromètres. Les agrégats eux-mêmes pouvant atteindre des dimensions de l'ordre du millimètre, et compter plusieurs milliers de particules élémentaires. Dans ce cas, les effets de diffusion dépendante ne peuvent plus être négligés. Cependant, aucune méthode ne permet actuellement de prendre en compte ces effets de manière satisfaisante en des temps de calcul raisonnables. Encore une fois, c'est la théorie de Mie qui permettra de calculer les propriétés optiques d'une particule élémentaire. Les effets de l'agrégation de ces particules élémentaires peuvent être représentés à l'aide de la théorie de Rayleigh-Debye [25], valable pour des particules dont l'indice de réfraction m est proche de l'unité.

Pour tous les cas qui nous concernent, les propriétés de diffusion et d'absorption des particules en suspension seront évaluées à l'aide d'un code de calcul basé sur de la

théorie de Mie. Pour ce faire il est important d'avoir une idée précise de la distribution des tailles des particules présentes. Nous verrons dans un chapitre ultérieur qu'une représentation de cette distribution des tailles est souvent possible à partir d'un seul paramètre géométrique, le “rayon effectif”, et de la connaissance de la fraction volumique de l'espèce considérée.

2.7.2 Représentation de la fonction de phase

Nous avons dans le paragraphe précédent assez peu discuté des formes possibles que peut prendre la fonction de phase dans le cadre de la théorie de Mie. La fonction de phase $\Phi(\mathbf{u}, \mathbf{u}')$ telle qu'elle est définie dans la relation 2.10 est une densité de probabilité qu'un rayon incident dans une direction \mathbf{u} soit diffusé dans une direction \mathbf{u}' . Dans un cas tout à fait général, la fonction dépend de l'angle zénithal et de l'angle azimuthal. Cette fonction de phase, bien que pouvant prendre des formes complexes, est souvent caractérisée par une forte composante de la partie diffusée dans le sens du rayonnement incident (diffusion “avant”) (cf. [58]). Dans notre contexte, il serait trop fastidieux de rendre compte de façon exacte de la forme de ces fonctions. En pratique, pour des applications de type atmosphérique, on utilise en général une forme fonctionnelle à un paramètre relativement simple, la fonction de Henyey-Greenstein [36]. Il a été montré que l'utilisation de cette fonction permettait d'obtenir une bonne précision sur le calcul des flux radiatifs atmosphériques [84]. Elle permet également de bien représenter les fonctions de phase présentant un fort pic de diffusion vers l'avant.

La symétrie azimuthale de la fonction de phase permet une écriture en fonction de la seule variable θ . Pour des raisons de commodité, on introduit une variable intermédiaire qui représente le cosinus de cet angle ($\mu = \cos(\theta)$). La fonction de phase normalisée de Henyey-Greenstein peut alors s'écrire :

$$\Phi_{HG}(\mu) = \frac{1}{4\pi} \frac{1 - g^2}{[1 + g^2 - 2g\mu]^{\frac{3}{2}}} \quad (2.31)$$

On note que cette fonction ne dépend que du seul paramètre g , appelé facteur d'asymétrie de la fonction de phase. Il correspond à la moyenne des cosinus, soit :

$$g = \int_{-1}^1 \mu \Phi(\mu) d\mu \quad (2.32)$$

Ce facteur d'asymétrie a une interprétation directe : la valeur $g = 0$ correspond à une

fonction de phase symétrique, c'est à dire que la probabilité de diffusion vers les directions avant ($\mu > 0$) sera égale à la probabilité de diffusion vers les directions arrières ($\mu < 0$). Dans le cas de la fonction de phase de Henyey-Greenstein, cette valeur de g correspond à une fonction de phase isotrope. La valeur $g = -1$ caractérise une fonction de phase qui diffuse tout rayon incident dans la direction inverse de la direction d'incidence (rétrodiffusion pure, Dirac arrière). La valeur $g = 1$ caractérise une fonction de phase qui diffuse tout rayon incident dans la direction d'incidence (Dirac avant), ce qui revient à une apparence de non diffusion des rayons incidents.

2.8 Complément de bibliographie

En plus des références bibliographiques mentionnées au fil du texte dans ce chapitre, il est utile de préciser que divers éléments ont été repris et adaptés des cours du DEA *Énergétique et Transferts* de l'UPS (Richard Fournier, Mouna El Hafi, Alain Trombe), du cours de DEA de Yves Fouquart, (Université des Sciences et Technologies de Lille 1), du cours de DEA de Patrick Snabre (Université de Perpignan), ainsi que du cours de J.J. Greffet (École Centrale Paris) pour l'école de printemps de rayonnement thermique, Oléron.

Chapitre 3

Transferts radiatifs atmosphériques

Dans une première partie, ce chapitre donne un aperçu de la complexité des interactions entre le rayonnement infrarouge et les composants de l'atmosphère terrestre. Puis nous verrons quelles sont les principales méthodes de résolution de l'équation de transfert radiatif qui peuvent être utilisées afin de mettre au point un code de modélisation des transferts radiatifs infrarouges dans les atmosphères planétaires. Enfin nous énoncerons les choix méthodologiques qui nous ont permis de mettre au point l'algorithme numérique qui sera présenté au chapitre suivant.

3.1 Physique du rayonnement atmosphérique

L'atmosphère terrestre peut être vue comme une immense machine thermodynamique, qui possède sa propre circulation [38], couplée avec la dynamique de redistribution de l'énergie par les océans. Le moteur de la circulation générale atmosphérique est constitué par le chauffage différentiel de l'atmosphère : la densité de flux solaire reçue par la Terre sera plus importante à l'équateur qu'aux pôles. Il en résulte une advection d'air chaud dans les zones tropicales. Pour une planète qui ne tourne pas (ou qui tourne très lentement comme Vénus), cet air chaud est ensuite transporté jusqu'aux pôles, où il est refroidi avant de retourner en direction des tropiques. Pour une planète animée d'un mouvement de rotation rapide, comme la Terre, les particules d'air chaud se dirigeant vers les hautes latitudes se mettent à tourner plus vite que la planète, du fait de la conservation de leur moment cinétique : il y a création d'un vent qui va freiner la circulation méridienne. Cet effet a été expliqué par Hadley en 1735, ce qui a permis de comprendre la formation des alizés. D'autres processus, appelés

instabilités, vont être à l'origine de redistributions de l'énergie cinétique de l'écoulement moyen. On pourra trouver une description plus approfondie des phénomènes régissant la circulation générale atmosphérique, par exemple dans le travail de F. Hourdin [38].

Avant de nous concentrer sur le rayonnement infrarouge, nous allons donner une brève description de la structure et de la composition de l'atmosphère terrestre.

3.1.1 Structure dynamique et thermique de l'atmosphère terrestre

L'accélération de la gravité, en imposant une force verticale à toute molécule de gaz atmosphérique, s'équilibre avec la force centrifuge résultant des forces de pression différentielles (force d'Archimède) pour créer une stratification verticale de matière dans l'atmosphère.

En effet, si on considère un volume de gaz élémentaire dV de section dS et de hauteur dz , les forces verticales qui s'exercent sur ce volume sont :

- Son poids, force centripète de valeur $\rho(z).g.dV$, avec g l'accélération de la gravité, et $\rho(z)$ la masse volumique du gaz à l'altitude z .
- La force de pression centrifuge $p(z).dS$ en z sur sa section inférieure.
- La force de pression centripète $p(z + dz).dS$ en $z + dz$ sur sa section supérieure.

On aboutit donc à l'équation d'équilibre hydrostatique :

$$\frac{dp(z)}{dz} = -\rho(z).g \quad (3.1)$$

En faisant l'approximation que le gaz atmosphérique se comporte comme un gaz parfait, on peut écrire : $\rho(z) = \frac{p(z)}{RT(z)}$, avec R la constante spécifique du gaz : $R = R^*/\mathcal{M} = 287,04 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, si $R^* = 8,3144 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$ est la constante universelle des gaz parfaits, et $\mathcal{M} = 28,966 \text{ g.mol}^{-1}$ est la masse molaire de l'air sec. Finalement, on obtient :

$$p(z) = p_0 \exp\left(-\int_0^z \frac{g}{RT(z')} dz'\right) \quad (3.2)$$

Où p_0 est la pression au sol. Comme le montre la figure 3.1, la pression décroît globalement suivant une loi exponentielle avec l'altitude.

L'atmosphère terrestre est divisée en différentes régions : dans la troposphère, qui s'étend jusqu'à une altitude de 10 km environ (100 hPa), la température décroît approximativement de façon linéaire, d'environ $6,5 \text{ K/km}$ (cf. Fig. 3.2). La température reste ensuite à peu près constante jusqu'à la stratosphère, qui est séparée de la mésosphère par la stratopause, à

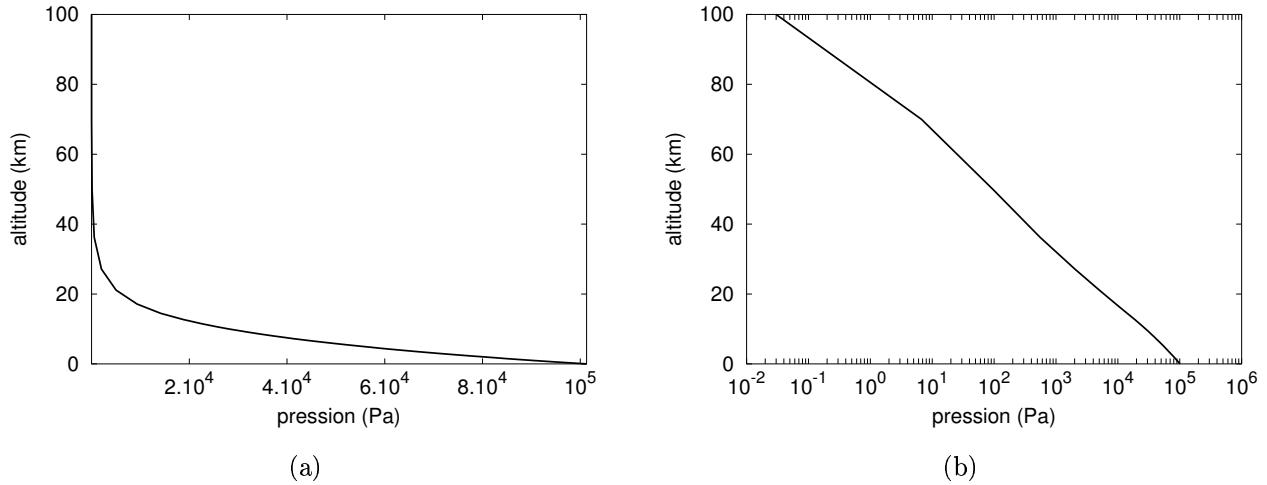


FIG. 3.1: (a) : pression (Pa) en fonction de l'altitude pour l'atmosphère terrestre, aux moyennes latitudes, et en été; (b) : idem, en échelle logarithmique

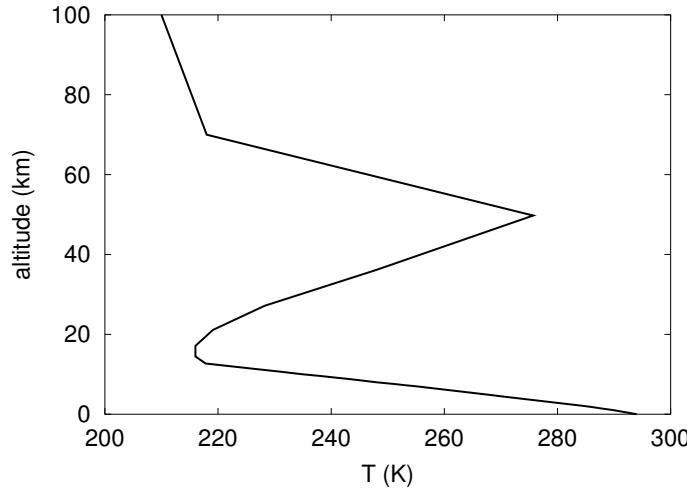


FIG. 3.2: Profil de température (K) dans l'atmosphère terrestre, aux moyennes latitudes, en été

environ 50 km d'altitude (1 hPa). La température augmente dans la stratosphère, puis décroît de nouveau dans la mésosphère, qui culmine à environ 85 km (0,01 hPa). Au-dessus de la mésosphère se trouve la thermosphère, où la température croît rapidement : elle atteint environ 500°C à 120 km, et 1700°C à 600 km d'altitude.

En dessous de 100 km d'altitude, le transport turbulent est largement dominant sur

le transport diffusif, car le libre parcours moyen des molécules¹ est très petit : il est de l'ordre de 10^{-7} m au niveau du sol. Le transport turbulent dominant dans cette zone permet d'homogénéiser les concentrations de toutes les espèces gazeuses ; la zone située en dessous de 100 km d'altitude est dénommée homosphère.

Au-dessus de 100 km d'altitude, on observe une transition dans les processus qui contrôlent la stratification de masse et la composition de l'air. En effet, le libre parcours moyen des molécules augmente de façon exponentielle avec l'altitude : il est de 1 m à 100 km d'altitude. A partir de 100 km , le mode de transport dominant est le transport diffusif. La zone comprise entre 100 et 500 km d'altitude est dénommée hétérosphère. Étant donné que c'est la diffusion moléculaire qui va dominer la stratification de masse dans cette zone, la concentration des espèces les plus lourdes va décroître plus vite que celles des espèces plus légères.

A partir du niveau critique, situé à environ 500 km d'altitude, se situe l'exosphère. Les collisions moléculaires deviennent alors si rares que les molécules suivent des trajectoires paraboliques qui les amènent dans l'espace. Ces trajectoires sont déterminées par la vitesse et la direction des molécules au niveau critique. Les molécules qui possèdent une vitesse supérieure à la vitesse de libération (environ 11 km.s^{-1} pour la Terre) disposent donc d'une énergie cinétique suffisante pour leur permettre de quitter définitivement l'atmosphère. En pratique, les atomes d'hydrogène, les plus légers, produits par la photo-dissociation de l'eau à des niveaux inférieurs, possèdent une vitesse moyenne de $4,08 \text{ km.s}^{-1}$, et une fraction de 0,01 % de ces atomes possède une vitesse supérieure à la vitesse de libération. Ce phénomène explique que la concentration d'hydrogène dans l'atmosphère terrestre soit très faible.

3.1.2 Composants gazeux de l'atmosphère terrestre

L'atmosphère terrestre est composée à environ 78 % d'azote et 21 % d'oxygène, mais ces deux gaz ne sont pas actifs d'un point de vue radiatif, car les molécules diatomiques sont dépourvues de moment dipolaire, et ne présentent pas de transition de type rotationnel. Nous allons uniquement nous intéresser à la faible proportion des composants gazeux de l'atmosphère terrestre qui présentent des transitions de type rotationnel et vibrationnel, et qui interagissent avec le rayonnement dans la plage infrarouge.

¹Distance que parcouruent en moyenne les molécules entre deux chocs successifs

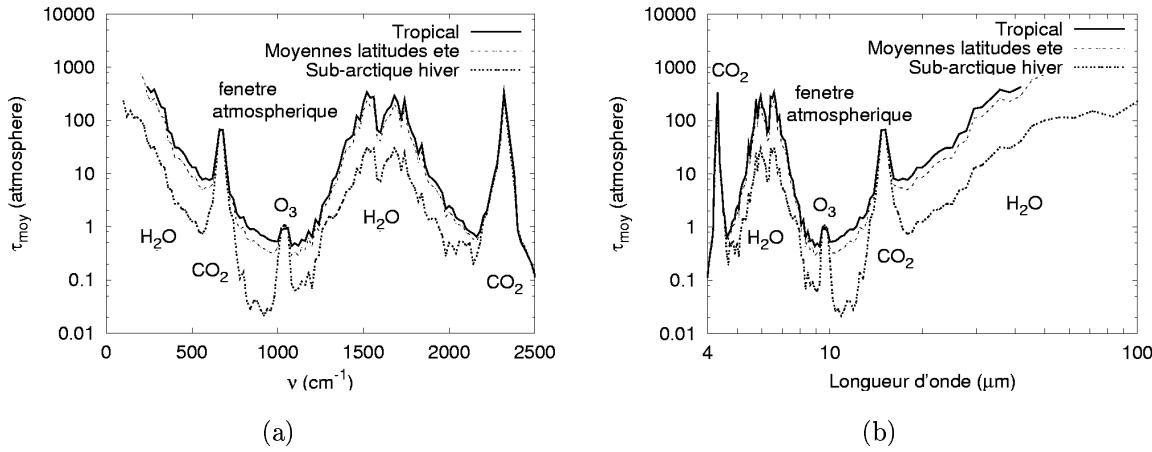


FIG. 3.3: Épaisseur optique moyenne de l'atmosphère terrestre pour la partie du spectre comprise entre 4 et 100 μm , représentée en fonction (a) de la fréquence ν (en cm^{-1}) et (b) de la longueur d'onde λ (en μm), pour trois atmosphères standard : une atmosphère tropicale sèche, une atmosphère aux moyennes latitudes en été, et une atmosphère sub-arctique en hiver.

3.1.2.1 L'eau

L'eau est présente sous trois formes dans l'atmosphère terrestre : sous forme de vapeur, elle est mélangée aux autres gaz ; sous forme liquide, elle constitue les gouttelettes qui forment les nuages, et sous sa forme solide, elle forme des cristaux de glace qui se trouvent dans les nuages d'altitude.

Sous forme gazeuse, l'eau est intensément active dans le domaine infrarouge : c'est même le premier gaz à effet de serre², loin devant le CO_2 . En effet, son spectre de raies est très complexe. Deux bandes d'absorption majeures de l'eau sont présentes dans le domaine infrarouge auquel s'intéresse cette étude (entre 4 et 100 μm) : la région spectrale s'étendant entre 5,5 μm et 7,14 μm , ainsi que la région s'étendant de 30 μm à 100 μm (cf. figure 3.3).

La plus grande partie de la vapeur d'eau présente dans l'atmosphère est produite par évaporation au-dessus des océans dans les zones tropicales. La vapeur d'eau est ensuite transportée par de grandes cellules de convection, mais également par des mouvements d'advection (mouvements horizontaux dûs aux tourbillons de grande échelle).

²Le terme “effet de serre” utilisé dans ce manuscrit correspond à l’effet d’élévation de la température du sol résultant des différences entre les propriétés de transmission de l’atmosphère dans le domaine visible et dans le domaine infrarouge : on pourra donc parler d’effet de serre dû à un composant particulier de l’atmosphère (nuage, vapeur d’eau, CO_2 , ozone, etc.)

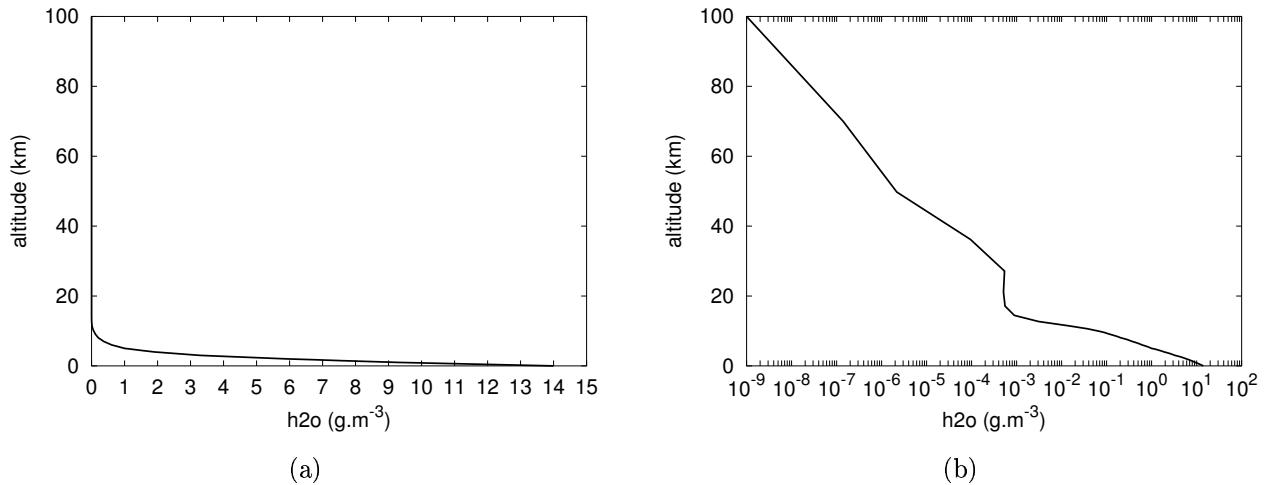


FIG. 3.4: (a) : concentration en vapeur d'eau ($g.m^{-3}$) en fonction de l'altitude pour l'atmosphère terrestre, aux moyennes latitudes, et en été ; (b) : idem, en échelle verticale logarithmique

On peut voir (cf. Fig. 3.4) que la concentration en eau dans l'atmosphère terrestre décroît très rapidement avec l'altitude, de façon quasi-exponentielle jusqu'à environ 15 km. En pratique, considérons un volume élémentaire d'air chargé en eau, plus chaud que le milieu extérieur, et qui se déplace donc vers le haut sous l'effet de la convection. En montant, ce volume d'air se détend de façon adiabatique³, et sa température décroît : le travail correspondant à l'expansion du volume est fourni par son énergie interne, ce qui fait chuter sa température. L'humidité relative de l'air augmente donc. Arrivé à un certain niveau, l'air est saturé en eau, et cette eau commence à se condenser. C'est le mécanisme de formation des nuages, et le niveau à partir duquel la vapeur d'eau commence à se condenser est appelé niveau de saturation ou Liquid Condensation Level (LCL).

Une augmentation de la température moyenne de l'atmosphère peut conduire, par évaporation de l'eau des océans dans les zones tropicales, à l'accroissement de la quantité de vapeur d'eau contenue dans l'atmosphère ; une augmentation de la quantité de vapeur d'eau dans l'atmosphère va conduire à une augmentation de l'effet de serre dû à cette vapeur d'eau, ce qui va avoir pour conséquence d'augmenter de nouveau la température moyenne de l'atmosphère. C'est ce qu'on appelle "rétroaction à la vapeur d'eau".

³Le temps caractéristique de la convection est de quelques minutes à un jour, ce qui est faible devant le temps caractéristique des ajustements thermiques, évalué à deux semaines [70]p58 pour l'atmosphère terrestre

D'autre part, le mécanisme de condensation évite que les molécules d'eau soient entraînées trop haut, où elles seraient alors détruites par photo-dissociation en atomes d'oxygène et d'hydrogène, ces derniers finissant irrémédiablement par quitter l'atmosphère terrestre (cf. paragraphe 3.1.2.1). Le phénomène de condensation explique donc qu'il y ait encore de l'eau sur Terre.

3.1.2.2 Le dioxyde de carbone

Le CO_2 est présent en faible concentration dans l'atmosphère terrestre (environ 365 ppmv, constant sur la verticale jusqu'à 100 km), et c'est un gaz très actif dans l'infrarouge : il est à l'origine de deux bandes d'absorption, la première entre 4,2 et 4,3 μm , la seconde entre 14,5 et 15,6 μm (cf. figure 3.3). De manière similaire au cycle de la vapeur d'eau, il existe bien un cycle du CO_2 sur Terre : relâché dans l'atmosphère lors des processus de combustion et de respiration, le CO_2 est ensuite fixé par les végétaux, ou dissous dans les océans. Depuis le début de l'ère industrielle, en revanche, la concentration de CO_2 atmosphérique a tendance à augmenter, à cause de la libération de carbone présent dans les hydrocarbures, et qui ne fait pas partie du cycle à court terme du carbone atmosphérique : en effet, la concentration de CO_2 a augmenté de 280 ppmv à 365 ppmv depuis le début de l'ère industrielle. Le taux de CO_2 prévu pour 2100 varie de 550 à 950 ppmv selon les scénarios envisagés [63]. On attribue à ces rejets atmosphériques de CO_2 et à l'effet de serre qu'ils entraînent, un réchauffement global, qui ne sera pas discuté plus avant ici.

3.1.2.3 L'ozone

L'ozone, présent à l'état de traces dans l'atmosphère terrestre, est également un acteur important sur la scène des transferts radiatifs. Il assure la pérennité de la vie sur Terre en interceptant les rayonnements ultraviolets dangereux.

L'ozone est à l'origine d'une bande d'absorption entre 9,4 et 9,8 μm , située à l'intérieur d'une fenêtre de transparence appelée fenêtre atmosphérique, qui s'étend de 8 à 13 μm environ au niveau du sol (cf. figure 3.3). Comme le montre la figure 3.5, l'ozone se situe principalement dans la stratosphère, en dessous de 30 km. L'ozone est créé par la photo-dissociation de la molécule de dioxygène, sa concentration est donc plus importante aux tropiques en raison d'un flux solaire incident plus important. Dans la troposphère, l'ozone est rapidement détruit par oxydation. Par contre, son temps de vie moyen dans la stratosphère est de plusieurs semaines. A une altitude de 30 km, son temps de vie moyen n'est plus que

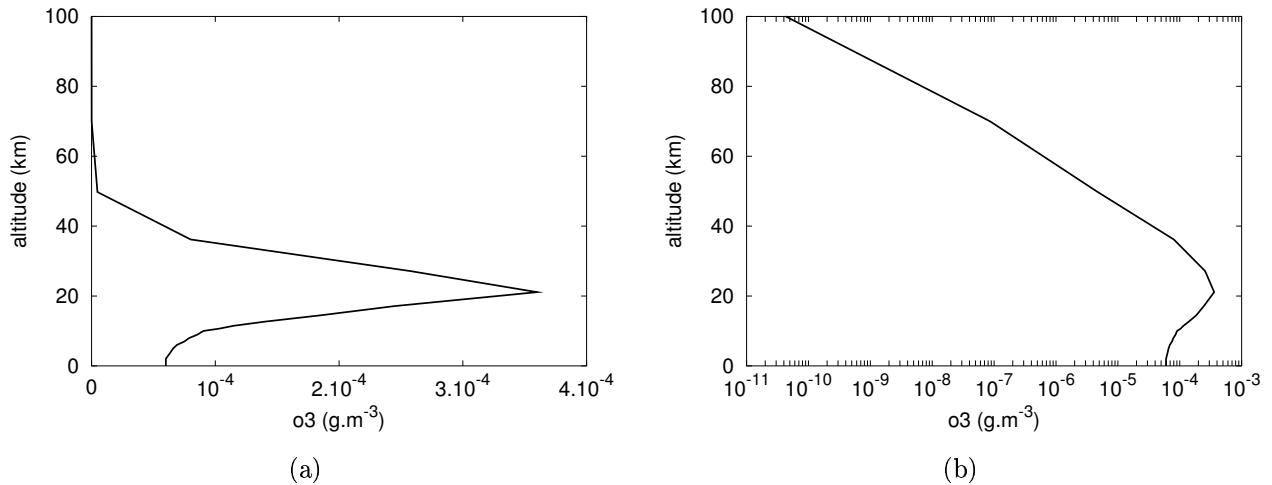


FIG. 3.5: (a) : concentration en ozone ($\text{g} \cdot \text{m}^{-3}$) en fonction de l'altitude pour l'atmosphère terrestre, aux moyennes latitudes, en été ; (b) : idem, en échelle verticale logarithmique

d'un jour, et de seulement une heure à la stratopause (50 km).

3.1.3 Autres composants gazeux

Parmi les autres gaz qu'on trouve à l'état de traces dans l'atmosphère terrestre et qui sont radiativement actifs dans l'infrarouge, on peut citer :

- Le méthane : produit principalement par des processus naturels (activités des bactéries), et depuis quelques décennies, par des processus anthropiques (activités industrielles), qui peuvent représenter jusqu'à 20 % de la production totale de méthane. Le méthane a une durée de vie de l'ordre de 10 ans, d'où sa concentration homogène dans l'atmosphère (environ 1,7 ppmv). Il est principalement détruit par oxydation dans la stratosphère, ce qui conduit à la formation d'eau stratosphérique. Le méthane est un gaz à effet de serre, incriminé au même titre que le CO_2 dans le réchauffement climatique global.
- Les chlorofluorocarbones : produits par l'activité industrielle humaine, ces composés ont une durée de vie de l'ordre de plusieurs décennies, et ne sont pas solubles dans l'eau, ce qui fait qu'ils ne sont pas sujets à être éliminés de l'atmosphère par les précipitations. En plus d'être impliqués dans des séries de réactions chimiques qui conduisent à diminuer les concentrations d'ozone stratosphérique, les chlorofluorocarbones sont des gaz à effet de serre.

- Les composés nitreux : N_2O est naturellement produit par les bactéries dans le sol. Les sources anthropiques de N_2O sont à l'origine d'environ 25 % des rejets totaux. N_2O a une grande durée de vie, et sa dissociation dans la stratosphère est à l'origine du NO stratosphérique, également impliqué dans des réactions catalytiques conduisant à la destruction de l'ozone.

3.1.4 Composants non gazeux de l'atmosphère terrestre

L'atmosphère terrestre comporte un certain nombre d'autres composés, qui ne se présentent pas sous forme gazeuse, et qui jouent un rôle d'un point de vue radiatif dans le domaine infrarouge.

3.1.4.1 Les nuages

Les nuages jouent un rôle dominant dans les échanges radiatifs qui pilotent le système climatique. Vue de l'espace, la moitié de la surface de la Terre est en permanence cachée par des nuages. Les nuages présentent un très large éventail de dimensions, de formes, et de propriétés microphysiques. Ils peuvent être constitués de gouttes d'eau ou de cristaux de glace. Les nuages jouent deux rôles essentiels dans le climat terrestre : d'une part, ils opacifient l'atmosphère dans le domaine visible, et empêchent ainsi une partie du flux solaire d'atteindre le sol. D'autre part, ils absorbent fortement le rayonnement infrarouge émis par le sol et l'atmosphère. De plus, les nuages émettent un rayonnement dans toutes les fréquences de l'infrarouge.

Les nuages ne jouent pas seulement un grand rôle d'un point de vue radiatif : la condensation de la vapeur d'eau qui formera les nuages s'accompagne de la libération de l'énergie latente de vaporisation accumulée par la vapeur d'eau évaporée au niveau des tropiques.

Enfin, la précipitation de l'eau contenue dans les nuages entraîne avec elle les espèces chimiques qui sont solubles dans l'eau, qui servent d'ailleurs souvent de noyaux de condensation aux gouttes d'eau et aux cristaux de glace. Les nuages jouent donc un rôle dans le cycle des aérosols, présentés au paragraphe suivant.

Les nuages se forment pour la plupart au travers des mouvements de convection, lorsque l'air humide est entraîné au-dessus du niveau de saturation (cf. paragraphe 3.1.2.1) et devient sursaturé en eau. On peut classer les nuages en trois catégories principales :

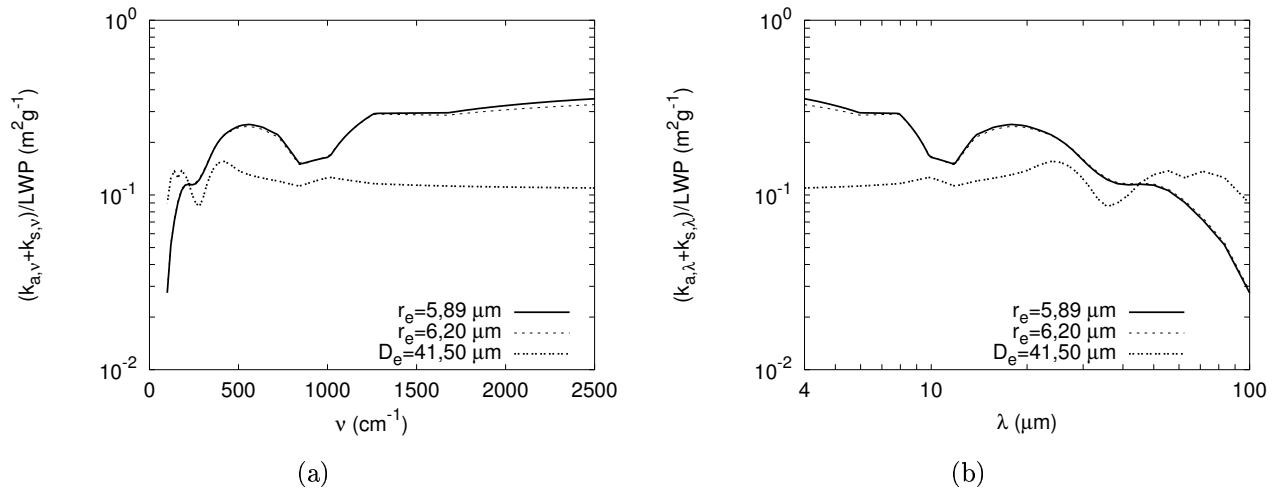


FIG. 3.6: Coefficient d'extinction totale de nuages d'eau (distribution de taille de gouttelettes caractérisée par un rayon effectif $r_e = 5,89\mu m$ et $r_e = 6,20\mu m$) et d'un nuage de glace (distribution de tailles de cristaux caractérisée par un diamètre effectif $D_e = 41,50\mu m$), pour la partie du spectre s'étendant de 4 à $100\mu m$, divisé par le contenu en eau, en $m^2.g^{-1}$ (a) : représentation en fonction de la fréquence ν en cm^{-1} ; (b) : représentation en fonction de la longueur d'onde λ en μm .

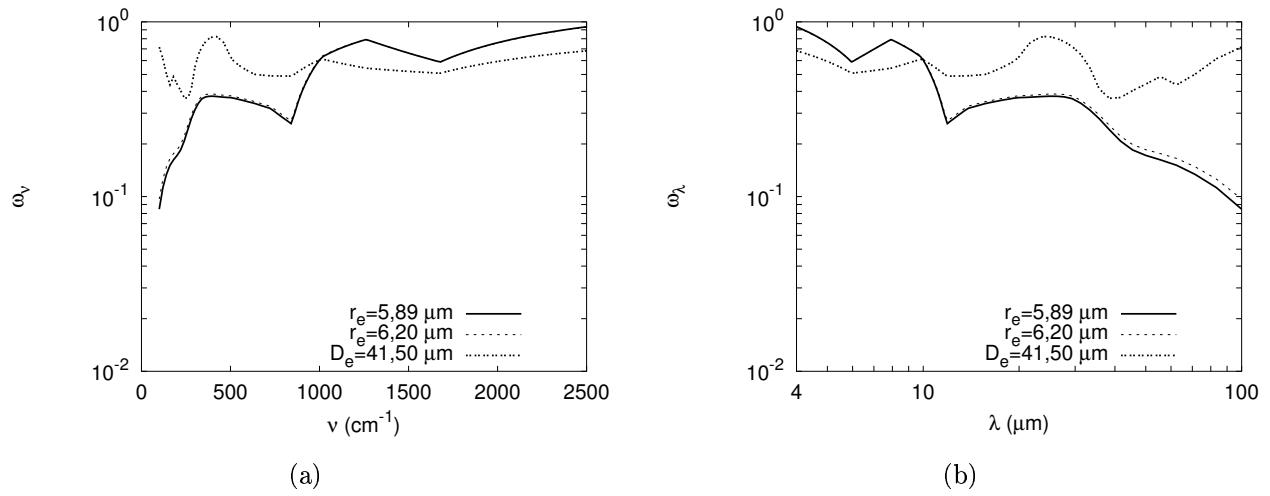


FIG. 3.7: Identique à Fig. 3.6 pour l'albédo de diffusion simple

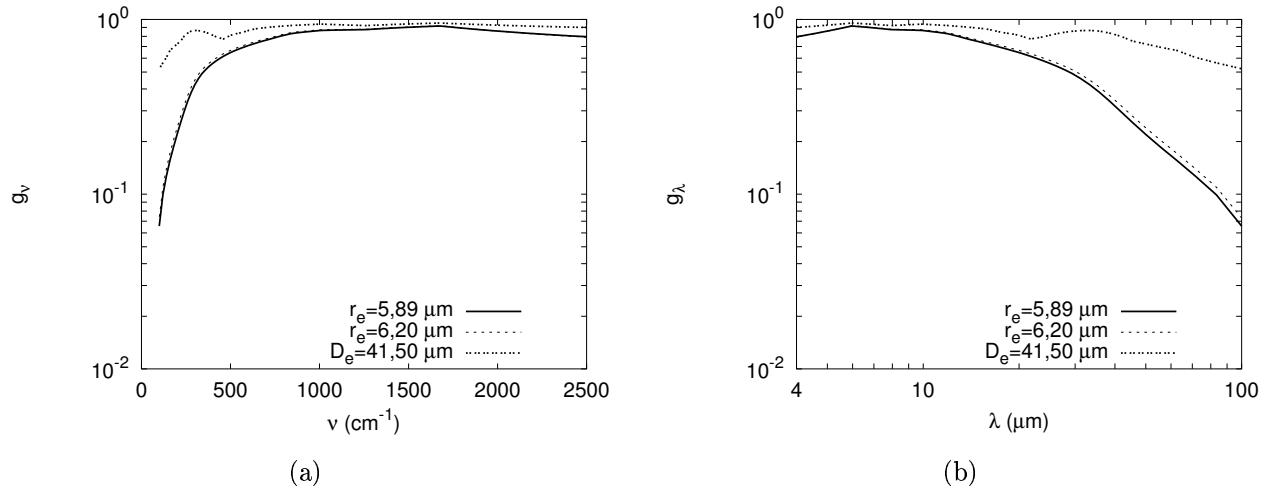


FIG. 3.8: Identique à Fig. 3.7 pour le facteur d'asymétrie de la fonction de phase

- Les nuages stratiformes : (de “strate”=couche nuageuse de grande échelle). Se forment à partir du mouvement ascendant d'une couche d'air humide, stable, de grande taille. Vitesse de déplacement typique menant au développement de stratus : 1 cm.s^{-1} . Durée de vie : de l'ordre de 24 h.
 - Les nuages cumuliformes : (empilement) se forment lors de l'ascension de parcelles d'air humide par convection turbulente. Le moteur de la turbulence est alors l'énergie latente fournie lors de la condensation de la vapeur d'eau. Ordre de grandeur des vitesses verticales : 1 m.s^{-1} dans les cumulus en cours de formation, peut atteindre plusieurs dizaines de mètres par seconde dans les cumulonimbus. Durée de vie : de quelques minutes à plusieurs heures.
 - Les nuages cirriformes : (fibres) peuvent se former par les deux mécanismes précédemment cités. Les cirrus se trouvent à haute altitude, et sont principalement composés de cristaux de glace. Malgré leur faible épaisseur optique, leur influence sur le climat terrestre n'est pas négligeable [49].

Les nuages peuvent également se former non pas au travers de la convection naturelle, mais par convection forcée, lorsqu'une masse d'air s'élève par écoulement le long d'une pente ascendante (montagne). On parle de nuages orographiques, et ils sont structurés sous forme d'ondes.

3.1.4.2 Les aérosols

On regroupe sous le terme d'aérosols toutes les particules solides ou liquides en suspension dans le gaz atmosphérique, avec des tailles caractéristiques allant de $0,01$ à $10 \mu\text{m}$, et des durées de vie qui peuvent aller de quelques heures à plusieurs années. Cette définition peut varier selon les auteurs. On exclut du terme d'aérosols les gouttes d'eau qui forment les nuages. Les interactions entre aérosols, nuages et rayonnement infrarouge, ainsi que les conséquences que ces interactions peuvent avoir sur le climat sont nombreuses. On peut notamment citer :

- Les particules liquides en suspension dans l'atmosphère et la surface des particules solides sont le siège de nombreuses réactions chimiques, qui affectent la formation ou la destruction de gaz actifs dans l'infrarouge (comme l'ozone).
- Effets directs : les aérosols renvoient une partie de l'énergie solaire incidente vers l'espace. Dans le domaine infrarouge, les plus grosses particules d'aérosol (taille supérieure à $1 \mu\text{m}$) absorbent, diffusent et émettent de façon significative le rayonnement.
- Effets indirects sur le climat : les aérosols constituent une source de noyaux de condensation. La présence d'aérosols augmente donc la quantité de gouttelettes formées par condensation dans les nuages. À quantité d'eau condensée identique, la présence d'aérosols fait donc diminuer la taille moyenne des gouttelettes, ce qui diminue l'albédo de diffusion simple des nuages. D'autre part, les aérosols, en modifiant la coalescence des gouttelettes, sont responsables de la diminution de la quantité d'eau précipitable. Leur présence va donc augmenter la quantité d'eau en suspension dans l'atmosphère. En modifiant les propriétés radiatives des nuages, les aérosols jouent donc un rôle sur le bilan thermique du sol.

La classification des aérosols est un problème en soi. La liste suivante, si elle ne permet pas d'établir une classification précise des aérosols, permet en revanche d'en citer les principales familles :

- Les aérosols minéraux, telles les poussières désertiques qui sont arrachées au sol par le vent, et dont la vitesse de chute naturelle est très petite devant la vitesse de transport qui leur est imposée par la convection.
- Les aérosols marins, petites gouttes d'eau chargées en sels, produites par les vagues et entraînées par le vent.
- Les suies, chaînes carbonées résultant de réactions de combustion (qu'il s'agissent de combustions relatives à l'industrie humaine ou des combustions naturelles comme les incendies de forêt).
- Les aérosols volcaniques : cendres émises lors des éruptions volcaniques.

Le total des émissions d'aérosols naturels est estimé à environ 3 milliards de tonnes par an. Par comparaison, le total des émissions d'aérosols anthropiques est estimé à environ 390 millions de tonnes par an.

3.1.5 Illustration

Après l'ensemble des descriptifs précédents, et avant de rentrer dans les détails techniques de la simulation du rayonnement, nous pouvons fixer quelques ordres de grandeur concernant le rôle des phénomènes radiatifs dans le bilan énergétique et les redistributions énergétiques internes de l'atmosphère terrestre. Commençons classiquement par le cas d'une Terre fictive pour laquelle tous les constituants de l'atmosphère sont transparents dans l'infrarouge, située sur la même orbite, et possédant les mêmes conditions de surface, notamment l'albédo planétaire, qui est défini comme la part de flux incident à l'extérieur de l'atmosphère qui sera réfléchie vers l'espace, et dont la valeur moyenne est estimée à 0,3 pour la Terre. Dans ce cas-là, l'équilibre entre le flux solaire incident, le flux réfléchi par le sol et le flux émis par le sol résulterait en une température de surface en moyenne de -18°C . L'atmosphère, et notamment les gaz radiativement actifs dans l'infrarouge, permet donc une élévation de la température de surface, phénomène désigné sous le terme d'effet de serre.

On peut montrer, avec quelques détails, au travers d'un bilan d'énergie moyen, de quelle façon agit l'atmosphère dans son rôle de régulateur de la température de surface. On considère généralement une valeur moyenne⁴ du flux solaire incident de 342 W/m^2 , dans le domaine des ondes courtes. C'est une moyenne sur le cycle diurne, sur l'année, et sur l'ensemble de la surface terrestre (les pôles étant moins ensoleillés que l'équateur). Seulement 49,3 % de ce flux incident est absorbé par le sol : 6,1 % sont réfléchis par les gaz atmosphériques, 20,1 % sont réfléchis par les nuages, 4,7 % sont réfléchis par la surface, 5,8 % sont absorbés par les nuages et 14 % sont absorbés par le gaz. En moyenne, seulement 169 W/m^2 sont donc absorbés par le sol.

Dans le domaine des ondes longues (infrarouge), et en considérant une température de surface moyenne de 288 K , le sol émet 390 W/m^2 en moyenne. On voit tout de suite que cette émission dans l'infrarouge est bien supérieure aux apports solaires. Il faut prendre en compte le fait que le sol va absorber en moyenne 327 W/m^2 d'énergie infrarouge émise par l'atmosphère. Le bilan radiatif du sol peut s'écrire de la façon suivante : flux solaire absorbé par le sol (169 W/m^2) + flux infrarouge émis par l'atmosphère et absorbé par le sol (327 W/m^2) - flux infrarouge émis par le sol (390 W/m^2) = 106 W/m^2 , le réchauffement radiatif de la

⁴Les valeurs numériques données dans ce paragraphe sont issues de l'ouvrage de M.L. Salby [70]

surface. Cette énergie est bien sûr évacuée, d'une part par la convection naturelle (16 W/m^2) et d'autre part par l'absorption de chaleur latente de vaporisation lors de l'évaporation de l'eau des océans (90 W/m^2). Si ces deux derniers mécanismes ne permettaient pas d'évacuer le réchauffement radiatif du sol, la surface devrait être plus chaude de 50 K pour pouvoir évacuer ce flux sous forme de rayonnement infrarouge.

En faisant le bilan radiatif moyen de l'atmosphère (cf. [70]), on se rend compte que la puissance émise par l'atmosphère dans le domaine infrarouge est supérieure de 106 W/m^2 à la puissance absorbée par l'atmosphère (totale sur tout le spectre). Ce déficit de 106 W/m^2 , le refroidissement radiatif de l'atmosphère, correspond précisément aux termes d'apports par chaleur latente et sensible.

On voit donc, à travers ces quelques ordres de grandeur, que le système climatique terrestre repose sur un couplage complexe mais aujourd'hui assez bien cerné, entre les phénomènes d'absorption et d'émission de rayonnement et les autres mécanismes de redistribution internes de l'énergie.

3.2 Les méthodes de simulation numérique du transfert radiatif avec diffusion

Face à nos besoins d'analyse des transferts radiatifs infrarouges dans les atmosphères planétaires, nous avons dû effectuer une série de choix méthodologiques, notamment en ce qui concerne la méthode numérique sous-jacente. Comme il a été montré au paragraphe 3.1, le problème de la modélisation des transferts radiatifs infrarouges atmosphériques est complexe : il faut tenir compte de la présence de nombreux éléments (gaz, nuages, aérosols) radiativement actifs et en constante interaction au travers des phénomènes d'absorption et de diffusion du rayonnement.

Nous allons brièvement explorer dans ce paragraphe les choix qui s'offrent en matière de méthodes permettant une simulation numérique des transferts radiatifs infrarouges, et plus particulièrement les méthodes qui ont été développées ou appliquées dans le cadre spécifique des atmosphères planétaires. Parmi le grand choix de méthodes qui peuvent entrer dans ce cadre, ne sont présentées ici que celles qui permettent de produire des résultats de référence, c'est à dire des méthodes qui permettent de résoudre l'équation de transfert radiatif sous sa forme générale (notamment avec prise en compte de la diffusion), et qui permettent d'approcher la solution du problème d'autant près qu'on le désire.

La présentation qui est faite ici de ces méthodes étant assez sommaire, les lecteurs intéressés par des informations supplémentaires concernant les variantes de ces méthodes, ou les innombrables améliorations dont elles ont fait l'objet, sont invités à se référer au travail de compilation effectué par Thomas et Stamnes [80], à l'ouvrage de M.F. Modest [58] et, dans une moindre mesure, à l'ouvrage de R. Siegel et J.R. Howell [73].

3.2.1 Préambule : formulation des problèmes de transfert radiatif atmosphérique

3.2.1.1 Modèle physique et aspects géométriques

La composition de l'atmosphère à une altitude donnée est constante sur de grandes distances horizontales. Par contre, les concentrations des différents constituants et surtout la pression varient avec l'altitude. Les atmosphères sont donc souvent modélisées en géométrie plan-parallèle, où la seule variable est l'altitude. L'atmosphère est ensuite discrétisée suivant la verticale.

Dans le contexte GCM qui est le nôtre, les effets tridimensionnels des nuages, dans la plage infrarouge, sont communément négligés (à l'exception de quelques travaux [77]⁵), et nous nous en tiendrons ici à cette approximation. Le modèle physique utilisé pour les nuages sera de plus bâti sur l'hypothèse que les propriétés optiques (coefficients d'extinction, albédo de diffusion simple, fonction de phase de diffusion) sont considérées comme homogènes dans chacune des mailles utilisées pour la discréttisation verticale de l'atmosphère. Nous reviendrons sur cette hypothèse, et de façon générale sur le modèle physique de description de l'atmosphère au paragraphe 4.6.1. Les propriétés spectrales du nuage se rajouteront à celles du gaz atmosphérique dans chaque maille de pour définir les propriétés optiques du mélange air-nuage.

Retenir une configuration plans-parallèles a une conséquence immédiate : toutes les grandeurs descriptives du transfert radiatif ne dépendront plus de l'angle azimuthal : on ne considérera plus que des moyennes azimuthales.

⁵Dans le domaine visible du spectre, de nombreux travaux concernant la prise en compte des effets tridimensionnels des nuages (effets d'occultation, de réflexion, etc.) ont été menés dans les dix dernières années.

3.2.1.2 Formulation des transferts radiatifs

Chaque méthode permet de calculer une ou plusieurs grandeurs radiatives. Généralement, la formulation des transferts radiatifs est propre à la méthode de résolution. Il s'agit généralement de formulations en flux ou en luminance.

3.2.1.3 Reformulation de l'ETR

L'Équation de Transfert Radiatif monochromatique donnée par la relation 2.10 est reformulée de la façon suivante en moyenne azimuthale :

$$\mu \frac{\partial L(\tau, \mu)}{\partial \tau} + L(\tau, \mu) = (1 - \omega)B(\tau) + \frac{\omega_0}{4\pi} \int_{4\pi} \Phi(\mu, \mu')L(\tau, \mu')d\omega(\mu') \quad (3.3)$$

Avec :

- $\mu = \cos(\theta)$, θ étant l'angle zénithal.
- τ l'épaisseur optique totale monochromatique le long d'une direction repérée par μ , comptée positivement depuis l'espace ($\tau = 0$ au sommet de l'atmosphère).
- $L(\tau, \mu)$ la luminance monochromatique moyenne sur les directions azimuthales, au point repéré par l'épaisseur optique τ , sur une direction repérée par μ .
- $B(\tau)$ la luminance noire au point repéré par la coordonnée τ
- ω_0 l'albédo de diffusion simple monochromatique, rapport du coefficient de diffusion et du coefficient d'extinction totale : $\omega_0 = k_s/(k_a + k_s)$
- $\Phi(\mu, \mu')$ la fonction de phase de diffusion, probabilité qu'un rayonnement incident dans une direction repérée par μ soit diffusé dans une direction repérée par μ' .

3.2.2 La méthode des harmoniques sphériques (P_n)

La méthode des harmoniques sphériques a été suggérée par Eddington en 1916. Elle consiste à multiplier l'équation de transfert radiatif par les puissances croissantes de $\mu = \cos\theta$, (θ est l'angle zénithal) pour obtenir un système d'équations. La résolution directe de ce système étant impossible, car le système comporte une équation de moins que le nombre d'inconnues introduites, le champ de luminance $L(\tau, \mu)$ est décomposée sur une base d'harmoniques sphériques, ou polynômes de Legendre :

$$L(\tau, \mu) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l L_l^m(\tau) Y_l^m(\mu) \quad (3.4)$$

Où $Y_l^m(\mu)$ sont les harmoniques sphériques normalisées données par :

$$Y_l^m(\mu) = \left[\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!} \right]^{\frac{1}{2}} \exp(im\phi) P_l^m(\mu) \quad (3.5)$$

Avec $i = \sqrt{-1}$ et ϕ l'angle azimuthal. $P_l^m(\mu)$ sont les polynômes de Legendre de première espèce [73]. En pratique, on ne peut pas, bien entendu, exprimer la luminance $L(\tau, \mu)$ comme une somme infinie, et on est obligé de tronquer la série après un nombre donné de termes, n . Pour $n = 1$, on obtient la plus simple décomposition de $L(\tau, \mu)$, et la méthode associée est appelée méthode P_1 . Cette méthode est explicitée à titre d'exemple en annexe C.

Dans le cas particulier d'une configuration plans-parallèles, la luminance est indépendante de l'angle azimuthal ϕ , ce qui se traduit par $L_l^m = 0$ pour $m \neq 0$. Dans ce cas, on a donc $Y_l^m(\mu) = 0$ pour $m \neq 0$, et la relation 3.4 devient :

$$L(\tau, \mu) = \sum_{l=0}^n L_l(\tau) P_l(\mu) \quad (3.6)$$

La fonction de phase, quant à elle, s'exprime sous la forme :

$$\Phi(\mu, \mu') = \sum_{m=0}^M A_m P_m(\mu) P_m(\mu') \quad (3.7)$$

Avec M l'ordre d'approximation de la fonction de phase. Il est à noter qu'il est inutile d'utiliser une valeur de M supérieure à la valeur de n : l'information sur la fonction de phase sera perdue pour $m > n$.

Les conditions aux limites doivent être données pour les $n + 1$ inconnues introduites L_l (l variant de 0 à n). Dans le cas général, ces conditions aux limites sont complexes à exprimer [58], et ne seront pas explicitées ici.

3.2.3 La méthode des ordonnées discrètes (S_n)

La méthode des ordonnées discrètes consiste à écrire l'équation de transfert radiatif sur un nombre défini de directions. Les intégrales angulaires sont remplacées par des quadratures (généralement une quadrature de Gauss). Le système d'équations à résoudre comporte $n(n + 2)$ équations, sauf dans le cas de la méthode S_0 , qui comporte deux équations, ce qui explique qu'elle soit également appelée méthode à deux flux. Le cas de la méthode S_0 est

développé en annexe D à titre d'exemple.

3.2.4 La méthode du “doubling-adding”

Cette méthode a été largement utilisée en physique du rayonnement atmosphérique. Une atmosphère inhomogène est divisée en m mailles. A l'intérieur de chaque maille, les propriétés optiques du milieu sont considérées homogènes. La méthode consiste à évaluer la transmittivité et la réflectivité de chaque maille atmosphérique, sur un certain nombre de directions, et ensuite de les combiner (adding) pour obtenir la transmittivité et la réflectivité de l'atmosphère complète, sachant que les intégrations angulaires sont remplacées par des quadratures, de façon similaire aux intégrations angulaires effectuées dans la méthode des ordonnées discrètes.

Le problème d'obtenir la transmittivité et la réflectivité d'une maille atmosphérique aux propriétés optiques homogènes, dans une direction donnée, est résolu par une méthode qui part d'une tranche de gaz élémentaire homogène dont on connaît les propriétés de transmission et de réflexion, pour arriver à la transmittivité et la réflectivité de deux tranches élémentaires jointes et identiques à la première (doubling). Ce processus est répété jusqu'à obtention des propriétés de transmission et de réflexion pour une maille de gaz homogène d'épaisseur souhaitée. L'épaisseur des tranches élémentaires est prise aussi faible qu'il le faut pour pouvoir faire l'hypothèse de diffusion simple dans une tranche.

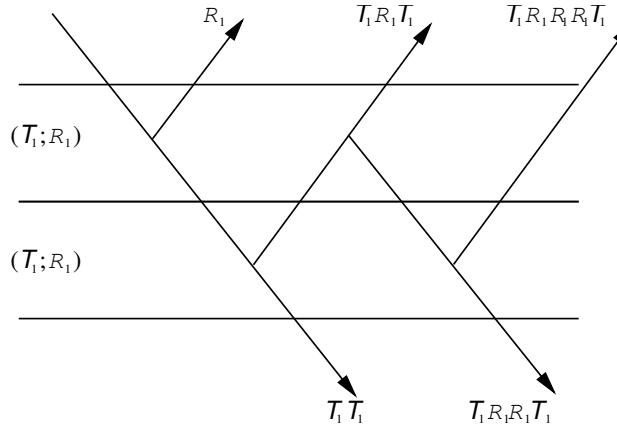


FIG. 3.9: Principe du “doubling”

Le principe du “doubling” est illustré figure 3.9. Si on considère deux tranches élémentaires de réflectivité \mathcal{R}_1 et de transmittivité \mathcal{T}_1 , la réflectivité \mathcal{R} et la transmittivité⁶ \mathcal{T} de l'ensemble

⁶Il est à noter que $\mathcal{R}, \mathcal{T}, \mathcal{R}_1$ et \mathcal{T}_1 sont ici des matrices de transmission et de réflexion, étant donné qu'on

constitué par les deux tranches élémentaires sont :

$$\begin{aligned}\mathcal{R} &= \mathcal{R}_1 + \mathcal{T}_1 \mathcal{R}_1 \mathcal{T}_1 + \mathcal{T}_1 \mathcal{R}_1 \mathcal{R}_1 \mathcal{R}_1 \mathcal{T}_1 + \dots \\ &= \mathcal{R}_1 + \mathcal{T}_1^2 \mathcal{R}_1 \sum_{i=0}^{\infty} \mathcal{R}_1^{2i}\end{aligned}\tag{3.8}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{T} &= \mathcal{T}_1 \mathcal{T}_2 + \mathcal{T}_1 \mathcal{R}_1 \mathcal{R}_1 \mathcal{T}_1 + \mathcal{T}_1 \mathcal{R}_1 \mathcal{R}_1 \mathcal{R}_1 \mathcal{R}_1 \mathcal{T}_1 + \dots \\ &= \mathcal{T}_1^2 \sum_{i=0}^{\infty} \mathcal{R}_1^{2i}\end{aligned}\tag{3.9}$$

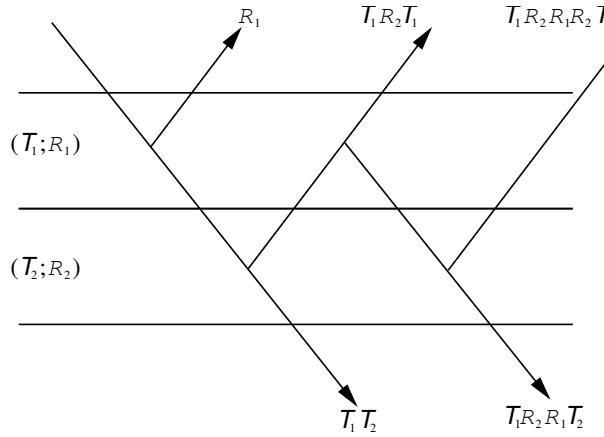


FIG. 3.10: Principe du “adding”

Le principe du “adding” est illustré figure 3.10. Si on considère deux tranches de gaz (élémentaires ou non) de réflectivité et transmittivité (\mathcal{R}_1 ; \mathcal{T}_1) pour la première, et (\mathcal{R}_2 ; \mathcal{T}_2) pour la seconde, la réflectivité \mathcal{R} et la transmittivité \mathcal{T} de l’ensemble constitué par les deux tranches sont :

$$\begin{aligned}\mathcal{R} &= \mathcal{R}_1 + \mathcal{T}_1 \mathcal{R}_2 \mathcal{T}_1 + \mathcal{T}_1 \mathcal{R}_2 \mathcal{R}_1 \mathcal{R}_2 \mathcal{T}_1 + \dots \\ &= \mathcal{R}_1 + \mathcal{T}_1^2 \mathcal{R}_2 \sum_{i=0}^{\infty} \mathcal{R}_1^i\end{aligned}\tag{3.10}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{T} &= \mathcal{T}_1 \mathcal{T}_2 + \mathcal{T}_1 \mathcal{R}_2 \mathcal{R}_1 \mathcal{T}_2 + \mathcal{T}_1 \mathcal{R}_2 \mathcal{R}_1 \mathcal{R}_2 \mathcal{R}_1 \mathcal{T}_2 + \dots \\ &= \mathcal{T}_1 \mathcal{T}_2 \sum_{i=0}^{\infty} (\mathcal{R}_1 \mathcal{R}_2)^i\end{aligned}\tag{3.11}$$

considère un flux incident discréteisé sur un nombre donné de directions.

En pratique, les transmittivités et réflectivités des tranches élémentaires peuvent être obtenues par n'importe quelle méthode. On a vu qu'on pouvait prendre les tranches élémentaires aussi fines qu'il le faut pour pouvoir faire l'hypothèse de diffusion simple dans une tranche élémentaire, et ainsi calculer plus facilement la transmittivité et la réflectivité de cette tranche. Cependant, comme le temps de calcul de la méthode “doubling-adding” sera directement proportionnel au nombre d’étapes “doubling” nécessaires pour calculer les propriétés d'une maille atmosphérique homogène, on peut imaginer calculer directement les propriétés des mailles atmosphériques complètes pour passer directement à l'étape de “adding”. On peut, par exemple, utiliser pour ça la méthode S_0 (cf. annexe D).

3.2.5 Autres méthodes

Parmi les autres méthodes qui ont été utilisées pour tenter de résoudre numériquement l’Équation de Transfert Radiatif de façon aussi précise qu’on le souhaite, on pourra citer les méthodes “Invariant Imbedding” et “méthode des fonctions X et Y” mises au point par Chandrasekhar [8], ainsi que la “méthode des ordres successifs de diffusion” [80], méthode itérative qui peut se résumer brièvement ainsi : dans une première étape, on fait l’hypothèse de diffusion simple (les photons ne peuvent être diffusés qu’une seule fois). Le résultat de ce premier calcul est ensuite injecté dans le terme source de l’ETR, qui est résolue une seconde fois en faisant l’hypothèse que les photons peuvent être diffusés 2 fois. A chaque étape n , le résultat du calcul de l’étape précédente $n - 1$ sert à résoudre l’ETR en considérant que les photons peuvent être diffusés n fois.

Les développements mathématiques relatifs à ces méthodes étant complexes, elles ne seront pas présentées ici.

3.2.6 La méthode de Monte-Carlo

Largement répandue dans tous les domaines scientifiques, le principe général de la méthode de Monte-Carlo consiste à calculer un estimateur statistique d'une grandeur donnée, au travers de la réalisation d'un grand nombre d'événements statistiques. Dans le domaine du transfert radiatif, cette méthode, dans sa forme la plus usuelle, consiste à simuler l'émission d'un certain nombre de photons individuels, ainsi que leurs interactions avec la matière (absorptions et diffusions), en analogie avec les processus de la théorie du transport corpusculaire. D'un point de vue formel, cette approche peut aussi être vue comme l'illustration d'une méthode statistique permettant d'approcher la solution de l'Équation de Transfert

Radiatif sous sa forme intégrale. Si les méthodes de Monte-Carlo sont souvent présentées comme nécessitant des temps de calcul importants, elles ont en revanche l'avantage majeur d'estimer l'erreur associée à chaque résultat au travers de l'écart-type statistique attaché à l'estimateur du résultat. Cette propriété leur confère souvent le statut de méthode de référence pour la validation d'autres méthodes numériques.

Nous détaillerons au chapitre 4 cette méthode ainsi que les améliorations dont elle a récemment fait l'objet.

3.3 Choix méthodologiques pour le développement d'un code de transfert radiatif atmosphérique permettant la production de solutions de référence et une analyse en Puissances Nettes Échangées.

Après ces considérations d'ordre général, nous remettons ici en perspective nos objectifs initiaux, en particulier en termes d'analyse, afin de justifier les options méthodologiques que nous avons retenues pour la mise au point d'un modèle numérique permettant d'effectuer des calculs de transfert radiatif pour l'atmosphère terrestre dans le domaine spectral infrarouge, quelles que soient les conditions atmosphériques. Comme annoncé en introduction, nous souhaitons mener une analyse de ces transferts radiatifs en termes de Puissances Nettes Échangées. La formulation correspondante est de type intégral ; il va donc être beaucoup plus simple techniquement de faire appel à une méthode numérique qui est elle-même basée sur une formulation intégrale. C'est là certainement l'une des principales raisons qui nous ont amené à choisir la méthode de Monte-Carlo.

Tous les bilans d'énergie radiative estimés par la méthode de Monte-Carlo seront effectivement calculés comme la somme d'échanges radiatifs nets bien identifiés entre les divers éléments du système. Le bilan radiatif d'une couche atmosphérique est, par exemple, calculé comme la somme des échanges entre cette couche et toutes les autres couches, le sol et l'espace. Pour des besoins d'analyse, on peut donc très simplement extraire cette information détaillée qui apparaît explicitement dans l'algorithme.

Il est à noter que l'on aurait, bien sûr, pu également calculer les Puissances Nettes Échangées entre les éléments du système à partir d'une méthode de type différentiel telle que la méthode aux harmoniques sphériques ou la méthode aux ordonnées discrètes. Cependant,

il aurait alors fallu répéter le calcul autant de fois qu'il y a d'éléments dans le système : tour à tour on aurait dû artificiellement imposer une température de 0 K dans le système entier, sauf pour un élément donné (une couche atmosphérique ou le sol). Chacun de ces calculs complets (sur une atmosphère thermiquement modifiée) nous aurait permis de déterminer l'ensemble des puissances échangées entre une l'élément considéré et tous les autres éléments. Les Puissances Nettes Échangées auraient alors été construites à partir de l'ensemble de ces calculs par différences deux à deux des puissances échangées entre les divers éléments. Au début de ce travail, nous avons effectivement utilisé une approche de ce type avec un modèle de transfert radiatif approché tel que celui proposé par Toon et al. en 1989 [82] (méthode à deux flux utilisée avec une hypothèse de luminance isotrope par hémisphère). Mais ce modèle ne satisfaisait pas à nos besoins de précision.

Cette question de la précision est la seconde raison qui nous a conduit à retenir une méthode de Monte-Carlo, en particulier en ce qui concerne nos besoins de représentation de la diffusion dans l'infrarouge. Si la question se pose aujourd'hui de tenir compte de la diffusion dans les paramétrisations du rayonnement infrarouge dans les GCM, c'est pour répondre à un accroissement des exigences de précision et nous verrons au chapitre 5 qu'une bonne caractérisation des effets de la diffusion va exiger un haut niveau de confiance sur les résultats des simulations. La méthode de Monte-Carlo est réputée pour être très précise, au point qu'elle est souvent qualifiée de "méthode exacte". Cette image est incorrecte à de très nombreux titres, mais il n'en reste pas moins que la méthode de Monte-Carlo présente l'énorme avantage d'associer systématiquement un intervalle de confiance à chaque résultat. Dans notre contexte, cela nous permettra simplement d'adapter l'effort de calcul au niveau de précision requis.

Faisons maintenant une mention au contexte dans lequel ce travail a été conduit. La méthode de Monte-Carlo est utilisée depuis longtemps au sein du Laboratoire d'Énergétique dans le contexte de la simulation des transferts radiatifs infrarouge, pour des besoins aussi divers que l'étude du couplage entre les phénomènes du transfert radiatif et de la convection naturelle [31] ou la modélisation des couplages entre rayonnement infrarouge et cinétique chimique dans les phénomènes de combustion [13]. Plus récemment, ces compétences ont pu être utilisées pour la mise au point d'un algorithme tridimensionnel de simulation du rayonnement au sein de géométries complexes telles que celles rencontrées dans le domaine de la conception de moteurs [62]. Le développement du modèle de transfert radiatif infrarouge atmosphérique que nous présenterons au chapitre 4 s'est appuyé sur l'ensemble de ces développements méthodologiques. Ils concernent pour une part les aspects liés à l'intégration spatiale et fréquentielle (travaux de reformulation et optimisation des lois de tirage aléatoire).

Mais ce sont surtout les optimisations associées à la prise en compte des fortes épaisseurs optiques [15] qui s'avèrent être essentielles pour une application atmosphérique. Sans elles, les temps de calculs associés à l'utilisation d'un modèle de transfert radiatif atmosphérique dans l'infrarouge basé sur une méthode de Monte-Carlo seraient prohibitifs.

Enfin, un travail récent [14] a permis d'initier une nouvelle dynamique de recherche qui concerne le calcul de sensibilités par la méthode de Monte-Carlo. Concrètement, la méthode de Monte-Carlo permet d'estimer la sensibilité de chaque grandeur à chaque paramètre du problème, à faible coût de calcul supplémentaire. Dans notre domaine d'études, il serait par exemple envisageable de calculer la sensibilité des taux de chauffage atmosphérique à la concentration de toutes les espèces radiativement actives comme CO_2 , H_2O , etc. Même si ce genre d'analyse de sensibilités n'a pas encore été mis en oeuvre à l'heure où ce travail est présenté, il correspond à une perspective de développement intéressante, qui apporte un nouvel élément de justification de notre choix d'utilisation de la méthode de Monte-Carlo afin de simuler les transferts radiatifs infrarouges atmosphériques.

Chapitre 4

Méthode de Monte-Carlo et algorithmes

4.1 Introduction

Les bases de la méthode de Monte-Carlo (Monte-Carlo Method, M.C.M.) ont été posées en 1946 par Ulam qui, lors d'une convalescence, désirait calculer la probabilité de gagner une partie de jeu de cartes de “solitaire”¹, et qui pensa ensuite avec Von Neuman et Metropolis à appliquer la méthode au problème de la diffusion des neutrons dans un matériau fissile. La formalisation de la méthode de Monte-Carlo date quant à elle de l'article fondateur de Metropolis et al. en 1953 [55], qui ont proposé un algorithme désormais très utilisé pour la simulation des systèmes de particules en interaction.

La méthode de Monte-Carlo sera ici vue comme une technique numérique qui permet de résoudre des intégrales multiples d'ordre élevé (voire infini). Cependant, afin d'illustrer de façon pédagogique la mise en oeuvre d'une méthode de Monte-Carlo, nous allons commencer par envisager un exemple simple de résolution d'une intégrale à une dimension. Mais auparavant, il est indispensable de faire quelques rappels concernant les générateurs aléatoires que l'on utilise dans un code de calcul basé sur la méthode de Monte-Carlo.

¹Puis, par extension aux autres jeux où le résultat est purement aléatoire, et ne dépend pas (en principe !) d'un quelconque facteur extérieur (roulette russe, etc.), le nom “Monte-Carlo” fait référence à la principauté où abondent casinos et jeux de hasard.

4.2 Présentation théorique de la méthode de Monte-Carlo

4.2.1 Préambule : les générateurs aléatoires uniformes sur $]0, 1[$

Le terme de “générateur aléatoire” est utilisé pour désigner un processus informatique capable de restituer une suite de nombres d’apparence aléatoire. Un générateur aléatoire uniforme sur $]0, 1[$ délivre donc des nombres compris entre 0 et 1, de façon uniforme, c’est à dire que toutes les parties de l’intervalle $]0, 1[$ sont échantillonnées de la même façon. Les générateurs aléatoires sont maintenant d’usage courant, et sont fournis avec la plupart des langages de programmation. Bien que la production d’un générateur aléatoire ait posé de tous temps des problèmes conceptuels importants, le générateur RANLUX disponible sous la forme de la routine CERNLIB V115, RANLUX, semble actuellement être une référence.

Ce paragraphe ne se veut pas exhaustif dans sa description des générateurs aléatoires. Il s’agit seulement d’un bref récapitulatif des propriétés qui doivent être vérifiées par un générateur aléatoire.

Le terme même de “générateur aléatoire” est impropre. Il serait plus approprié de parler de “générateur pseudo-aléatoire”. En effet, même s’il est possible de créer un processus qui génère des résultats réellement imprévisibles, on ne choisit jamais cette solution, car la séquence de nombres engendrés pourrait avoir des propriétés statistiques à long terme non désirables. Au lieu de quoi, on préfère utiliser un processus parfaitement non aléatoire, mais dont le comportement statistique à long terme est connu et maîtrisé. En pratique, un générateur pseudo-aléatoire va générer une séquence de chiffres à partir d’un germe donné.

Les deux critères essentiels que doit absolument vérifier un générateur aléatoire sont :

- L’uniformité de la distribution. Toutes les zones de l’intervalle $]0, 1[$ doivent être échantillonnées de la même façon, suivant une densité de probabilité constante et uniforme.
- L’indépendance : tous les tirages d’une séquence de nombres pseudo-aléatoires doivent être non corrélés avec tous les autres tirages de la même séquence.

Parmi les autres propriétés essentielles d’un générateur aléatoire, il faut rappeler que la séquence de nombre générés sera toujours périodique. En effet, la méthode de codage même des nombres réels en informatique impose une limite au nombre de réels qu’il est possible de représenter ; sachant que techniquement, la génération d’un nombre aléatoire dépend du nombre aléatoire précédent, il existe *de facto* une période maximale pour tous les générateurs pseudo-aléatoires, c’est à dire le nombre de réels que le générateur pourra sélectionner avant de boucler sur la même séquence. Certains générateurs peuvent avoir des périodes plus

courtes pour d'autres raisons, et on préférera les générateurs qui ont les plus grandes périodes possibles.

En terme de variable aléatoire, et en supposant satisfaites les propriétés précédentes, un générateur pseudo-aléatoire uniforme sur $]0, 1[$ sera pour nous, par la suite, un moyen de simulation des observations indépendantes d'une variable aléatoire continue et uniforme sur $]0, 1[$.

Peu de générateurs pseudo-aléatoires peuvent satisfaire aux critères définis par la procédure de test "DIEHARD" [51]. On peut citer un générateur mis au point par Marsaglia, Zaman et Tsang [52], qui a une période de 10^{43} . Ce générateur a été adapté sous la forme de la routine CERNLIB V113, RANMAR par F. Carminati et F. James. On peut également citer le générateur pseudo-aléatoire RAN2 de Numerical Recipes [65]. D'autres générateurs sont couramment utilisés, bien que ne satisfaisant pas à tous les critères de test ; par exemple, les générateurs congruentiels linéaires [45]. Malheureusement, ils ont des périodes typiquement inférieures à 2^{32} , ils sont donc rapidement épuisés par les moyens de calcul modernes, et doivent être évités.

4.2.2 Exemple : calcul de π

On peut introduire le principe de la méthode de Monte-Carlo au travers de l'exemple suivant qui consiste à estimer le nombre π à l'aide d'un algorithme basé sur la méthode de Monte-Carlo et qui est certes peu efficace, mais d'un intérêt pédagogique certain.

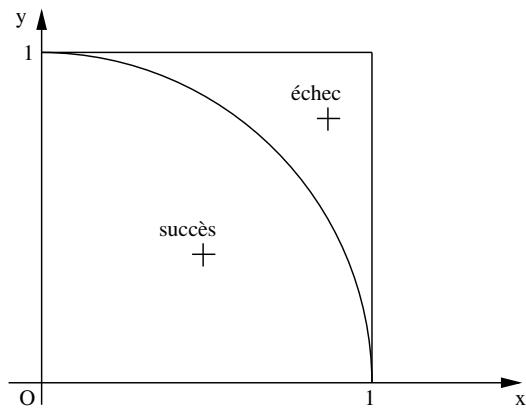


FIG. 4.1: Tirage aléatoire de points dans le premier quadrant

Considérons le schéma représenté Fig. 4.1 : un cercle de rayon unité, dans le premier quadrant trigonométrique. On sait que la valeur du nombre π est égale à 4 fois le rapport de l'aire du quart de cercle et de celle du carré entourant ce quart de cercle. Supposons que l'on dispose d'un générateur pseudo-aléatoire capable de générer de façon uniforme des nombres entre 0 et 1. Utilisons l'algorithme suivant pour estimer le rapport des deux aires :

- Génération des coordonnées (x, y) d'un point situé dans le carré à l'aide de deux nombres aléatoires r_1 et r_2 choisis de façon uniforme entre 0 et 1 : $x = r_1$ et $y = r_2$.
- Incrémentation des compteurs : si le point de coordonnées (x, y) se trouve à l'intérieur du quart de cercle (si $x^2 + y^2 < 1$), alors on augmente d'une unité le compteur du nombre de succès n_s . Sinon on augmente d'une unité le compteur du nombre d'échecs n_e .
- Au bout de N tirages (on a forcément $N = n_s + n_e$), on détermine une estimation m de π par la relation suivante : $m = 4 \frac{n_s}{N}$ sachant que n_s/N représente un estimateur du rapport des deux aires : $\frac{\pi r^2}{4} / r^2 = \frac{\pi}{4}$

La valeur de π ne peut être atteinte que pour un nombre infini de réalisations aléatoires :

$$\pi = \lim_{N \rightarrow \infty} 4 \frac{n_s}{N} \quad (4.1)$$

Dans ce qui suit, on va essayer de formaliser le raisonnement précédent en termes statistiques, en particulier pour accéder à une quantification de l'incertitude que l'on commet en estimant une valeur de π (par utilisation d'un nombre N fini de réalisations aléatoires). Nous allons tout d'abord rappeler le théorème limite central, qui est à la base de tout le raisonnement qui va être fait. Les notions d'espérance (notée E) et de variance (notée Var) d'une variable aléatoire sont supposées connues. L'écart-type d'une variable aléatoire sera noté σ .

Théorème limite central :

Soient W_1, W_2, \dots, W_n une suite de n variables aléatoires indépendantes et parentes. On suppose que $E(W_i) = m$ et $Var(W_i) = \sigma^2$ quel que soit i . On forme alors $S_n = W_1 + W_2 + \dots + W_n$ et $U_n = \frac{S_n - n.m}{\sigma \sqrt{n}}$.

La loi limite pour $n \rightarrow \infty$ de U_n est une loi de Laplace-Gauss de valeur moyenne 0 et d'écart-type 1.

Conséquence pratique de ce théorème :

Pour une valeur suffisamment grande de n , S_n obéit sensiblement à la loi de Laplace-Gauss de valeur moyenne $n.m$ et d'écart-type $\sigma \sqrt{n}$

Comment utiliser ce résultat dans notre cas ?

On pose X_1, X_2, \dots, X_N et Y_1, Y_2, \dots, Y_N , ($2N$) variables aléatoires indépendantes et parentes de densité uniforme sur $[0 ; 1]$. On construit $W_i = 4\mathcal{H}(1 - X_i^2 - Y_i^2)$, une suite de variables aléatoires de moyenne m et d'écart-type σ . \mathcal{H} est la fonction de Heaviside : $\mathcal{H}(1 - x_i^2 - y_i^2) = 1$ si $x_i^2 + y_i^2 < 1$, et 0 sinon. On construit également $S_N = \sum_{i=1}^N W_i$ et $M_N = \frac{S_N}{N}$. D'après la conséquence pratique du théorème limite central, M_N a approximativement² une valeur moyenne m et un écart-type $\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$.

L'algorithme de Monte-Carlo construit sur ces bases peut être vu comme effectuant une réalisation unique de la variable aléatoire M_N . Cette réalisation a une probabilité 0,683 de se trouver dans l'intervalle $[m - \frac{\sigma}{\sqrt{N}}; m + \frac{\sigma}{\sqrt{N}}]$, une probabilité 0,954 de se trouver dans l'intervalle $[m - 3\frac{\sigma}{\sqrt{N}}; m + 3\frac{\sigma}{\sqrt{N}}]$, une probabilité 0,997 de se trouver dans l'intervalle $[m - 5\frac{\sigma}{\sqrt{N}}; m + 5\frac{\sigma}{\sqrt{N}}]$. La question qui se pose maintenant est : comment estimer m et σ ?

m et σ sont respectivement la moyenne et l'écart-type de la variable aléatoire W_i (quel que soit i). On peut, cette fois-ci, voir l'algorithme de Monte-Carlo comme un moyen d'obtenir N réalisations de W_i (quelle que soit la valeur de i). Si N est suffisamment grand, on peut considérer que la moyenne et l'écart-type associé aux N réalisations w_1, w_2, \dots, w_N sont de bonnes estimations de m et de $\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$.

Dans le cas particulier de cet exemple, on peut exprimer de façon analytique la variance de la variable aléatoire M_N ; on sait que $Var(M_N) = \frac{1}{N}Var(W) = \frac{1}{N}Var(4\mathcal{H}(1 - X_i^2 - Y_i^2))$, d'où :

$$\begin{aligned} Var(M_N) &= \frac{1}{N}Var\left(4\mathcal{H}(1 - X_i^2 - Y_i^2)\right) \\ &= \frac{4^2}{N}\left[E\left(\mathcal{H}^2(1 - X_i^2 - Y_i^2)\right) - E^2\left(\mathcal{H}(1 - X_i^2 - Y_i^2)\right)\right] \end{aligned} \quad (4.2)$$

On a :

$$\begin{cases} E\left(\mathcal{H}^2(1 - X_i^2 - Y_i^2)\right) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{\infty}\mathcal{H}^2(1 - x_i^2 - y_i^2) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{\infty}\mathcal{H}(1 - x_i^2 - y_i^2) = \frac{\pi}{4} \\ E^2\left(\mathcal{H}(1 - X_i^2 - Y_i^2)\right) = \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 \end{cases} \quad (4.3)$$

Donc, finalement :

$$Var(M_N) = \frac{16}{N} \frac{\pi}{4} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \quad (4.4)$$

Le tableau suivant présente les valeurs de m (calculé par la méthode de Monte-Carlo à

²Si N est assez grand, l'écart à la loi limite est très faible et cette approximation est excellente.

l'aide de N réalisations aléatoires), σ_m l'écart-type calculé par la méthode de Monte-Carlo et σ_M l'écart-type théorique de la variable aléatoire M_N . Les résultats sont présentés pour différents nombres de réalisations aléatoires N . On peut comparer les valeurs de σ_m obtenues aux valeurs théoriques de σ_M à N identique.

N	m	σ_m	σ_M
10^1	2,8	$5,79655 \cdot 10^{-1}$	$5,19304 \cdot 10^{-1}$
10^2	2,9	$1,75454 \cdot 10^{-1}$	$1,64218 \cdot 10^{-1}$
10^4	3,09	$1,67713 \cdot 10^{-2}$	$1,64218 \cdot 10^{-2}$
10^6	3,142	$1,64161 \cdot 10^{-3}$	$1,64218 \cdot 10^{-3}$
10^8	3,1417	$1,64207 \cdot 10^{-4}$	$1,64218 \cdot 10^{-4}$

TAB. 4.1: Valeurs de m , σ_m et σ_M obtenues pour différentes valeurs de N , le nombre de réalisations aléatoires.

Pour chaque valeur de N , π se situe dans l'intervalle $[m - \sigma_m, m + \sigma_m]$ avec une probabilité 0,683, dans l'intervalle $[m - 3\sigma_m, m + 3\sigma_m]$ avec une probabilité 0,954 et dans l'intervalle $[m - 5\sigma_m, m + 5\sigma_m]$ avec une probabilité 0,997. On constate bien que σ_M est mieux estimé par σ_m pour un grand nombre de réalisations aléatoires N .

Enfin, il est clair que cette méthode peut être considérée comme numériquement lente : elle ne permet pas de converger très rapidement vers la valeur π . L'incertitude décroît comme $\frac{1}{\sqrt{N}}$: lorsqu'on augmente d'un facteur 100 le nombre de réalisations aléatoires (et donc, directement, le temps de calcul), l'incertitude ne diminue que d'un facteur 10.

4.2.3 Estimation d'intégrales à une seule dimension par la méthode de Monte-Carlo

Même si la méthode de Monte-Carlo se révèle particulièrement efficace pour l'estimation d'intégrales multiples, le principe de la méthode générale va tout d'abord être expliqué pour des intégrales à une seule dimension.

4.2.3.1 Méthode de Monte-Carlo simple

Soit une fonction f définie et continue sur l'intervalle $[a, b]$. Comme le montre la Fig. 4.2, l'intégrale définie par la relation 4.5 peut être graphiquement représentée comme l'aire sous la courbe de $f(x)$ entre a et b :

$$A = \int_a^b f(x)dx \quad (4.5)$$

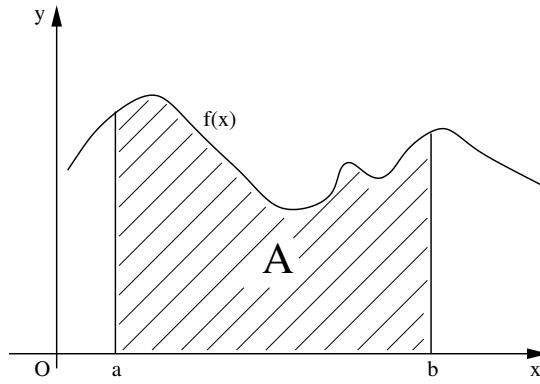


FIG. 4.2: Représentation graphique de la fonction f

L'équation 4.5 peut être reformulée de la façon suivante :

$$A = (b - a) \int_a^b \frac{1}{b - a} f(x)dx \quad (4.6)$$

On définit une variable aléatoire X , de densité de probabilité uniforme sur $[a, b]$. Le problème de l'estimation de A peut être reformulé, à partir de la relation 4.6, en termes de l'estimation de l'espérance de la variable aléatoire X :

$$A = (b - a)E[f(X)] \quad (4.7)$$

En pratique, on génère une suite de N nombres aléatoires x_i compris entre a et b et distribués selon une densité de probabilité *uniforme* dans l'intervalle considéré. A partir de cette suite de nombres aléatoires, on calcule un estimateur m de A :

$$m = \frac{b - a}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i) \quad (4.8)$$

Nous avons vu sur l'exemple précédent que pour N suffisamment grand, l'écart-type de m

est :

$$\sigma_m = \sqrt{\langle f(x_i^2) \rangle - m^2} \approx \frac{1}{\sqrt{N}} \sigma(f(X)) \quad (4.9)$$

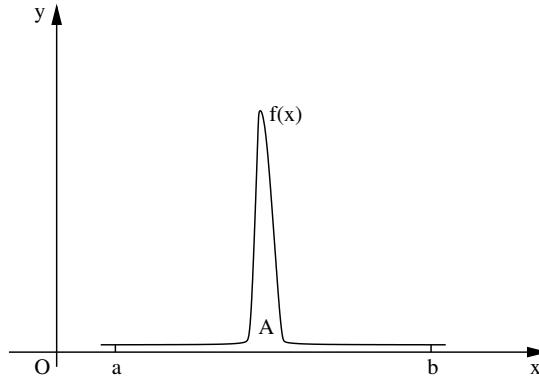


FIG. 4.3: Exemple de fonction f présentant une forte variation localisée

Comme dans l'exemple précédent, la valeur de l'intégrale recherchée est la valeur prise par m pour un nombre infini de réalisations aléatoires :

$$A = \lim_{N \rightarrow \infty} m = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{b-a}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i) \quad (4.10)$$

Un algorithme basé sur ce principe peut rencontrer des problèmes de convergence, notamment dans le cas où la fonction f présente de fortes variations localisées (cf. Fig. 4.3) : l'intervalle $[a, b]$ étant échantillonné de façon homogène, on visite de façon équiprobable toutes les zones entre a et b , ce qui peut conduire à des vitesses de convergence numérique relativement faibles.

4.2.3.2 Optimisations possibles du processus de convergence

On introduit maintenant une variable aléatoire X de densité de probabilité pdf_X sur $[a, b]$, telle que pdf_X soit continue et positive sur $[a, b]$. L'équation 4.5 peut s'écrire sous la forme suivante :

$$A = \int_a^b pdf_X(x) \frac{f(x)}{pdf_X(x)} dx = \int_a^b pdf_X(x) g(x) dx \quad (4.11)$$

Le calcul de A peut encore une fois se ramener au calcul d'une espérance :

$$A = E[g(X)] \quad (4.12)$$

Suivant Eq. 4.11, A se présente maintenant comme la moyenne de la fonction g , pondérée par pdf_X . La fonction g est définie par :

$$g = \frac{f}{pdf_X} \quad (4.13)$$

Comme précédemment, à chaque nombre aléatoire x_i généré selon la densité de probabilité pdf_X , va correspondre une valeur $g(x_i)$ utilisée pour calculer m et son écart-type σ_m :

$$m = \frac{b-a}{N} \sum_{i=1}^N g(x_i) \quad (4.14)$$

$$\sigma_m = \sqrt{\langle g(x_i)^2 \rangle - \langle g(x_i) \rangle^2} \approx \frac{1}{\sqrt{N}} \sigma[g(X)] \quad (4.15)$$

Cette liberté sur le choix des fonctions de densité de probabilité peut conduire à un écart-type σ_m plus faible que dans le cas d'un échantillonnage uniforme, pour un même nombre de réalisations aléatoires N ; il suffit, en effet, que la fonction pdf_X "imité" le comportement de f sur $[a, b]$ pour que les valeurs $g(x_i)$ soient plus rassemblées autour de leur moyenne m : la variance de $g(X)$ sera moins importante que celle de $f(X)$ dans ce cas particulier (leurs espérances restant par ailleurs égales). Même si la loi de décroissance de σ_m en $\frac{1}{\sqrt{N}}$ ne change pas, il est possible d'obtenir une convergence plus rapide de l'algorithme en choisissant de façon judicieuse la fonction pdf_X .

Allons jusqu'au bout de ce raisonnement : dans le cas extrême où on sait échantillonner suivant la fonction $pdf_X = \frac{f}{\int_a^b f(x)dx}$, on obtient : $g(x) = \int_a^b f(x)dx = A$, et donc $Var[g(X)] = 0$. Cela revient à calculer A pour chaque événement aléatoire, la variance de l'estimateur m devient donc nulle. Cette situation constitue une illustration du cas limite où on connaît la fonction de pondération pdf_X idéale, et donc le résultat A . Il va sans dire que l'utilisation d'un algorithme de Monte-Carlo est dans ce cas inutile. Par contre, il est possible d'utiliser les résultats connus dans un ou plusieurs cas limites pour construire une fonction pdf_X en accord avec les cas limites, et adaptée au problème dans les cas intermédiaires. Pour donner un exemple concret dans le domaine d'étude des transferts radiatifs, il est souvent possible d'obtenir la solution du problème dans les cas limites optiquement épais et optiquement

mince. Nous utilisons alors ces résultats, connus pour les deux cas limites, afin de trouver une fonction de pondération pdf_X qui soit égale à la fonction $\frac{f}{\int_a^b f(x)dx}$ aux limites optiquement mince et épaisse, et la plus proche possible de $\frac{f}{\int_a^b f(x)dx}$ dans les cas intermédiaires.

4.2.3.3 Exemple

Afin d'illustrer sur un exemple simple les propriétés de convergence des algorithmes de Monte-Carlo optimisés, considérons l'intégrale suivante :

$$A = \int_a^b e^{-x} dx \quad (4.16)$$

Le résultat de cette intégrale, calculé analytiquement pour $a = 0$ et $b = 0,05$ est :

$$A = 1 - e^{-0,05} \approx 4,877 \cdot 10^{-2} \quad (4.17)$$

donné avec une précision de 10^{-5} .

L'équation 4.16 peut se réécrire, de façon générale, sous la forme suivante :

$$A = \int_a^b pdf_X(x) \frac{e^{-x}}{pdf_X(x)} dx \quad (4.18)$$

où pdf_X est une fonction de densité de probabilité. Dans un premier temps, choisissons par exemple une fonction de densité de probabilité uniforme ; la relation 4.18 s'écrit alors :

$$A = \int_a^b \frac{1}{b-a} (b-a) e^{-x} dx \quad (4.19)$$

Cette première formulation permet de concevoir un algorithme de Monte-Carlo (que nous appellerons algorithme 1) qui utilise la fonction de densité de probabilité uniforme $pdf_1(x) = \frac{1}{b-a}$ pour générer une suite de N nombres aléatoires indépendants r_i de façon uniforme entre a et b , pour calculer un estimateur m_1 de A de la façon suivante : $m_1 = \sum_{i=1}^N \omega_{1,i}$ dans lequel les $\omega_{1,i}$, que l'on nomme traditionnellement poids, sont définis par : $\omega_{1,i} = e^{-r_i}$.

En introduisant une densité de probabilité pdf_2 non nulle sur l'intervalle $[a, b]$, on peut écrire l'intégrale 4.18 sous la forme :

$$A = \int_a^b pdf_2(x) \frac{e^{-x}}{pdf_2(x)} dx \quad (4.20)$$

L'algorithme de Monte-Carlo basé sur cette formulation (que nous appellerons algorithme 2) utilise la fonction de densité de probabilité pdf_2 pour générer une suite de N nombres aléatoires indépendants x_i répartis entre a et b , afin de calculer un estimateur m_2 de A de la façon suivante : $m_2 = \sum_{i=1}^N \omega_{2,i}$, les facteurs $\omega_{2,i}$ étant les poids associés à ce second algorithme, et qui sont définis par : $\omega_{2,i} = g(x_i) = \frac{e^{-x_i}}{pdf_2(x_i)}$. Nous avons choisi, pour cet exemple, la fonction de densité de probabilité $pdf_2(x) = \alpha(1-x)$, développement limité au premier ordre de la fonction e^{-x} autour de zéro, α étant la valeur qui permet de normaliser la fonction pdf_2 sur l'intervalle $[a, b]$: on a ici $\alpha = \frac{1}{\int_a^b (1-x) dx}$

L'échantillonnage suivant pdf_2 se fait de la façon suivante :

- Choix d'un nombre aléatoire r_i de façon uniforme sur $[0, 1]$
- Inversion de la fonction de répartition (ou fonction cumulée) cdf_2 de pdf_2 pour obtenir le nombre x_i .³

Dans cet exemple, on peut connaître les écarts-types théoriques σ_{M_1} et σ_{M_2} :

$$\begin{cases} \sigma_{M_1}^2 = \frac{1}{N} \sigma^2 [f(X)] = \frac{1}{N} (E[f^2(X)] - E^2[f(X)]) \\ \sigma_{M_2}^2 = \frac{1}{N} \sigma^2 [g(X)] = \frac{1}{N} (E[g^2(X)] - E^2[g(X)]) \end{cases} \quad (4.21)$$

On obtient finalement :

$$\begin{cases} \sigma_{M_1} \approx \frac{1}{\sqrt{N}} 7,039 \cdot 10^{-4} \\ \sigma_{M_2} \approx \frac{1}{\sqrt{N}} 1,877 \cdot 10^{-5} \end{cases} \quad (4.22)$$

L'écart-type théorique σ_{M_2} que l'on obtient en optimisant le tirage aléatoire est inférieur d'un ordre de grandeur à l'écart-type théorique σ_{M_1} obtenu avec un tirage uniforme.

Nous reportons dans la table 4.2 les résultats obtenus par le calcul Monte-Carlo pour les

³La fonction de répartition cdf_2 associée à la densité de probabilité pdf_2 est dans ce cas définie par : $cdf_2(x) = \int_a^x pdf_2(x') dx'$. Soit une variable aléatoire X de densité de probabilité pdf_X définie sur un intervalle $[a, b]$; on note cdf_X la fonction de répartition associée telle que $cdf_X = \int_a^x pdf(x') dx'$ qui est une fonction monotone croissante. La variable aléatoire $C = cdf_X(X)$ a une densité de probabilité uniforme sur $[a, b]$. Ce qui permettra, dans le cas où la primitive de pdf_X est connue, de générer un nombre aléatoire x_i selon la densité de probabilité pdf_X , suivant la procédure :

- On génère un nombre aléatoire r_i uniforme sur $[a, b]$.
- On calcule $x_i = cdf_X^{-1}(r_i)$

Dans le cas général, cependant, la fonction pdf_X n'est pas connue analytiquement, ou est trop complexe pour être inversée analytiquement. La méthode acceptance/rejet de Von Neuman présente dans ce cas-là une alternative pour échantillonner une variable aléatoire X suivant la fonction pdf_X .

deux méthodes, ainsi que les valeurs théoriques.

N	m_1	σ_{m_1}	σ_{M_1}	m_2	σ_{m_2}	σ_{M_2}
10^1	$4,87 \cdot 10^{-2}$	$2,2231 \cdot 10^{-4}$	$2,2260 \cdot 10^{-4}$	$4,8769 \cdot 10^{-2}$	$6,3021 \cdot 10^{-6}$	$5,9345 \cdot 10^{-6}$
10^2	$4,880 \cdot 10^{-2}$	$6,9189 \cdot 10^{-5}$	$7,0393 \cdot 10^{-5}$	$4,8768 \cdot 10^{-2}$	$1,8386 \cdot 10^{-6}$	$1,8767 \cdot 10^{-6}$
10^4	$4,8765 \cdot 10^{-2}$	$7,0189 \cdot 10^{-6}$	$7,0393 \cdot 10^{-6}$	$4,87706 \cdot 10^{-2}$	$1,8657 \cdot 10^{-7}$	$1,8767 \cdot 10^{-7}$
10^6	$4,87716 \cdot 10^{-2}$	$7,0393 \cdot 10^{-7}$	$7,0393 \cdot 10^{-7}$	$4,877055 \cdot 10^{-2}$	$1,8708 \cdot 10^{-8}$	$1,8767 \cdot 10^{-8}$

TAB. 4.2: Valeurs de m , σ_m et σ_M obtenues pour différentes valeurs de N , par les méthodes de Monte-Carlo : #1 : avec tirage aléatoire uniforme entre a et b ; #2 : avec optimisation du tirage aléatoire.

On peut constater que les écarts-types σ_{m_2} obtenus avec optimisation du tirage aléatoire sont toujours inférieurs d'un ordre de grandeur aux écarts-types σ_{m_1} obtenus avec tirage uniforme. D'autre part, les estimateurs σ_{m_1} et σ_{m_2} de σ_{M_1} et σ_{M_2} sont obtenus avec d'autant plus de précision que le nombre de réalisations aléatoires N est important.

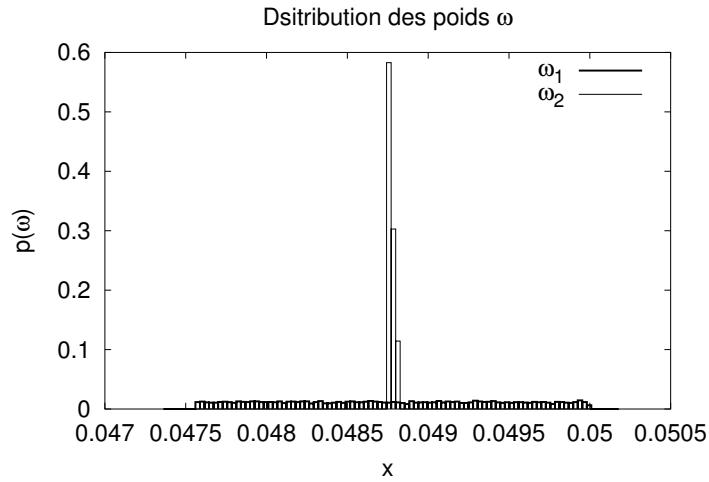


FIG. 4.4: Représentation graphique des poids calculés par les deux algorithmes de Monte-Carlo.

Enfin, la figure 4.4 représente la distribution des poids ω_1 et ω_2 obtenus par les deux algorithmes, pour $N = 10^4$ tirages aléatoires. On peut constater que si les poids calculés par l'algorithme 1 semblent répartis de façon uniforme, ce n'est pas le cas pour les poids obtenus par le second algorithme : l'utilisation d'une fonction pdf_2 qui "imite" les variations de la fonction f sur l'intervalle $[a, b]$ permet de générer des poids $\omega_{2,i} = g(x_i)$ dont les valeurs sont très rassemblées autour de la valeur de A (ici $A \approx 4,877 \cdot 10^{-2}$), ce qui permet d'expliquer la faible variance $\sigma^2(M_2)$ associée à l'estimation de A par le second algorithme.

4.2.4 Calcul d'intégrales multiples

Le principe du calcul d'intégrales multiples (de dimension supérieure à 1) par la méthode de Monte-Carlo est strictement identique à celui qui a été présenté pour le calcul des intégrales de dimension un [64]. Soit l'intégrale A suivante, de dimension n :

$$A = \int_{\mathcal{D}_1} dx_1 \int_{\mathcal{D}_2} dx_2 \dots \int_{\mathcal{D}_n} dx_n f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (4.23)$$

Comme dans l'exemple précédent, il est possible d'échantillonner chaque variable aléatoire X_1, X_2, \dots, X_n uniformément. On peut également définir une fonction de densité de probabilité $pdf(x_1, x_2, \dots, x_n)$ définie sur le domaine $\mathcal{D} = \mathcal{D}_1 \times \mathcal{D}_2 \times \dots \times \mathcal{D}_n$ permettant d'échantillonner l'ensemble des variables aléatoires X_i suivant cette fonction de densité de probabilité :

$$A = \int_{\mathcal{D}_1} dx_1 \int_{\mathcal{D}_2} dx_2 \dots \int_{\mathcal{D}_n} dx_n pdf(x_1, x_2, \dots, x_n) \frac{f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{pdf(x_1, x_2, \dots, x_n)} \quad (4.24)$$

Une autre solution consiste à définir n fonctions de densité de probabilité $pdf_{X_1}, pdf_{X_2}, \dots, pdf_{X_n}$ associées aux n variables aléatoires X_1, X_2, \dots, X_n : chaque variable aléatoire X_i sera échantillonnée suivant sa fonction de densité de probabilité associée pdf_{X_i} , définie sur le domaine \mathcal{D}_i :

$$A = \int_{\mathcal{D}_1} pdf_{X_1}(x_1) dx_1 \int_{\mathcal{D}_2} pdf_{X_2}(x_2) dx_2 \dots \int_{\mathcal{D}_n} pdf_{X_n}(x_n) dx_n g(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (4.25)$$

avec :

$$g(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{pdf_{X_1}(x_1) pdf_{X_2}(x_2) \dots pdf_{X_n}(x_n)} \quad (4.26)$$

Les n fonctions de densité de probabilité pdf_{X_i} sont indépendantes les unes des autres. Par contre, ces fonctions de densité de probabilité peuvent être définies de telle façon que l'échantillonnage d'une variable aléatoire particulière dépende de la valeur obtenue par une autre variable. Par exemple, dans l'équation 4.25, on peut échantillonner la variable X_1 , indépendante de toutes les autres variables aléatoires, selon la fonction de densité de probabilité idéale :

$$pdf_{X_1,ideal}(x_1) = \frac{\int_{\mathcal{D}_2} dx_2 \dots \int_{\mathcal{D}_n} dx_n f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{A} \quad (4.27)$$

Ensuite la variable aléatoire X_2 sera échantillonnée à son tour. Il est possible que X_2 dépende de X_1 , auquel cas l'échantillonnage de X_2 sachant X_1 se fera suivant la loi de

densité de probabilité idéale :

$$pdf_{X_2,ideal}(x_2/x_1) = \frac{\int_{\mathcal{D}_3} dx_3 \dots \int_{\mathcal{D}_n} dx_n f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\int_{\mathcal{D}_2} dx_2 \dots \int_{\mathcal{D}_n} dx_n f(x_1, x_2, \dots, x_n)} \quad (4.28)$$

Donnons un exemple concret de telles variables aléatoires dépendantes, sous la forme d'un algorithme de Monte-Carlo appliqué à la simulation des transferts radiatifs. Un tel algorithme, basé sur le modèle physique classique de transport corpusculaire des photons, devra simuler numériquement l'émission de photons à l'intérieur d'un volume de gaz donné, puis le transport de ces photons dans le système. Considérons un milieu semi-transparent purement absorbant. Les trajectoires des photons sont alors des droites. Pour un photon donné, les choix de la position du point d'émission et de la direction de propagation ne sont à priori pas corrélés, et ces choix peuvent se faire dans n'importe quel ordre. Cependant, dans un souci d'optimisation de l'algorithme de Monte-Carlo, on peut souhaiter choisir en premier la direction de propagation et ensuite seulement la position du point d'émission. C'est le choix qui a été effectué pour la mise au point de l'algorithme de transfert radiatif présenté par A. de Lataillade [15], afin de résoudre le problème de convergence de l'algorithme dans les milieux optiquement épais purement absorbants. Dans ce cas précis, le choix de la position d'émission des photons dépend du choix précédemment effectué sur la direction de propagation de ces photons.

4.2.4.1 Algorithmes de Monte-Carlo, formulation mathématique et modèle physique

Nous avons choisi de présenter, dans ce début de chapitre, la méthode de Monte-Carlo d'un point de vue mathématique. Nous avons notamment accordé une importance particulière à la formulation des problèmes, et c'est de façon naturelle que les algorithmes basés sur la méthode de Monte-Carlo qui sont présentés en exemples découlent de cette formulation.

Cependant, il est tout à fait envisageable de mettre au point un algorithme basé sur la méthode de Monte-Carlo sans expliciter l'étape de formulation. Restons dans le cadre des problèmes de simulation des transferts radiatifs. Un algorithme de Monte-Carlo visant à effectuer une simulation de transfert radiatif peut parfaitement être basé sur un modèle physique simple de transport corpusculaire de photons : émission de photons par les éléments du système (surfaces et volumes de gaz pour l'infrarouge), transport de ces photons, éventuellement avec prise en compte du phénomène de diffusion et finalement absorption des

photons par les différents éléments du système.⁴

Dans une configuration simple (parois noires, calculs monochromatiques), un tel algorithme de Monte-Carlo est facile à mettre en oeuvre, et la formulation sous-jacente du transfert radiatif n'a pas besoin d'être explicitée. Même dans le cas où on désire introduire des fonctions de densité de probabilité adaptées aux différents choix qui doivent être effectués (choix d'une fréquence, d'une direction, d'une position, ou d'une longueur avant la prochaine diffusion), il est toujours possible de ne jamais s'intéresser à la formulation, même si celle-ci peut aider à effectuer ces choix dans un ordre judicieux.

En revanche, dès que le problème physique devient plus complexe, par exemple si on doit tenir compte de réflexions multiples aux parois, ou si on veut choisir les directions de diffusion selon une densité de probabilité différente de la fonction de phase du milieu, afin d'explorer l'espace des chemins optiques de manière plus efficace et donc de réduire la variance associée au résultat, l'algorithme de Monte-Carlo qui en résultera peut être partiellement ou même totalement découplé du modèle physique de transport corpusculaire initial. La formulation du problème devient alors essentielle. Il est même possible de reformuler le transfert radiatif en ayant pour objectif l'optimisation des lois de tirage aléatoire, et de construire un algorithme de Monte-Carlo sur la seule base de cette formulation. Auquel cas l'image que l'on a du modèle physique de transport corpusculaire reste valable, mais n'a plus de lien direct avec l'algorithme existant. C'est dans ce contexte qu'a été mis au point l'algorithme de Monte-Carlo présenté au paragraphe suivant, et qui sert de base au modèle de transfert radiatif atmosphérique qui sera présenté par la suite.

4.3 Présentation de l'algorithme pour calcul des transferts radiatifs en milieu absorbant et diffusant

Les développements théoriques présentés ici ont conduit à la mise au point d'un algorithme basé sur la méthode de Monte-Carlo, permettant la modélisation des transferts radiatifs dans le cadre très général des milieux absorbants et diffusants. Même si les exemples donnés sont des applications en géométrie unidimensionnelle, la formulation utilisée est 3D, et les lois de densité de probabilité qui sont présentées sont valables quelle que soit l'épaisseur

⁴Un tel algorithme peut également être vu comme une méthode de simulation d'une chaîne de Markov constituée par la succession des événements d'absorption et de diffusion. Dans cette optique, la méthode de Monte-Carlo vue comme une méthode de résolution d'intégrales multiples (cf. paragraphe 4.2) permettra de résoudre la suite d'intégrales résultant d'une formulation en termes de chaîne de Markov.

optique du système. Les optimisations de la méthode de Monte-Carlo qui sont présentées font suite au travail d'Amaury de Lataillade [13, 15] dans lequel est présenté un algorithme de Monte-Carlo optimisé pour les milieux optiquement épais purement absorbants.

Les optimisations apportées ici à la méthode de Monte-Carlo appliquée au domaine du transfert radiatif peuvent être regroupées en deux catégories : d'une part, les optimisations liées aux lois de densité de probabilité, qui permettent de réduire la variance de l'intégrale multiple qu'il s'agit d'estimer ; et d'autre part, une reformulation des transferts radiatifs en termes de Puissances Nettes Échangées (PNE), basée sur le principe de réciprocité⁵, qui a permis de poser des intégrales dont la variance sera naturellement réduite. Ces deux points peuvent être illustrés sommairement de la façon suivante.

1 - La nécessité de trouver des lois de densité de probabilité adaptées au problème a été démontrée au paragraphe précédent. Il s'agit d'estimer le résultat de l'intégration à une précision donnée, en diminuant autant que possible le nombre de réalisations aléatoires nécessaires pour atteindre cette précision. Dans le cas d'un milieu épais purement absorbant, par exemple, si on choisit de façon uniforme les positions d'émission de rayons dans un volume de gaz, la plupart des rayons sortiront de ce volume presque totalement absorbés, et ne contribueront que très peu à l'échange de ce volume de gaz avec le reste du système. En revanche, si on utilise une loi de densité de probabilité qui permet de choisir les positions d'émission de façon privilégiée à proximité des parois des volumes de gaz, la plupart des rayons seront émis près des parois du volume, seront donc très peu absorbés en sortie du volume d'émission, et chaque rayon contribuera donc de façon plus importante au bilan total du volume émetteur avec le reste du système, ce qui permet de réduire la variance sur l'estimation de ce bilan (meilleur convergence numérique). Ce point constitue une des principales optimisations de l'algorithme de Monte-Carlo présenté en 2002 par Lataillade et al. [15].

2 - Les avantages d'une reformulation des transferts radiatifs en termes de Puissances Nettes Échangées ont été amenés par Green et Hottel [34, 37] en 1967. Parmi les grandeurs radiatives que l'on souhaite souvent estimer, les termes sources occupent une place privilégiée notamment pour les besoins d'analyse. Un terme source s'exprime comme une somme

⁵Le principe de réciprocité appliqué au transfert radiatif peut s'énoncer de la façon suivante : si un trajet lumineux, aussi complexe soit-il, permet à un photon émis depuis un point *A* (source) de rejoindre un point *B* (capteur), alors il existe un trajet lumineux qui permettra à un photon émis depuis le point *B* d'arriver au point *A*. De plus, l'atténuation le long du chemin reliant les points *A* et *B* étant la même dans les deux sens de propagation, la probabilité d'existence du chemin sera identique dans les deux sens. En d'autres termes, le principe de réciprocité permet d'intervertir les positions de la source et du capteur. Le principe de réciprocité satisfait donc au second principe de la thermodynamique.

de puissance nettes échangées : il est donc nécessaire, pour le calcul, d'estimer les puissances nettes échangées entre les divers éléments du système. Calculer les puissances nettes échangées Ψ_{ij} dans un code basé sur une méthode de Monte-Carlo formulée en flux nécessite le calcul de la puissance $\phi_{i \rightarrow j}$ émise par i et absorbée par j et de la puissance $\phi_{j \rightarrow i}$ émise par j et absorbée par i :

$$\Psi_{ij} = \phi_{i \rightarrow j} - \phi_{j \rightarrow i} \quad (4.29)$$

La formulation en PNE a ensuite été utilisée dans des algorithmes basés sur la méthode de Monte-Carlo [9, 10, 21]. Elle a permis d'améliorer la convergence des algorithmes dans le cas de la simulation des transferts radiatifs dans les milieux quasi-isothermes : en effet, si deux volumes de gaz i et j ont des températures très proches, $\phi_{i \rightarrow j}$ aura une valeur très proche de $\phi_{j \rightarrow i}$. L'estimateur de la différence $[\phi_{i \rightarrow j} - \phi_{j \rightarrow i}]$ aura une convergence très lente. Les deux puissances doivent donc être estimées avec une grande précision pour que leur différence puisse être estimée avec une précision suffisante, ce qui demande d'effectuer deux calculs par la méthode de Monte-Carlo avec un grand nombre de réalisations aléatoires. En revanche, si on formule directement les transferts radiatifs en termes de puissances nettes échangées, c'est à dire si on cherche à calculer $\Psi_{ij} = \phi_{i \rightarrow j} - \phi_{j \rightarrow i}$ (sous forme d'une intégrale multiple), la convergence numérique du résultat sera plus rapide.

Le reste du paragraphe 4.3 est constitué d'un article qui a été soumis pour publication dans *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, intitulé **A Boundary-Based Net Exchange Monte-Carlo Method for absorbing and scattering thick media**, par V. Eymet, R. Fournier, S. Blanco and J.-L. Dufresne [26].

4.3.1 Introduction

The Monte-Carlo Method (MCM) has been widely used in the field of transport phenomena simulation, and more specifically in the field of radiative transfer computing [35, 41, 42]. In this particular case, the method mainly consists in simulating numerically the physical statistical model of photons transport, from their emission to their absorption in a potentially scattering medium. A well known advantage of this method is that the corresponding computing code is easy to set up and to modify. Another main advantage is that it is a reference method : as the MCM is a statistical method, a standard deviation may be computed in addition to each result, that may be interpreted as a numerical uncertainty. Also, it has recently been shown that the MCM allows the computation of parametric sensitivities with no extra significant computing [14]. This can be helpful for design needs, or when radiative transfer is coupled with other physical processes. Finally, the MCM is known to be well adapted to the treatment of configurations with a high level of complexity (complex geometries, complex spectral properties, ...). However, in spite of these advantages over other methods and in spite of the regular increase of available computational powers, the computational effort requirement of MCM often remains a significant drawback.

Different works in the last fifteen years tried to preserve the main advantages of the method, in particular its strict analogy with physical processes, and the ability to solve complex problems, while trying to improve convergence qualities. There are mainly two ways MCM convergence can be enhanced : formulation changes and adaptation of sampling laws [35]. As far as formulation is concerned, most attention has been devoted to reverse Monte-Carlo algorithms [85], that make use of reciprocal transport formulations (application of the reciprocity principle to the integral form of the radiative transfer equation), and to net-exchange Monte-Carlo algorithms [9, 10, 18, 79], that make use of net exchange transport formulations (combination of forward and reciprocal formulations, photons being followed both ways along each optical path). Net-exchange Monte-Carlo algorithms allowed in particular to bypass the problem of standard Monte-Carlo algorithms for quasi-isothermal configurations. As far as sampling laws optimization is concerned, numerous works have successfully used the biasing of sampled directions toward the parts of the system that most contribute to the addressed radiative quantity [53], or the biasing of sampled frequencies as function of temperature field and spectral properties [10, 19].

Recently, the combination of formulation efforts and sampling laws adaptations permitted to solve the well known convergence problem of traditional Monte-Carlo algorithms in the case of strong optical thickness configurations [15]. If a gas volume is optically very thick,

most emitted photons are absorbed very close to their emission position, and thus do not take part to the exchange of the gas volume with the rest of the system. Consequently, very large numbers of statistical realizations are required to reach satisfactory convergences. This problem could be solved in the case of purely absorbing systems thanks to a net-exchange formulation in which emission positions are sampled, starting from the volume boundary, along an inward oriented sampled direction (a formulation that will be named here a "boundary-based net-exchange formulation"). All sampling laws (frequency, boundary position, direction and emission position) were also finely optimized in order to insure that the algorithm automatically adapts to system optical thickness in the whole range from the optically thin to the optically thick limits.

The present paper is one of a series that seek to improve the MCM through such methodological developments. It proposes techniques to take into account scattering in the above mentioned boundary-based net-exchange algorithm. The formulation used in [15] has been generalized and clarified in order to take into account the scattering phenomena. Developments are fully 3D, but convergence illustrations are presented for plane parallel configurations that are specifically meaningful in the atmospheric science community.

Sec. 4.3.2 of this article puts the emphasis on the multiple integral theoretical developments on which our Monte-Carlo algorithm is based. Sec. 4.3.3 presents gas volume emission results in a simple test case, thus revealing the algorithm convergence qualities together with its limits of applicability. Finally, Sec. 4.3.4 completes this convergence illustration in terms of radiative flux divergence profiles.

4.3.2 Theoretical developments

The three next paragraphs deal with improvements that were brought to the standard bundle transport MCM during the last few years, through a number of different methodological developments.

4.3.2.1 Exchange Formulation

Let us consider that, for the purpose of a 3D radiative transfer computation, the considered system is divided into volume and surface elements. Until further mention, this geometric division is only motivated by the required level of analysis and it therefore implies no physical assumption : the volume and surface elements have any geometrical shapes and are inhomogeneous.

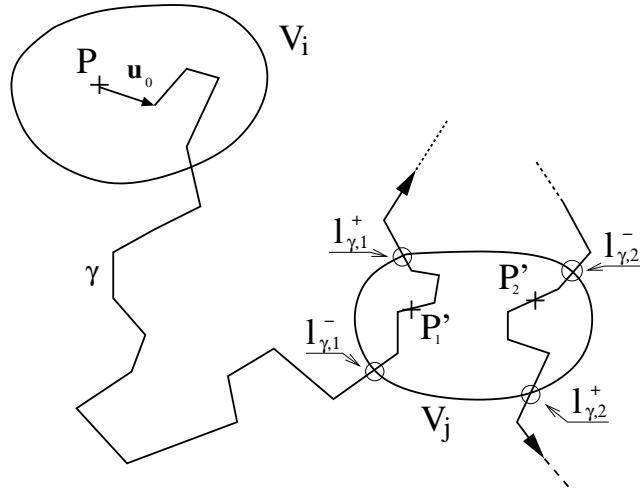


FIG. 4.5: Discretization of an absorbing and scattering semi-transparent medium into volume elements

The energy rate E_{ij} emitted by an arbitrary gas volume i and absorbed by an arbitrary gas volume j may be expressed as :

$$E_{ij} = \int_{V_i} dV_i(P) \int_{4\pi} d\omega(\mathbf{u}_0) \int_{\Gamma(P, \mathbf{u}_0)} p(\gamma, P, \mathbf{u}_0) d\gamma k_a(P) \sum_{n=1}^{\infty} T_{\gamma, n} \int_{l_{\gamma, n}^-}^{l_{\gamma, n}^+} d\sigma_n(P'_n) k_a(P'_n) B(P) \exp\left(- \int_{l_{\gamma, n}^-}^{\sigma_n} d\sigma' k_a(\sigma')\right) \quad (4.30)$$

where $B(P)$ is the monochromatic blackbody intensity at point P . $\Gamma_{(P, \mathbf{u}_0)}$ represents the space of (infinite) optical paths γ originated from point P , in the direction \mathbf{u}_0 , distributed according to $p(\gamma, P, \mathbf{u}_0)$. Every such path will finally reach volume V_j and will even cross it an infinite number of times. l_γ is the curvilinear coordinate along the optical path γ and $l_{\gamma, n}$ are the values of this curvilinear coordinate at the positions of the n^{th} intersection between optical path γ and gas volume V_j : $l_{\gamma, n}^-$ stands for the n^{th} entry point coordinate, and $l_{\gamma, n}^+$ stands for the n^{th} exit point coordinate. σ_n is the curvilinear abscissa of point P'_n in the n^{th} intersection interval between γ and V_j . $T_{\gamma, n}$ is the transmittivity between point P and the position $l_{\gamma, n}^-$: it is a product of exponential attenuations and of surface reflectivities for surface reflexions.

The integral over $\Gamma_{(P, \mathbf{u}_0)}$ according to the distribution $p(\gamma, P, \mathbf{u}_0)$ will not be detailed in this paper, because the purpose of this work is to put the emphasis on the Net Exchange Formulation itself, and not to deal with the physical model used for optical paths representation. These paths are purely random walk optical paths, and all the complexities associated with the formulation of scattering angles and free path length are deported into the expression of $p(\gamma, P, \mathbf{u}_0)$, that represents formally the existence probability density of a given optical path γ .

This formulation may be used to derive a standard path integrated Monte-Carlo algorithm, that may be described as follows :

- First, the emission point P is randomly chosen in the gas volume V_i , and the emission direction \mathbf{u}_0 is randomly chosen in the unit sphere (4π st).
- The optical path γ is generated with a standard random walk technique.
- Each time this optical path reaches the gas volume V_j , a point P' is randomly chosen along the part of γ that intersects V_j .
- Finally, the optical path γ ends when it is long enough for the energy bundle to be considered as totally attenuated (as function of the required level of accuracy).

Using a Monte-Carlo algorithm based on a traditional formulation, the Net Radiative Budget is expressed as the difference between approximate emitted and absorbed energy rates that are computed separately, and that can be close the one to the other for nearly isothermal configurations, inducing numerical convergence difficulties.

4.3.2.2 Net Exchange Formulation

The Net Exchange Formulation is based on the Net Exchange Rates Ψ_{ij} between all pairs of elements (either surface or volume elements) i and j , which is defined as the difference between the energy rate emitted from element i and absorbed by element j , and the energy emitted from element j and absorbed by element i .

The advantages of formulating radiative transfers in terms of Net Exchange Rates have been shown by Green [34]. The Net Exchange Formulation has been introduced in the MCM by [9, 10]. This radiative transfer formulation solved the convergence problem encountered by the MCM in nearly isothermal configurations. A general formulation of a Net Exchange Rate Ψ_{ij} between two gas volumes i and j may be directly deduced from the energy rate

equation Eq. 4.30, replacing $B(P)$ by $[B(P) - B(P')]$ [18] :

$$\Psi_{ij} = \int_{V_i} dV_i(P) \int_{4\pi} d\omega(\mathbf{u}_0) \int_{\Gamma(P, \mathbf{u}_0)} p(\gamma, P, \mathbf{u}_0) d\gamma k_a(P) \sum_{n=1}^{\infty} T_{\gamma, n} \int_{l_{\gamma, n}^-}^{l_{\gamma, n}^+} d\sigma_n(P'_n) \\ k_a(P'_n) [B(P) - B(P'_n)] \exp\left(- \int_{l_{\gamma, n}^-}^{\sigma_n} d\sigma' k_a(\sigma')\right) \quad (4.31)$$

where $B(P'_n)$ is the monochromatic blackbody intensity at point P'_n in volume V_j (see Fig. 4.5). Similarity of equations Eq. 4.30 and Eq. 4.31 makes fairly easy the implementation of a Net Exchange Formulation in a standard Monte-Carlo algorithm : the monochromatic blackbody intensity $B(P)$ has to be replaced by $[B(P) - B(P')]$.

Using a Net Exchange Formulation, the Net Radiative Budget of a gas volume i may be expressed as a sum of Net Exchange Rates :

$$\Psi_i = \sum_j \Psi_{ij} \quad (4.32)$$

Here, using a Monte-Carlo algorithm based on a Net Exchange Formulation means that all Net Exchange Rates are computed separately (as pondered sums of blackbody intensity differences $[B(P) - B(P')]$, which induces no numerical difficulty) and are then added to produce the Net Radiative Budget. In the limit case of nearly isothermal configurations, no convergence difficulty will be encountered : as it does no longer compute the difference between two very close approximate values, a Monte-Carlo algorithm based on a Net Exchange Formulation will lead to much better accuracies than traditional Monte-Carlo algorithms [9, 10].

4.3.2.3 Boundary-Based Net Exchange Formulation

A typical difficulty that is encountered by any standard MCM (both bundle transport and path integrated MC algorithms)⁶ is the problem of optically thick systems. Let us consider the computation of the emission E from a given gas volume, using a standard path integrated Monte-Carlo algorithm. In the case of an optically thick gas volume, the computation of E will suffer from a convergence problem : most bundles emitted into the gas volume will be

⁶The term “bundle transport algorithm” is used for algorithms in which the photon bundle’s energy is totally absorbed at a stochastically determined position. The term “path integrated algorithm” is used for algorithms in which the photon bundle’s energy is exponentially attenuated along the photon bundle’s optical path

totally attenuated when they cross the volume boundary. Only those emitted very close to the boundary will have a chance to leave the gas volume with a significant computational weight. Thus, the computation of E will require a great number of statistical realizations N in order to get a good accuracy over E . This convergence difficulty is due to the fact that emission positions are chosen uniformly among the gas volume. A possible way to solve this problem would be to sample more often emission positions close to the volume boundary, so that most bundles would leave the gas volume with a significant energy, thus contributing more significantly to E . Modifying the way emission positions are sampled means to modify sampling laws used in the algorithm, without modifying the result of the multiple integral ; in order to do this, we choose to use a net exchange formulation different from the initial formulation presented in Eq. 4.31. This reformulation - that brings forward the distance between emission point and first exit point - is the purpose of the present section.

Eq. 4.31 starts with an integration over all locations P within volume V_i , then one integrates over all optical paths γ starting at P and γ happens to cross the boundary of V_i (here noted S_i) at a location Q (see Fig. 4.6) : this boundary does not appear as an explicit integration domain. On the contrary, the following formulation (that will be referred as “Boundary-Based Net Exchange Formulation”) starts with an integration over all exit locations Q on S_i , then one integrates over the exit hemisphere at Q and then over all the optical paths initiating within V_i and crossing its boundary at the retained exit location and exit direction : the boundary of V_i appears as an explicit integration domain, but not the volume V_i itself.

$$\begin{aligned} \Psi_{ij} = & \int_{S_i} dS_i(Q) \int_{2\pi} d\omega(\mathbf{u}_0) \mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{n} L_i(Q, \mathbf{u}_0) \int_{\Gamma(Q, \mathbf{u}_0)} p(\gamma ; Q, \mathbf{u}_0) d\gamma \\ & \sum_{n=1}^{\infty} T_{\gamma, n} \int_{l_{\gamma, n}^-}^{l_{\gamma, n}^+} d\sigma_n(P'_n) k_a(P) k_a(P'_n) [B(P) - B(P'_n)] \exp\left(- \int_{l_{\gamma, n}^-}^{\sigma_n} d\sigma' k_a(\sigma')\right) \end{aligned} \quad (4.33)$$

where $L_i(Q, \mathbf{u}_0)$ is the fraction of the intensity at Q in direction \mathbf{u}_0 that corresponds to photons emitted within V_i and crossing S_i for the first time. Using the optical path reciprocity principle, it is possible to formulate $L_i(Q, \mathbf{u}_0)$ as :

$$L_i(Q, \mathbf{u}_0) = \int_{\Gamma(Q, -\mathbf{u}_0)} p(\tilde{\gamma} ; Q, -\mathbf{u}_0) d\tilde{\gamma} \int_0^{\tilde{l}_{\tilde{\gamma}, 1}^+} d\tilde{\sigma}(P) \exp\left(- \int_0^{\tilde{\sigma}} d\tilde{\sigma}' k_a(\tilde{\sigma}')\right) \quad (4.34)$$

where $\Gamma(Q, -\mathbf{u}_0)$ is the space of optical paths originated from point Q , in the direction $-\mathbf{u}_0$ and $\tilde{l}_{\tilde{\gamma}, 1}^+$ stands for the point at which $\tilde{\gamma}$ first exits V_i (see Fig. 4.6).

The Monte-Carlo algorithm that was derived from this new formulation of Net Exchange Rates Ψ_{ij} may be described as follows :

- First, a point Q is randomly chosen on the boundary S_i surrounding gas volume V_i , and the initial direction \mathbf{u}_0 is randomly chosen in the exit unit hemisphere (2π st).
- Starting at Q in the direction $-\mathbf{u}_0$, the optical path $\tilde{\gamma}$ is generated with a standard random walk technique until it first exits V_i and P is then randomly chosen within V_i along this truncated path.
- Starting at Q in the direction \mathbf{u}_0 , the optical path γ is generated with a standard random walk technique.
- Each time γ reaches volume V_j , a point P' is randomly chosen along the part of γ that intersects V_j .
- Finally, the optical path γ ends when it is long enough for the net-exchange bundle to be considered as totally attenuated (as function of the required level of accuracy).

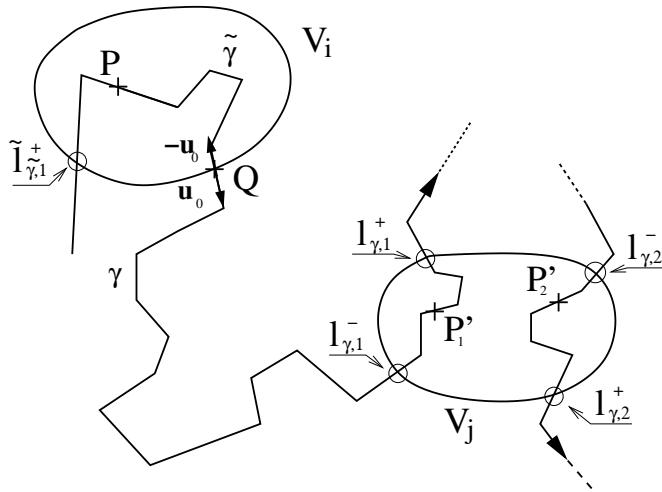


FIG. 4.6: Boundary-based reformulation of net exchange rates

At this point of the developments, only the boundary-based reformulation of net exchange rates has been achieved. In the next section, it will be shown how the sampling laws that arise from this formulation (Monte-Carlo computation of the corresponding multiple integrals) may be optimized in order to solve convergence difficulties at the optically thick limit.

4.3.2.4 Optimization of sampling laws

The above described algorithm principle requires successive random generations⁷ of an exit position Q , an exit direction \mathbf{u}_0 , a first exchange position P (via the curvilinear abscissa $\tilde{\sigma}$), and second exchange positions P' (via the curvilinear abscissa σ). It can be easily shown that any non zero probability density function may be used for each such sampling insuring the same integral solution at the limit of an infinite number of bundles. One way of illustrating this point is to rewrite Net Exchanges Rates Ψ_{ij} , starting from Eq. 4.33 and transforming all successive integrals into statistical averages :

$$\begin{aligned} \Psi_{ij} &= \left\langle \sum_{n=1}^{\infty} I_n \frac{1}{\beta_n} \right\rangle \\ &= \int_{S_i} \text{pdf}_S(Q) dS_i(Q) \int_{2\pi} \text{pdf}_{\Omega}(\mathbf{u}_0) d\omega(\mathbf{u}_0) \\ &\quad \int_{\Gamma(Q, -\mathbf{u}_0)} p(\tilde{\gamma}, Q, -\mathbf{u}_0) d\tilde{\gamma} \int_0^{\tilde{l}_{\tilde{\gamma},1}^+} \text{pdf}_{\bar{\Sigma}}(\tilde{\sigma}) d\tilde{\sigma}(P) \\ &\quad \int_{\Gamma(Q, \mathbf{u}_0)} p(\gamma ; Q, \mathbf{u}_0) d\gamma \prod_{n=1}^{\infty} \left(\int_{l_{\gamma,n}^-}^{l_{\gamma,n}^+} \text{pdf}_{\Sigma_n}(\sigma_n) d\sigma_n(P') \right) \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} I_n \frac{1}{\beta_n} \right\} \end{aligned} \quad (4.35)$$

where I_n is the net-exchange density :

$$I_n = (\mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{n}) k_a(P) \exp \left(- \int_0^{\tilde{\sigma}} k_a(\tilde{\sigma}') d\tilde{\sigma}' \right) T_{\gamma,n} k_a(P'_n) [B(P) - B(P'_n)] \exp \left(- \int_{l_{\gamma,n}^-}^{\sigma_n} d\sigma' k_a(\sigma') \right) \quad (4.36)$$

and β the correction term :

$$\beta_n = \text{pdf}_S(Q) \text{pdf}_{\Omega}(\omega) \text{pdf}_{\bar{\Sigma}}(\tilde{\sigma}) \text{pdf}_{\Sigma_n}(\sigma_n) \quad (4.37)$$

Eq. 4.35, Eq. 4.36 and Eq. 4.37 insure a continuous link between the retained photon transport model (with a given formulation choice, here Eq. 4.33) and the Monte-Carlo algorithm : successive integral averages are translated into successive random sampling events and for each set of sampled variables the retained quantity is the sum of all $I_n \frac{1}{\beta_n}$ (whose average value will be an approximation of Ψ_{ij}). Once the transport model and the integral

⁷The random walk sampling laws corresponding to the generations of $\tilde{\gamma}$ and γ are left apart in the present article because no optimization is proposed concerning this part of the algorithm. Such an optimization process is non trivial and none of the attempts made at date have enough generality to be implemented on a standard basis. Among the most successful attempts, a specific mention can be made to the work of Berger and al. reported in [35] for simulation of optically thick radiation shields.

formulation have been chosen the only remaining question is the choice of the sampling probability density functions : this last choice does not modify the algorithmic structure, neither does it change the solution after convergence, but it strongly affects algorithmic convergence via the variance of $\sum_{n=1}^{\infty} I_n \frac{1}{\beta_n}$. The more physical knowledge is introduced in these probability density functions, the smaller the variance of $\sum_{n=1}^{\infty} I_n \frac{1}{\beta_n}$ and the faster the convergence [35]. The probability density functions proposed hereafter are designed to insure satisfactory convergence speeds for a wide range of absorption and scattering optical thicknesses. The main objective was generality, hopping that such a set of probability density functions can serve as a starting point for more detailed adjustments when addressing specific configurations families.

- Sampling of exit points Q

The boundary sampling law $pdf_S(Q)$ has been chosen as uniform : $pdf_S(Q) = 1/S_i$. In the general case, having no information concerning the parts of S_i through which V_i exchanges most radiative energy with its environment, no better pdf adjustment could be proposed. Obviously, for specific configurations where V_i exchanges radiation with hot spots at identified locations, this information can be directly used to modify $pdf_S(Q)$ so that the areas of stronger net-exchanges are more frequently sampled.

- Sampling of exit directions \mathbf{u}_0

In the work of De Lataillade and al.([15]), the angular sampling law $pdf_{\Omega}(\mathbf{u}_0)$ was optimized for the case of a purely absorbing medium. The lambertian distribution was used for strong optical thicknesses, whereas the isotropic distribution was used in cases of optically thin gas volumes. The limit between weak and strong optical thicknesses was set to $\tau_a = 1$ where τ_a is the absorption optical thickness of the considered volume :

$$\begin{aligned} pdf_{\Omega}(\mathbf{u}_0) &= \frac{1}{2\pi} \text{ if } \tau_a < 1 \\ pdf_{\Omega}(\mathbf{u}_0) &= \frac{\mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{n}}{\pi} \text{ if } \tau_a \geq 1 \end{aligned} \quad (4.38)$$

In the present work, the limit criteria is modified in order to account for the effect of scattering.

$$\begin{aligned} pdf_{\Omega}(\mathbf{u}_0) &= \frac{1}{2\pi} \text{ if } \tau_{eq} = \tau_a + (1-g)\tau_s < 1 \\ pdf_{\Omega}(\mathbf{u}_0) &= \frac{\mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{n}}{\pi} \text{ if } \tau_{eq} = \tau_a + (1-g)\tau_s \geq 1 \end{aligned} \quad (4.39)$$

where τ_s is the scattering optical thickness of the considered volume and g is the phase function asymmetry parameter. In the case of a purely absorbing medium, $\tau_{eq} = \tau_a$

and we are back to the proposition of [15] : when $\tau_a > 1$, the absorption mean free path $\lambda_a = \frac{1}{k_a}$ is smaller than the system size which insures that the specific intensity of emitted photons (photons emitted within the gas volume that reach the boundary) is close to isotropy. Multiple scattering also induces an isotropic distribution of specific intensity at the volume boundary, but here the relevant scale is not the scattering mean free path $\lambda_s = \frac{1}{k_s}$ but the scattering *transport* mean free path $\frac{\lambda_s}{1-g}$ which accounts for the shape of the scattering phase function (forward scattering induces higher values of the transport mean free path) [7]. When the medium both absorbs and scatters, the relevant scale is the total transport mean free path λ_{eq} defined as $\frac{1}{\lambda_{eq}} = \frac{1}{\lambda_a} + \frac{1-g}{\lambda_s}$ which leads to the proposition of Eq. 4.39.

- Sampling of first exchange position P

As in [15], the first exchange position P along $\tilde{\gamma}$ is sampled by use of a randomly generated abscissa $\tilde{\sigma}$ between 0 and $\tilde{l}_{\tilde{\gamma},1}^+$ (see Fig. 4.6). The main interest of the proposed boundary based formulation is that the sampling law can be chosen as function of the absorption optical thickness in order to favor emission positions close to the boundary at the optically thick limit. This is done using an exponential probability density function for $\tilde{\gamma}$, which corresponds to an ideal adaptation for isothermal gas volumes :

$$pdf_{\tilde{\Sigma}}(\tilde{\sigma}) = \frac{k_a \exp(-k_a \tilde{\sigma})}{1 - \exp(-k_a \tilde{l}_{\tilde{\gamma},1}^+)} \quad (4.40)$$

Random generation of $\tilde{\gamma}$ is simply performed on the basis of a uniform random generation of r in the unit interval according to :

$$\tilde{\sigma} = -\frac{1}{k_a} \ln \left(1 - r \left(1 - \exp(-k_a \tilde{l}_{\tilde{\gamma},1}^+) \right) \right) \quad (4.41)$$

For small values of absorption coefficient k_a (optically thin limit), the above expression reduces to $\tilde{\sigma} \approx r \tilde{l}_{\tilde{\gamma},1}^+$, which is equivalent to choosing uniformly $\tilde{\sigma}$ within $[0, \tilde{l}_{\tilde{\gamma},1}^+]$. The physical significance of this, is that each point of $\tilde{l}_{\tilde{\gamma}}$ contributes the same way to the radiative transfer, because the energy emitted at each point is totally transmitted out of the gas volume. On the contrary, for strong values of k_a (optically thick limit), Eq. 4.41 reduces to $\tilde{\sigma} \approx -\frac{1}{k_a} \ln(1 - r)$. $\tilde{l}_{\tilde{\gamma},1}^+$ is no longer taken into account and most exchange positions P are sampled in the immediate vicinity of the boundary : most statistical events have a significant contribution to the net-exchange and the statistical variance is reduced.

- Sampling of second exchange positions P'_n

Similarly, second exchange positions are generated along γ by use of randomly generated abscissa σ_n according to :

$$pdf_{\Sigma_n}(\sigma_n) = \frac{k_a \exp(-k_a(\sigma_n - l_{\gamma,n}^-))}{1 - \exp(-k_a(l_{\gamma,n}^+ - l_{\gamma,n}^-))} \quad (4.42)$$

Unlike in [15], when the medium is both absorbing and scattering, the impact of these sampling laws on the behavior of the associated Monte-Carlo algorithm is configuration dependent : sampling law adaptation is not satisfactory in the whole parameter range. The leading parameter is the single scattering albedo : $\omega = \frac{k_s}{k_a + k_s}$

- For $\omega \ll 1$, scattering is negligible compared to absorption. In this case, the medium may be considered as purely absorbing, and it has been shown in [15] that the proposed sampling laws are suitable for such configurations. In particular, they solve the convergence difficulty encountered by Monte-Carlo algorithms in optically thick absorption configurations.
- For usual values of ω ($\omega \in]0, 1[$ except for values very close to unity), scattering increases optical path lengths, and the use of the presented sampling laws results in a correct sampling of both exchange positions P and P' .
- For $\omega \approx 1$, absorption is negligible compared to scattering. In this particular case, the proposed sampling laws fail to sample efficiently the optical path space. The difficulty may be described as follows : when scattering is the dominant process, the medium may be considered as optically thin from the point of view of absorption. In this case, all points into a given gas volume contribute equally to the exchange between this gas volume and the rest of the system. Even if the use of the proposed law for $pdf_{\tilde{\Sigma}}(\tilde{\sigma})$ will result in a uniform sampling of first exchange positions P along all generated optical paths, most of these paths will be very short, because of the medium strong scattering properties (intense backscattering from point Q). First exchange positions P will therefore be mainly sampled in the vicinity of the volume boundary which is not in accordance with the physics of radiative net-exchanges in little absorbing and highly scattering configurations. The proposed algorithm will therefore encounter convergence difficulties. We will see however that this difficulty is partly compensated by a reduction of the average number of scattering events to be numerically generated, the overall cost of the algorithm remaining satisfactory up to high albedo levels.

4.3.3 Convergence illustration : non-isothermal slab emission

As in [15], the proposed algorithm is first tested using the academic problem of monochromatic slab emission. A single horizontal slab is considered, constituted of semi-transparent medium, with uniform absorbing and scattering optical properties, between two black boundaries at 0K. The slab physical thickness is H and the z-axis is downward-positive. The temperature profile across the slab is such that the blackbody intensity at the considered frequency follows a linear profile $B(z)$ from 0 at the top to B_0 at the bottom of the slab. The addressed quantity is the downward slab emission, which is also the net-exchange rate between the slab and the bottom boundary.

Fig. 4.7a-4.10a display the number of statistical realizations N needed in order to get a 1 percent standard deviation over the slab emission value, as a function of slab total optical thickness τ_H , for 4 different values of the single scattering albedo $\omega = \frac{k_s}{k_a+k_s}$. Correspondingly, Fig. 4.7b-4.10b display the mean number of scattering events $\langle N_s \rangle$ along each sampled optical path.

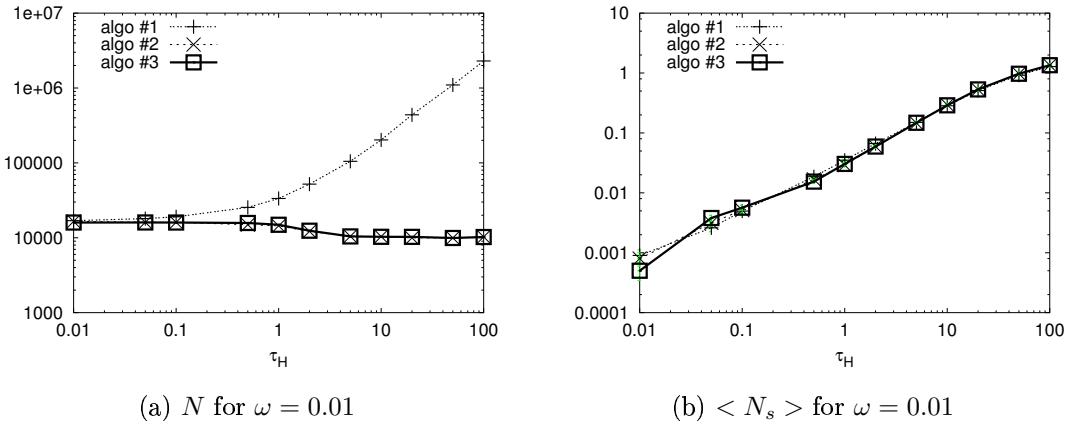
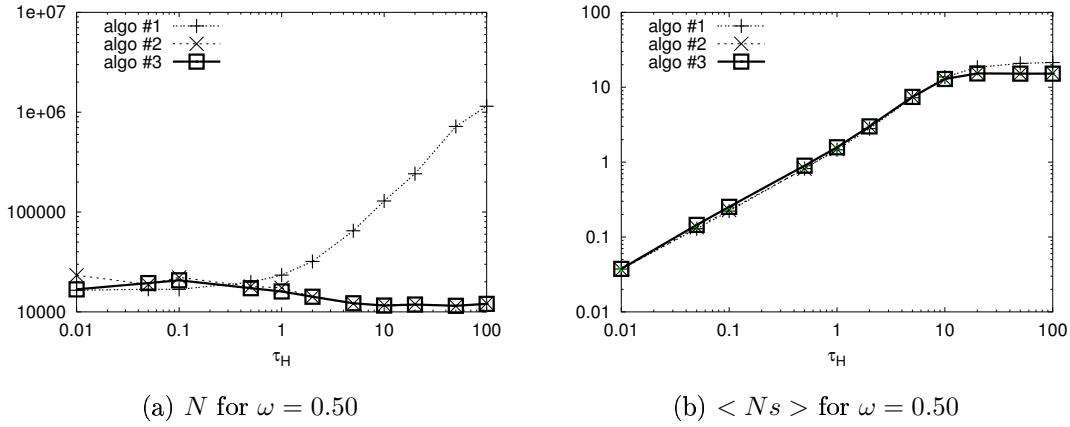
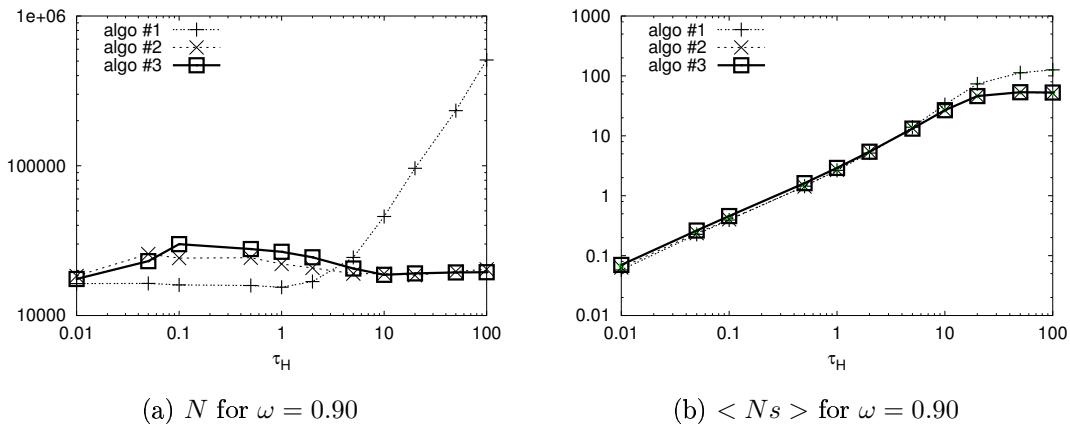


FIG. 4.7: (a) : Number of statistical realizations N required to compute slab emission with a relative standard deviation of 1 percent as function of slab total optical thickness τ_H . (b) : Average number of scattering events $\langle N_s \rangle$ as function of slab total optical thickness τ_H . Calculations held with $\omega = 0.01$. Presented results correspond to three different algorithms : standard Monte-Carlo algorithm (algo #1), boundary-based net-exchange algorithm (algo #2), boundary-based net-exchange algorithm without the optimization of angular sampling as function of scattering (algo #3).

In each figure, N is displayed for three different Monte-Carlo algorithms :

- 1 - A standard Monte-Carlo algorithm, in which bundles are generated uniformly within the layer, with isotropic directions, and are attenuated along their multiple scattering

FIG. 4.8: Same as Fig. 4.7, except that $\omega = 0.50$ FIG. 4.9: Same as Fig. 4.7, except that $\omega = 0.90$

optical paths until they leave the layer (algorithm based on an exchange formulation with a uniform law for volume sampling and an isotropic law for angular sampling, see Eq. 4.30).

- 2 - The boundary-based net-exchange algorithm proposed in Sec. 4.3.2.
- 3 - The same algorithm except that the angular sampling law of [15] is used (see Eq. 4.38), instead of the sampling law in which we attempted to account for scattering (see Eq. 4.39).

It can be seen in Fig. 4.7(a) that for small values of the single-scattering albedo ($\omega = 0.01$), N is stabilizing for algorithms 2 and 3 (boundary based algorithms) as the slab total optical thickness τ_H increases, while for algorithm 1 (standard MC algorithm), N keeps increasing for large values of τ_H . In the case of intermediate single-scattering albedoes (Fig. 4.8(a), $\omega = 0.50$) and even for moderately strong single-scattering albedoes (Fig. 4.9(a), $\omega = 0.90$), convergence with a 1 percent error always requires a lower number of statistical realizations for algorithms 2 and 3.

It is no longer the case for extremely strong single-scattering albedoes (Fig. 4.10(a), $\omega = 0.9999$) ; this convergence difficulty for high albedoes was explained in the previous section : for a high value of ω , the medium is optically thin for absorption, and first exchange points P should be sampled uniformly within the slab. This is what the standard algorithm does, whereas most optical paths sampled by algorithms 2 and 3 (starting from the slab boundaries) are very short (because of the medium's strong scattering coefficient) thus first exchange positions P are mainly sampled close to the boundaries. Altogether, in the limit of extremely high albedoes, algorithms 2 and 3 require a greater number of statistical realizations because of a non-adapted P sampling law.

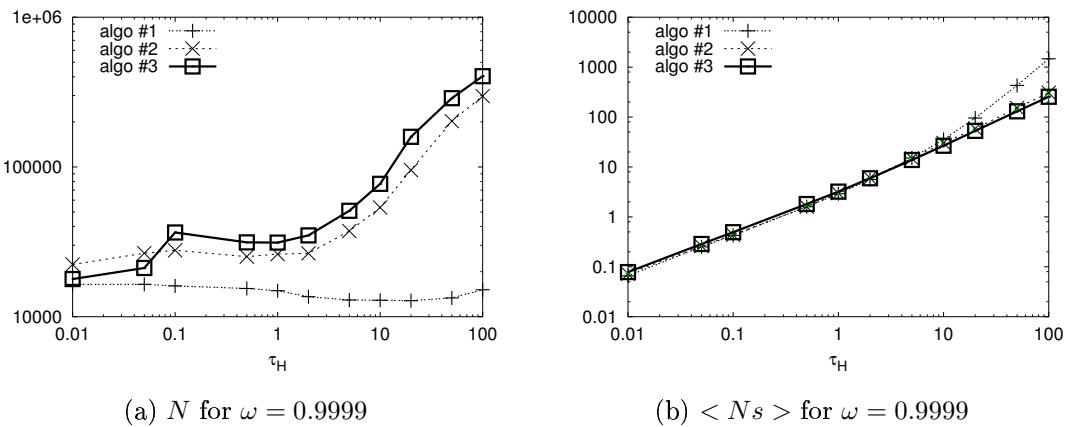
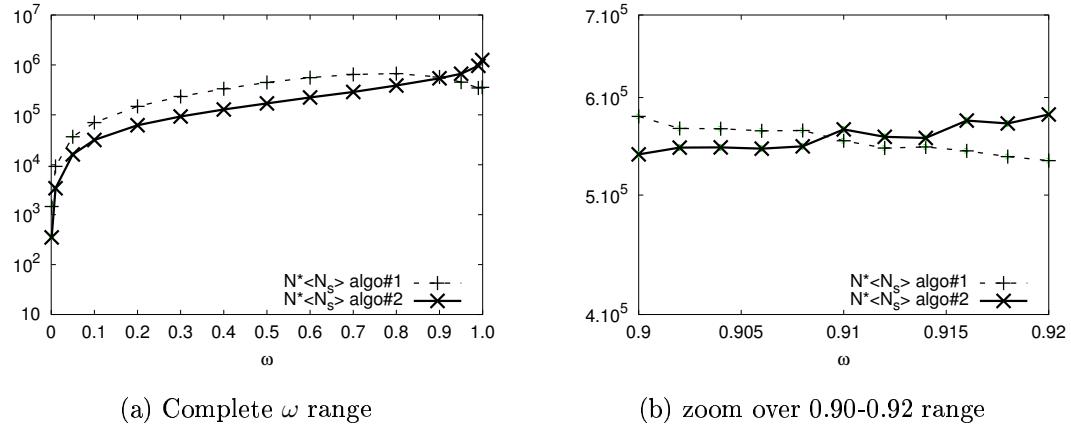
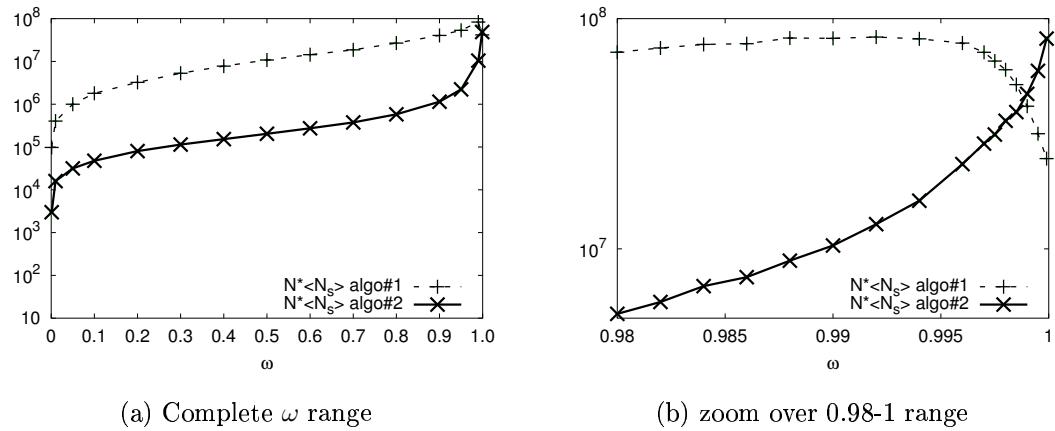


FIG. 4.10: Same as Fig. 4.7, except that $\omega = 0.9999$

FIG. 4.11: $N < N_s >$ for $\tau_H = 10$ FIG. 4.12: $N < N_s >$ for $\tau_H = 100$

However, the numerical cost of the algorithm is not directly the number of required statistical realizations N , but the product $N \times \langle N_s \rangle$ where $\langle N_s \rangle$ is the average number of scattering events. Concerning $\langle N_s \rangle$, Fig. 4.7(b) - 4.10(b) illustrate that :

- For low values of τ_H and ω , the mean number of scattering events $\langle N_s \rangle$ required for each statistical realization is of the same order of magnitude for all three algorithms.
- In the special case of both high τ_H and high ω , $\langle N_s \rangle$ can be about 10 times greater for the standard algorithm than for algorithms 2 and 3.

This may be explained, making the assumption that $\langle N_s \rangle \approx \frac{\langle L \rangle}{\lambda_s} = \langle L \rangle k_s$ with $\langle L \rangle$ the average path length and $\lambda_s = \frac{1}{k_s}$ the scattering mean free path. For algorithms 2 and 3, it has been shown (see. [4]) that $\langle L \rangle$ is independent of scattering properties : $\langle L \rangle = 2H$. For algorithm 1, it can be easily shown that $\langle L \rangle$ is proportional to $H\tau_s$.⁸ At high values of ω , this finally gives $\langle N_s \rangle \sim \tau_H^2$ for algorithm 1 and $\langle N_s \rangle \approx 2\tau_H$ for algorithms 2 and 3.

These two competing effects combine at high albedo and results are shown in Fig. 4.11 and Fig. 4.12. These figures display the product $N \times \langle N_s \rangle$ for $\tau_H = 10$ and $\tau_H = 100$, as a function of the single scattering albedo ω . It appears that the two effects previously emphasized for high albedo (N lower for algorithm 1 than for algorithms 2 and 3, and $\langle N_s \rangle$ greater for algorithm 1 than for algorithms 2 and 3) result in the fact that algorithm 2 remains faster than algorithm 1 up to relatively high values of ω , and becomes slower above a critical value of ω . The value ω_c at which both algorithms converge at the same speed depend on τ_H , ω_c increasing as τ_H increases ($\omega_c \approx 0.91$ for $\tau_H = 10$ and $\omega_c \approx 0.998$ for $\tau_H = 100$).

4.3.4 Convergence illustration : radiative flux divergence within a non-isothermal slab

In the preceding example a linear blackbody intensity profile was used for convergence tests concerning slab emission. This kind of blackbody intensity profile is not relevant for radiative flux divergence computations in the limit of strong optical thicknesses : with the underlying idea of Rosseland (diffusion) approximation, the radiative budget is in-

⁸This property may be derived directly from Markov theory with absorbing states [27] in a one-dimensional case, with constant free path length (problem well known as the “Gambler’s ruin problem”). Extension to exponentially distributed free path length is tedious but is accessible without any specific mathematical difficulty. To our knowledge, extension to three dimensions is not available, but it may easily be observed experimentally that the proportionality property remains valid, at least for qualitative reasonings such as those made in the present text.

deed only function of the blackbody profile second order derivative. Fig. 4.13-4.15 therefore present convergence tests with the same slab configuration as above, but with a parabolic blackbody intensity profile (B_0 at slab boundaries and $B_0 + \Delta B$ at slab center) : $B(z) = B_0 + \Delta B \left[1 - 4 \left(\frac{z}{H} - \frac{1}{2} \right)^2 \right]$. Computations are performed using a slab discretization into 20 layers of same thickness, with $N = 10^4$ statistical realizations per layer. Presented results are the average value of the radiative flux divergence within each layer.

Fig. 4.13a-4.15a display the radiative flux divergence profile for different values of the slab total optical thickness τ_H . In these successive three figures, the single scattering albedo is respectively equal to 0.01, 0.50 and 0.90. For the same values of single scattering albedo, Fig. 4.13c - 4.15c and Fig. 4.13d - 4.15d display radiative flux divergence averages in layers 3 and 10 respectively, as function of slab total optical thickness τ_H . Standard deviations are presented in Fig. 4.13b - 4.15b, Fig. 4.13e - 4.15e and Fig. 4.13f - 4.15f.

Results concerning layer 3 and layer 10 are presented in logarithmic scale in order to highlight the behaviors at the optically thin and optically thick limits where Monte-Carlo algorithms commonly encounter convergence difficulties. In the optically thin limit, the radiative flux divergence is proportional to k_a , and therefore to τ_H (when both layer width H and single scattering albedo ω are fixed). In the optically thick limit, short-distance energy redistribution processes are dominant and the radiative flux divergence follows the diffusion approximation. In the case of a parabolic blackbody intensity profile, it is constant across the slab and (for fixed values of H and ω) inversely proportional to τ_H (see 4.3.6). Analytical results corresponding to the diffusion approximation are superimposed to the Monte-Carlo results in Fig. 4.13c-4.15c and Fig. 4.13d-4.15d. Also presented are the analytical results corresponding to the pure absorption approximation (neglecting scattering) : these analytical solutions are available, in the specific case of a parabolic blackbody intensity profile, thanks to the 4th and 5th exponential integral functions (see appendix 4.3.6).

The results of Fig. 4.13 lead to the same conclusions as those of figure 7-8 in [15] : for low albedoes, the convergence qualities of the present algorithm are similar to those of the previous algorithm designed for purely absorbing media⁹. This is compatible with the fact that, for $\omega = 0.01$, the pure absorption approximation appears as accurate for all optical thicknesses from 10^{-2} to 10^2 . Using 10^4 statistical realizations per layer, the statistical uncertainty (more precisely the standard deviation) remains lower than a few percents for layer 10 ; it reaches 10% for layer 3 at $\tau_H = 10$ and is independant of optical thickness

⁹Note that a scaling error was made in [15] : results of figure 8 were presented omitting to divide by a factor 25 corresponding to the narrow band width $d\eta = 25\text{cm}^{-1}$ with which computations were held

above $\tau_H = 10$. As explained in [15], the fact that the uncertainty becomes independant of optical thickness at high optical thicknesses (whereas it diverges for standard Monte-Carlo algorithms) comes from the fact that the boundary-based sampling of emission positions is ideally adapted to optical thickness and that the only remaining task is to perform the integration over the blackbody intensity profile, which is independant of optical thickness. The fact that higher uncertainties are observed for layer 3 than for layer 10 is due to symetry reasons : the radiative balance of layer 10 is the sum of the net-exchanges through its bottom and top interfaces, that are of same sign, whereas the radiative balance of layer 3 is the difference between a heating and a cooling term, all net-exchanges being computed with similar uncertainties.

Fig. 4.14 and Fig. 4.15 lead to very similar observations which means that in terms of required numbers of statistical realizations, the conclusions of Sec. 3 are still valid for radiative flux divergence calculations : no specific difficulty is encountered with the proposed algorithm up to extreme values of both absorption and scattering optical thicknesses (except for extreme cases where both optical thickness τ_H and single scattering albedo ω are very high, typically $\tau_H = 100$ and $\omega = 0.9999$). The average numbers of scattering events are not displayed in these figures as no additional observation can be made compared to those made in the preceding section : it increases less rapidly with the present algorithm than with a standard Monte-Carlo algorithm, which partially compensates the convergence limit at high τ_H and high ω .

4.3.5 Conclusion

The above presented algorithm is an extension to scattering media of the algorithm introduced in [15] as a way to bypass the difficulties encountered by standard Monte-Carlo algorithms at the optically thick limit. It is based on a boundary-based net-exchange formulation together with a detailed optimization of optico-geometric sampling laws. It is little sensitive to optical thickness up to both extreme values of absorption optical thickness and scattering optical thickness, two major difficulties of standard Monte-Carlo algorithms. As it is based on a net-exchange formulation, it also encounters no difficulty when applied to quasi-isothermal configurations. As will be presented in a forthcoming publication, this algorithm is in particular suitable for detailed analysis of infrared radiation in the terrestrial atmosphere, in which are simultaneously encountered wide ranges of absorption optical thicknesses (because of the line spectra of atmospheric gases) and wide ranges of scattering optical thicknesses (from optically thin dust clouds to optically thick water clouds) [23, 24].

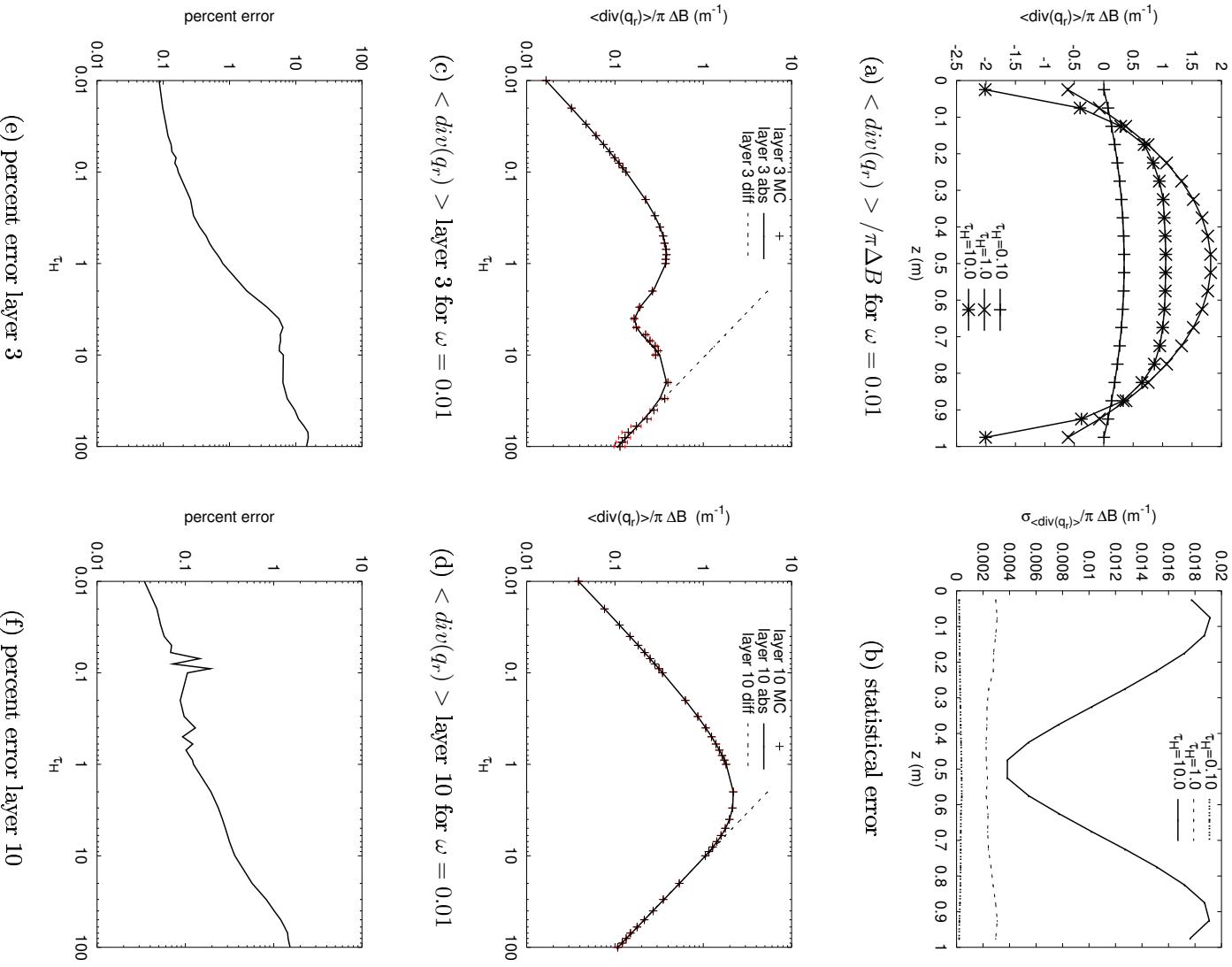


FIG. 4.13: Average value of the radiative flux divergence within each of the 20 layers using $N = 10^4$ statistical realizations per layer. The slab width is $H = 1\text{m}$, scattering is isotropic and the single scattering albedo is $\omega = 0.01$. (a) : radiative flux divergence profile for three values of the slab total optical thickness τ_H ; (b) : standard deviations corresponding to (a); (c) : radiative flux divergence average in layer 3 as a function of τ_H ; (d) : radiative flux divergence average in layer 10 as a function of τ_H ; (e) : standard deviations corresponding to (c); (f) : standard deviations corresponding to (d).

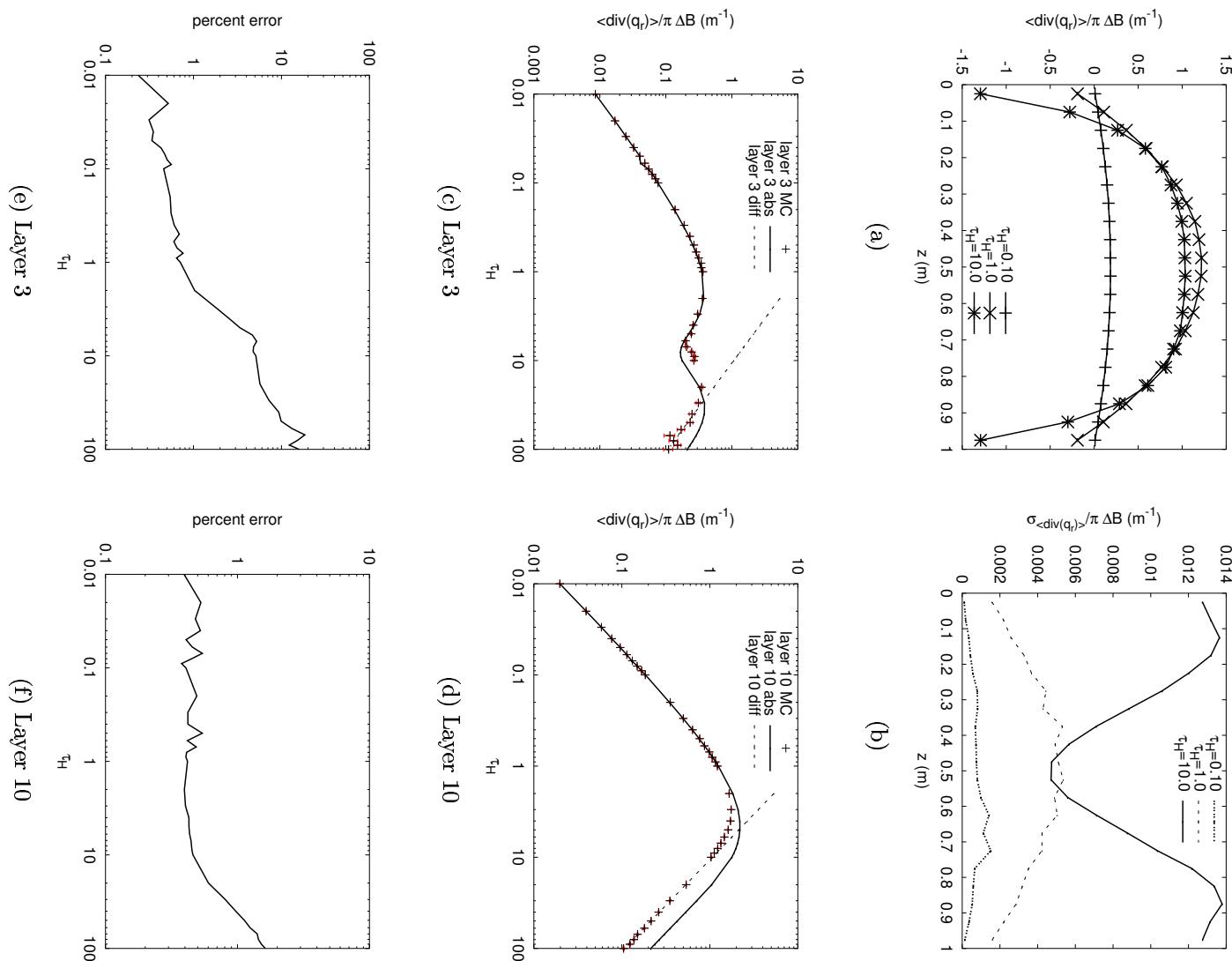


FIG. 4.14: Same as Fig. 4.13 with $\omega = 0.5$

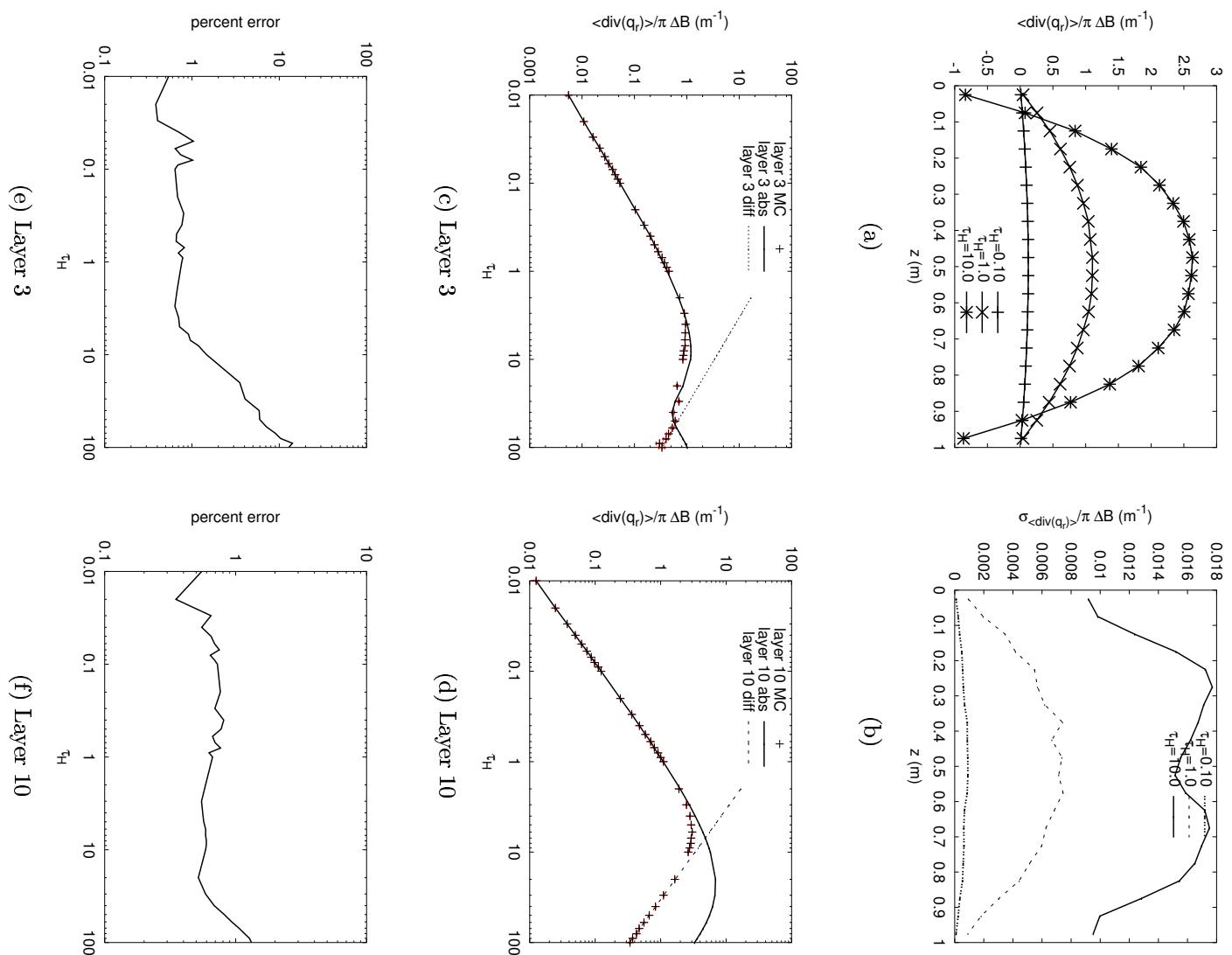


FIG. 4.15: Same as Fig. 4.13 with $\omega = 0.9$

Structurally speaking, the proposed algorithm is very much similar to most standard Monte-Carlo algorithms, except for the sampling of emission positions that is modified according to the boundary-based approach. All optimized sampling laws are also mathematically very simple and corresponding random generation procedures introduce no specific difficulty. Altogether, the proposed algorithm should therefore be easy to implement on the basis of any existing Monte-Carlo code. We also hope that the presented formal derivations should allow that the reader derives its own sampling laws for best optimization in front of specific configurations.

Finally, a difficulty remains in the limit of very high scattering optical thicknesses combined with very low absorption optical thicknesses. We believe that this difficulty (that was already well identified and intensively explored for nuclear shielding applications [3, 35]) can only be faced working on the diffusive random walk itself, using formulation efforts and sampling laws adaptations. This point was not addressed in the present paper and it will undoubtedly require further detailed analysis of the statistics of multiple scattering optical paths in finite size systems.

4.3.6 Appendix A : radiative flux divergence expressions at the scattering optically thin and optically thick limits.

4.3.6.1 Diffusion approximation in a plane parallel configuration.

In the case of optically thick configurations, the diffusion approximation (which is equivalent to the Rosseland approximation) may be used. The radiative flux $q_r(z)$ can be written as :

$$q_r(z) = -\frac{h\nu c}{k_a + k_s} D \frac{\partial G}{\partial z} \quad (4.43)$$

with $G(z) = \frac{1}{h\nu c} \int_{4\pi} I(z, \mathbf{u}) d\omega(\mathbf{u})$ the local photon density, where $I(z, \mathbf{u})$ is the specific intensity at altitude z in direction \mathbf{u} and $D = \frac{1}{3(1-\omega g)}$. In optically thick systems, we can make the assumption that $G(z)$, the local photon density, is equal to the equilibrium intensity at the local temperature : $G(z) = \frac{4\pi}{h\nu c} B(z)$, with $B(z)$ the local blackbody intensity. With the assumption of a parabolic blackbody intensity profile $B(z) = B_0 + \Delta B \left[1 - 4 \left(\frac{z}{H} - \frac{1}{2} \right)^2 \right]$, the radiative flux becomes :

$$q_r(z) = \frac{32\pi\Delta B}{(k_a + k_s)H} D \left(\frac{z}{H} - \frac{1}{2} \right) \quad (4.44)$$

And its divergence is :

$$\text{div}(q_r)(z) = \frac{32\pi\Delta B}{(k_a + k_s)H^2} D \quad (4.45)$$

Finally, the average radiative flux divergence between altitudes z_{i-1} and z_i may be written as :

$$\langle \text{div}(q_r) \rangle = \frac{\int_{z_{i-1}}^{z_i} \text{div}(q_r(z))}{z_i - z_{i-1}} = \frac{32\pi\Delta B}{(k_a + k_s)H^2} D = \frac{1}{\tau_H} \frac{32\pi\Delta B}{H} D \quad (4.46)$$

Note that even at the optically thick limit, the diffusion approximation is not valid for the computation of the average flux divergence in the bottom and top layers (layers 1 and 20 in the text). The diffusion approximation is only valid far from the boundaries.

4.3.6.2 Absorption approximation in a plane parallel configuration with black boundaries and a parabolic black intensity profile.

The average radiative flux divergence in layer i (between altitudes z_{i-1} and z_i) may be expressed as :

$$\langle \text{div}(q_r) \rangle = 2\pi \int_0^1 \mu \left(\frac{\partial I^+(z, \mu)}{\partial z} + \frac{\partial I^-(z, -\mu)}{\partial z} \right) d\mu \quad (4.47)$$

with $I^+(z, \mu)$ and $I^-(z, -\mu)$ respectively the upward and downward specific intensities at altitude z , in the zenithal direction θ with $\mu = \cos(\theta)$. Under the pure absorption approximation, these intensities may be written as :

$$I^+(z, \mu) = B(0) \exp\left(-\int_0^z \frac{k_a(z')}{\mu} dz'\right) + \int_0^z k_a(z') B(z') \exp\left(-\int_{z'}^z \frac{k_a(z')}{\mu} dz'\right) \frac{dz'}{\mu} \quad (4.48)$$

$$I^-(z, -\mu) = B(H) \exp\left(-\int_H^z \frac{k_a(z')}{\mu} dz'\right) + \int_H^z k_a(z') B(z') \exp\left(-\int_{z'}^z \frac{k_a(z')}{\mu} dz'\right) \frac{dz'}{\mu} \quad (4.49)$$

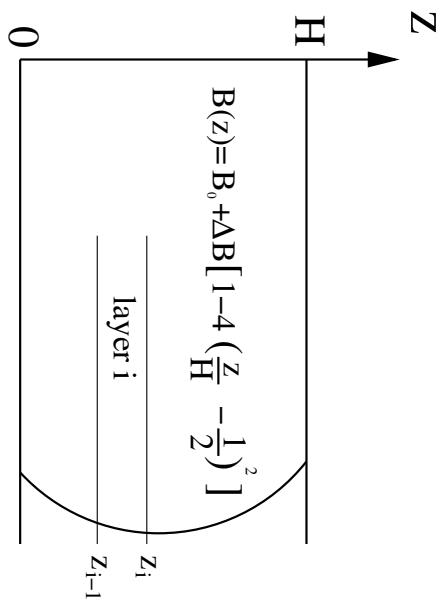


FIG. 4.16: Plane-parallel slab with n homogeneous layers and parabolic black intensity profile.

Introducing the parabolic Planck profile $B(z) = B_0 + \Delta B \left[1 - 4 \left(\frac{z}{H} - \frac{1}{2} \right)^2 \right]$ into the above expressions leads to :

$$\begin{aligned}
 < \operatorname{div}(q_r) > &= \frac{2\pi}{z_i - z_{i-1}} \left[\frac{4\Delta B}{H k_a} \left(E_4(k_a z_i) - E_4(k_a z_{i-1}) - E_4(k_a(H - z_i)) \right. \right. \\
 &+ E_4(k_a(H - z_{i-1})) \Big) + \frac{8\Delta B}{(H k_a)^2} \left(E_5(k_a z_i) - E_5(k_a z_{i-1}) \right. \\
 &\left. \left. - E_5(k_a(H - z_i)) + E_5(k_a(H - z_{i-1})) \right) + \frac{16\Delta B(z_i - z_{i-1})}{3k_a H^2} \right] \quad (4.50)
 \end{aligned}$$

with E_n the n^{th} exponential integral :

$$E_n(x) = \int_0^1 \mu^{n-2} \exp\left(-\frac{x}{\mu}\right) d\mu \quad (4.51)$$

4.4 Éléments complémentaires

Ce paragraphe présente un aspect de l'algorithme de Monte-Carlo qui n'a pas été explicité dans le paragraphe précédent. Il s'agit du critère de troncature des chemins de diffusion, non présenté dans l'article précédent car il ne s'agit pas à proprement parler d'une optimisation de la méthode de Monte-Carlo. L'ajout de ce critère est pourtant incontournable dans l'algorithme qui a été présenté.

En effet, dans le paragraphe 4.3, l'algorithme proposé utilise une formulation en puissances nettes échangées basée sur une génération de chemins optiques de diffusion depuis les éléments de discréttisation du système (éléments de volume ou de surface) qui composent le système. De plus, l'atténuation de l'énergie transportée par les "paquets de photons" est intégrée le long du trajet optique¹⁰. Dans un algorithme basé sur une telle formulation, les chemins optiques des rayons générés ne s'achèvent que lorsqu'ils arrivent à une paroi noire, où ils sont absorbés. Dans une configuration où le milieu participant est peu diffusant, cela ne pose aucun problème. En revanche, lorsque le milieu participant est fortement diffusant, les chemins optiques de diffusion peuvent devenir très longs avant de rencontrer une paroi noire. De la même façon, le problème de l'arrêt des chemins optiques devient insoluble dès que le système ne comporte que des parois réfléchissantes : chaque fois qu'un paquet de photons rencontre une paroi, une partie de l'énergie qu'il transporte est absorbée par la paroi, mais il faut continuer de générer le chemin optique pour la partie réfléchie. Le temps de calcul de l'algorithme associé étant proportionnel à la longueur moyenne des trajets optiques, la génération de chemins optiques de longueur infinie serait rédhibitoire.

Une façon de résoudre ce problème consiste à définir un critère d'arrêt de génération des chemins optiques de diffusion. En effet, il n'est d'aucune utilité de générer un chemin optique tellement long que, de toute façon, l'atténuation exponentielle le long de ce chemin sera totale à la précision de la machine de calcul près. Un critère possible pour arrêter les chemins optiques est donc le suivant : lorsque l'énergie transportée par un rayon donné devient inférieure à un niveau fixé arbitrairement, alors le processus de génération du chemin optique du rayon peut être arrêté.

Deux problèmes se posent maintenant : quel estimateur de l'énergie transportée par le rayon peut-on choisir, et quel niveau fixer sur cet estimateur pour tronquer les chemins ?

L'énergie transportée par le rayon, dans l'algorithme de Monte-Carlo, sera mesurée par

¹⁰Dans notre algorithme, chaque paquet de photons est absorbé le long de son trajet optique suivant la loi d'atténuation en exponentielle ; il ne s'agit pas d'un algorithme où les positions d'absorption sont déterminées de façon stochastique.

la contribution du rayon à un résultat du transfert radiatif. Dans notre algorithme, deux grandeurs sont principalement calculées : les bilans radiatifs et les flux ; étant donné que ce sont les mêmes générations aléatoires qui servent à calculer à la fois les bilans radiatifs et les flux, nous avons choisi de prendre un estimateur de l'énergie transportée par chaque rayon à partir de la contribution de chaque rayon à la fois aux bilans radiatifs et aux flux, ce qui donne deux estimateurs de l'énergie transportée par le rayon :

- ϵ_Ψ est un estimateur basé sur la contribution de chaque rayon au calcul des bilans radiatifs.
- ϵ_ϕ est un estimateur basé sur la contribution de chaque rayon au calcul des flux.

On définira des valeurs minimales $\epsilon_{\Psi,min}$ et $\epsilon_{\phi,min}$ permettant d'arrêter la génération des chemins optiques. Nous reviendrons au problème consistant à fixer les valeurs de ces paramètres après avoir décrit les critères permettant de tronquer la génération des trajets optiques.

Les processus d'émission et de suivi des paquets de photons à l'intérieur du milieu constituent des problèmes distincts. Examinons, pour chacun de ces deux processus, quels critères vont permettre de cesser la génération des trajets optiques.

- Processus d'émission : les paquets de photons peuvent être émis soit par un élément de surface du système, soit par un élément de volume de gaz. Nous ne parlerons pas du cas où un paquet de photons est émis par un élément de surface du système, car dans ce cas là, il suffit d'identifier le point d'émission situé sur l'élément de surface. Dans le cas où un paquet de photons est émis par un élément de volume de gaz, l'algorithme de Monte-Carlo commence par choisir un point de sortie du volume (Q) et une direction de sortie (u_0), puis génère un trajet optique “inverse” $\tilde{\gamma}$ à partir de Q , dans la direction $-u_0$ (cf. Fig. 4.6 p. 96). Ce trajet optique $\tilde{\gamma}$ est construit par étapes successives. Chaque étape correspond à un événement de diffusion ou de réflexion à une paroi du rayon. On peut arrêter de construire le trajet optique $\tilde{\gamma}$ à partir du moment où l'épaisseur optique $\tilde{\tau}_{\tilde{\gamma},n}$ (à l'étape n) de ce trajet devient tellement grande que l'atténuation exponentielle le long de ce trajet est quasiment totale. En d'autres termes, on peut arrêter la génération du trajet optique $\tilde{\gamma}$ à l'étape n si $\Delta B_{max} \exp(-\tilde{\tau}_{\tilde{\gamma},n}) < \epsilon_{\Psi,min}$ où ΔB_{max} est la différence de luminance noire maximale dans le système, ou encore lorsque $B_{em,max} \exp(-\tilde{\tau}_{\tilde{\gamma},n}) < \epsilon_{\phi,min}$ où $B_{em,max}$ est la luminance noire maximale dans le volume de gaz qui émet le paquet de photons. Autrement dit, le critère permettant

d'arrêter la génération du trajet optique $\tilde{\gamma}$ à l'étape n est le suivant :

$$\exp(-\tilde{\tau}_{\tilde{\gamma},n}) < \min\left(\frac{\epsilon_{\Psi,min}}{\Delta B_{max}}, \frac{\epsilon_{\phi,min}}{B_{em,max}}\right) \quad (4.52)$$

- Processus de suivi de rayon : lorsqu'un paquet de photons a été émis par un élément de surface du système, un trajet optique γ est généré à partir du point d'émission. Le critère permettant alors de tronquer ce trajet γ est identique au critère présenté par la relation 4.52, où $B_{em,max}$ est remplacé par B_{em} , la luminance noire au point d'émission, choisi sur l'élément de surface. Dans le cas où le paquet de photons est émis par un volume de gaz, le trajet optique γ est initié au point Q_0 , dans la direction u_0 (cf. Fig. 4.6 p. 96). L'énergie transportée par le rayon au point Q correspond maintenant à l'émission le long de $\tilde{\gamma}$, soit $[1 - \exp(-\tilde{\tau}_{\tilde{\gamma}})]$ où $\tilde{\tau}_{\tilde{\gamma}}$ est l'épaisseur optique le long de $\tilde{\gamma}$. Le critère permettant d'arrêter à l'étape n le trajet optique γ est donc dans ce cas :

$$\exp(-\tau_{\gamma,n}) < \min\left(\frac{\epsilon_{\Psi,min}}{\left[1 - \exp(-\tilde{\tau}_{\tilde{\gamma}})\right]\Delta B_{max}}, \frac{\epsilon_{\phi,min}}{\left[1 - \exp(-\tilde{\tau}_{\tilde{\gamma}})\right]B_{em}}\right) \quad (4.53)$$

où $\tau_{\gamma,n}$ est l'épaisseur optique du trajet γ à l'étape n , et B_{em} la luminance noire au point Q .

Il reste à savoir comment fixer les niveaux $\epsilon_{\Psi,min}$ et $\epsilon_{\phi,min}$. Il y a deux façons de procéder :

- Si on sait à l'avance quel sera l'ordre de grandeur des bilans radiatifs ou des flux avant la résolution par le code de calcul, on peut fixer comme objectif au code de Monte-Carlo d'atteindre une incertitude σ_{max} sur les résultats (σ_{max} représente l'écart-type maximal qui sera estimé par le code). On fixera alors ϵ de telle façon que l'erreur de troncature que l'on commet à chaque tirage soit négligeable devant σ_{max} l'écart-type statistique. Dans ce cas, il est inutile d'effectuer le calcul Monte-Carlo avec un nombre d'événements aléatoires plus grand que celui qui est nécessaire pour atteindre σ_{max} .
- Si on ignore quel sera l'ordre de grandeur des résultats, on peut envisager deux solutions :
 1. La première consiste à effectuer un premier calcul Monte-Carlo rapide, avec un faible nombre d'événements aléatoires. En pratique, nous considérons que 10^4 tirages aléatoires permettent d'atteindre des incertitudes de l'ordre de 1 % sur les résultats.¹¹ Ce premier calcul permet de connaître l'ordre de grandeur des bilans

¹¹Le fait que ce critère soit respecté par l'algorithme de Monte-Carlo que nous présentons n'est pas un hasard. Au cours de la phase de mise au point de l'algorithme, de nombreuses validations, notamment des lois de pondération, ont été nécessaires. Les lois de pondération ont toujours été pensées dans le but d'atteindre

radiatifs et des flux. On est alors ramenés au cours d'un second calcul, plus précis.

2. La seconde méthode consiste à ne pas faire de troncature, en fixant le critère ϵ à la valeur minimale supportée par le langage de programmation utilisé (en fortran 77, nous utilisons la valeur $\epsilon = 10^{-300}$). Dans ce cas, les trajets optiques ne s'arrêtent que lorsque la loi d'atténuation en exponentielle a totalement épuisé l'énergie transportée par chaque paquet de photons. Bien entendu, cette option peut conduire à des temps de calcul plus longs. C'est cependant l'option qui a été choisie pour tous les résultats montrés au paragraphe 4.3. C'est également le choix qui a été effectué pour obtenir *tous les résultats* qui seront montrés dans ce manuscrit.

4.5 Validation de l'algorithme monochromatique en configurations monodimensionnelles

Ce paragraphe est dédié à la validation de l'algorithme monochromatique précédemment présenté (noté "algo#2" dans le paragraphe 4.3), utilisé dans des configurations plan-parallèle : un milieu semi-transparent, structuré en mailles, est encadré par deux parois qui possèdent des propriétés d'émission et de réflexion, et dont on fixera la température. Nous raisonnons dans chaque cas à l'aide d'un profil de luminance noire, ce qui se traduit par un profil de température, dont l'explicitation n'est pas nécessaire dans ces étapes de validation, même si dans les systèmes réels c'est le profil de température qui pilote le transfert radiatif. D'autre part, un profil de température non uniforme entraîne nécessairement une variation des propriétés optiques du milieu. Cependant, toujours dans un souci de proposer des validations simples, chaque maille de milieu semi-transparent sera considérée à propriétés optiques homogènes. Ce genre de configuration se justifie d'autant plus que cette hypothèse de mailles à propriétés optiques homogènes est utilisée dans les Modèles de Circulation Générale, et sera utilisée dans le code de modélisation de transfert radiatif infrarouge proposé au paragraphe 4.6.

La validation d'un code de calcul basé sur une méthode de Monte-Carlo n'est pas triviale. C'est une phase majeure du développement du code, qui doit faire l'objet d'une certaine rigueur, car les problèmes numériques que l'on rencontre au cours de la mise au point d'un tel code de calcul ne sont pas faciles à identifier. En effet, la méthode de Monte-Carlo étant

des incertitudes de l'ordre de 1 % en réalisant 10^4 tirages aléatoires.

une méthode statistique, basée sur le tirage de nombres pseudo-aléatoires, le code peut rencontrer des problèmes numériques très spécifiques pour certaines valeurs de ces nombres pseudo-aléatoires. Une valeur pouvant entraîner un problème numérique peut apparaître très rarement du fait de l'utilisation de certaines lois de pondération : on parlera alors "d'événements rares" (typiquement une valeur aléatoire sur 10^6) qui peuvent entraîner, directement ou indirectement, un effondrement complet de l'algorithme mis au point. Des cas encore plus insidieux peuvent être rencontrés (un cas sur 10^9 par exemple) lorsque l'événement rare a pour origine le tirage de plusieurs nombres aléatoires successifs à des valeurs bien spécifiques qui peuvent entraîner un effet "boule de neige" dans les lois de pondération conditionnelles : par exemple, le tirage d'un angle à une valeur particulière entraînant un problème numérique sur la loi de pondération des positions d'émission, mais seulement dans le cas où l'épaisseur optique repérant la position d'émission, utilisée dans la seconde loi, prend une valeur particulière. Nous reviendrons sur un exemple de "bug" numérique au paragraphe 4.6.2.2.

La méthodologie de validation qui est présentée dans ce paragraphe est basée sur une approche de validation par étapes : chaque configuration proposée ci-dessous permet de valider un aspect particulier du code. Une fois toutes ces étapes franchies, le code de calcul sera validé pour l'ensemble des configurations qui relèvent de la famille de problèmes pour lesquels il a été mis au point. Il est évident que la réussite d'un certain nombre de tests fera office de validation, mais par définition, la validation totale d'un code est un concept qui n'a pas de sens.

Dans un premier temps, avant de nous intéresser à la prise en compte du phénomène de diffusion multiple, nous allons considérer un ensemble de problèmes où seules l'absorption et l'émission monochromatique de rayonnement sont considérées. Le but de cette première série de validations étant de reconstruire un algorithme monochromatique semblable à celui présenté par A. de Lataillade [13, 15], utilisé dans une configuration plan-parallèle.

- Dans un premier temps, nous avons voulu vérifier que l'algorithme de Monte-Carlo permet de reconstruire les lois en exponentielle qui découlent des phénomènes d'atténuation et d'émission. Pour cela, nous avons utilisé une configuration monodimensionnelle : le calcul a été effectué sur une direction unique, pour une seule maille de gaz aux propriétés optiques homogènes, confinée entre deux parois noires. Un profil de luminance noire plat est utilisé. La configuration et les résultats analytiques sont présentes en annexe A.1.
- Nous avons ensuite vérifié que le code gérait de façon correcte les problèmes monodimensionnels en présence de plusieurs mailles de gaz. La configuration est présentée en annexe A.2. Ce calcul a été effectué sur une direction unique, en présence de deux

mailles de gaz. Dans chacune des deux mailles, un profil de luminance noire plat est utilisé (valeurs différentes dans les deux mailles).

- Puis nous avons vérifié que le code permettait de réaliser une intégration angulaire : la configuration, présentée en annexe A.3, dans le cas particulier d'une maille de gaz unique et d'un profil de luminance noire plat, est identique à celle de la première validation, mais le calcul est cette fois-ci réalisé en trois dimensions. Cette validation montre que le code permet de reconstruire des exponentielles intégrales d'ordre 3.
 - La quatrième validation a permis de vérifier que le code prend en compte de façon correcte les configuration anisothermes, multicouches, dans le cas général d'un calcul tridimensionnel : le code reconstruit dans ce cas des exponentielles intégrales d'ordre 4. La configuration est celle de l'annexe A.3, dans le cas où le profil de luminance noire est linéaire entre les deux parois du système, avec un nombre quelconque de mailles.
 - Enfin, cette dernière validation permet de tester le comportement de l'algorithme dans la limite optiquement épaisse : nous utilisons, pour ce test générique, la configuration de l'annexe A.4. Le calcul est tridimensionnel, multicouche, avec un profil de luminance noire parabolique entre les parois du système. Dans le cas du test précédent (profil de luminance noire), les bilans radiatifs moyens calculés dans chaque maille sont nuls à la limite optiquement épaisse (résultat que l'on peut retrouver à partir de l'approximation de Rosseland pour les milieux purement absorbants [73]).
- A ce stade de la procédure de validation, on est uniquement assuré d'avoir reconstruit un algorithme similaire à celui développé par A. de Lataillade ([13, 15]), adapté à une configuration monochromatique plans parallèles infinis. C'est pourquoi ces validations ne seront pas détaillées davantage dans ce document. L'originalité du présent travail résidant dans le développement d'un algorithme de Monte-Carlo prenant en compte le phénomène de diffusion multiple, l'accent sera mis sur les validations suivantes :
- Tout d'abord, nous avons vérifié que le code prend en compte les effets de diffusion multiple. Les problèmes de transfert radiatif avec prise en compte de la diffusion n'ont pas de solution analytique simple dans le cas d'un transport tridimensionnel. Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés au cas où les rayons sont confinés sur une direction unique, où une solution est connue de façon analytique et facilement calculable.
 - Enfin, nous nous sommes assurés que le code de calcul reconstruit de façon correcte la statistique des trajets optiques de diffusion multiple : nous avons soumis l'algorithme à un problème de marche aléatoire diffuse tridimensionnelle, en configuration plan-parallèle.

La combinaison de ces deux tests nous rassure sur la validité de l'algorithme monochromatique complet. Cependant, à titre d'illustration, nous avons soumis notre code à un dernier test dans lequel nous comparons le résultat obtenu grâce au code Monte-Carlo à un résultat standard de la littérature. Sauf mention explicite, tous les résultats présentés dans la suite de ce chapitre ont été effectués à l'aide de $N = 10^4$ réalisations aléatoires par élément de discréttisation.

4.5.1 Calcul sur une direction avec diffusion arrière pure

Les flux ascendants et descendants sont connus de façon analytique dans la configuration suivante :

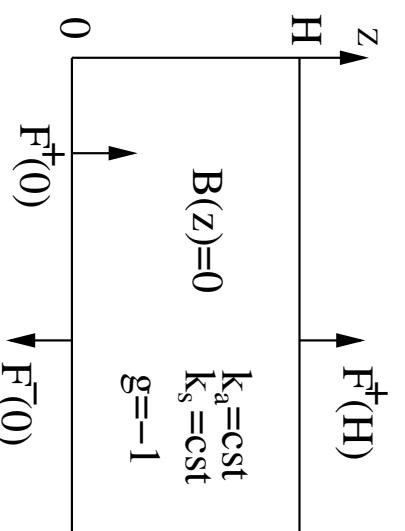


FIG. 4.17: Couche isotherme, diffusion arrière

- 1 maille de gaz, propriétés optiques constantes
- Calcul sur une direction
- Éclairage (laser) par le bas ($z=0$). $B(z) = 0$ pour le gaz (milieu froid).
- Diffusion avec fonction de phase arrière ($g = -1$).

Les relations qui permettent d'obtenir les flux ascendant et descendant en fonction de l'altitude z sont les suivantes :

$$\begin{cases} F^+(z) = F^+(0) \frac{\lambda \cosh \left[\lambda(H-z) \right] + (k_a + k_s) \sinh \left[\lambda(H-z) \right]}{\lambda \cosh(\lambda H) + (k_a + k_s) \sinh(\lambda H)} \\ F^-(z) = F^+(0) \frac{k_s \sinh \left[\lambda(H-z) \right]}{\lambda \cosh(\lambda H) + (k_a + k_s) \sinh(\lambda H)} \end{cases} \quad (4.54)$$

Avec : $\lambda = \sqrt{k_a^2 + 2k_a k_s}$

Les figures suivantes (fig. 4.18, 4.19 et 4.20) représentent la fraction de flux incident transmis en $z = H$: $F^+(H)/F^+(0)$ et la fraction de flux incident rétrodiffusée en $z = 0$: $F^-(0)/F^+(0)$, pour trois valeurs de l'épaisseur optique totale de la maille de gaz $\tau_H = (k_a + k_s)H$: $\tau_H = 0,1$, $\tau_H = 1$ et $\tau_H = 10$, en fonction de l'albédo de diffusion simple variant entre 0,9 et 1 (diffusion pure).

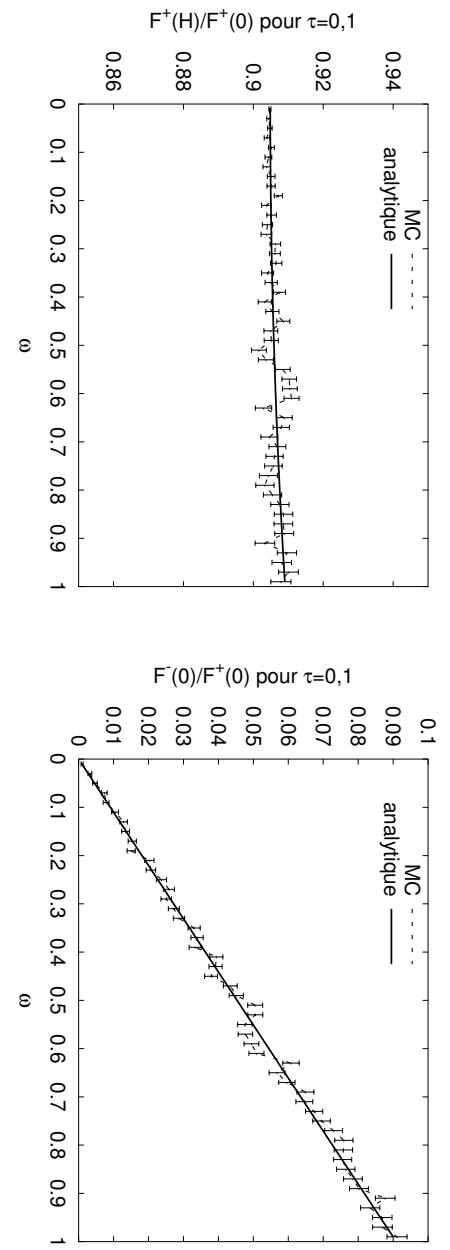


FIG. 4.18: (a) Fraction de flux incident transmise par la maille de gaz en $z = H$, pour une épaisseur optique totale $\tau_H = 0,1$; (b) Fraction de flux incident rétrodiffusée en $z = 0$.

On peut voir que dans chaque cas, les résultats obtenus par l'algorithme MC correspondent à ceux prévus par le calcul analytique, avec une incertitude correspondant à l'écart-type obtenu sur chaque valeur. Ces résultats permettent de valider la prise en compte des effets de diffusion multiple, dans le cas d'un calcul monodimensionnel. Il reste maintenant à vérifier que le code permet de retrouver la statistique des chemins de diffusion multiple en configuration tridimensionnelle.

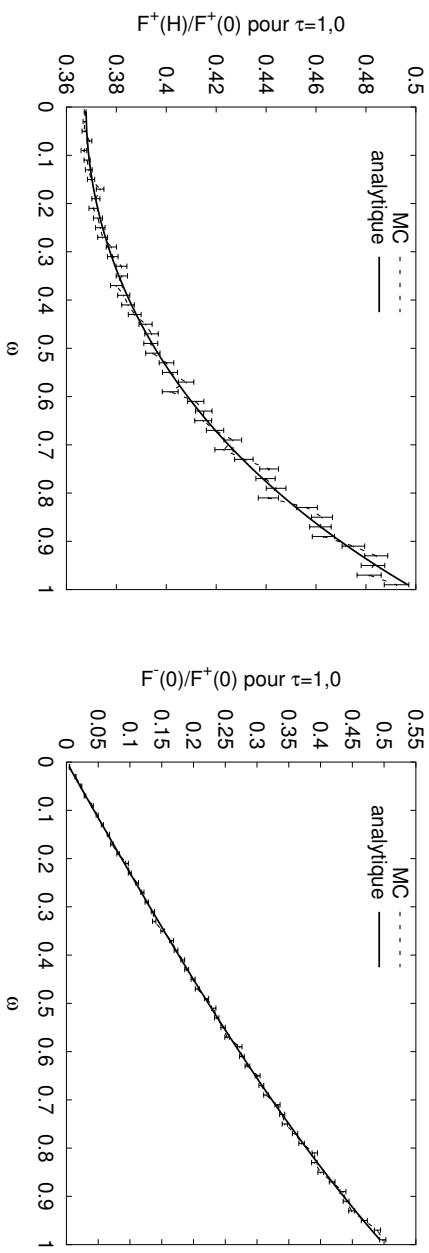


FIG. 4.19: (a) Fraction de flux incident transmise par la maille de gaz en $z = H$, pour une épaisseur optique totale $\tau_H = 1,0$; (b) Fraction de flux incident rétrodiffusée en $z = 0$.

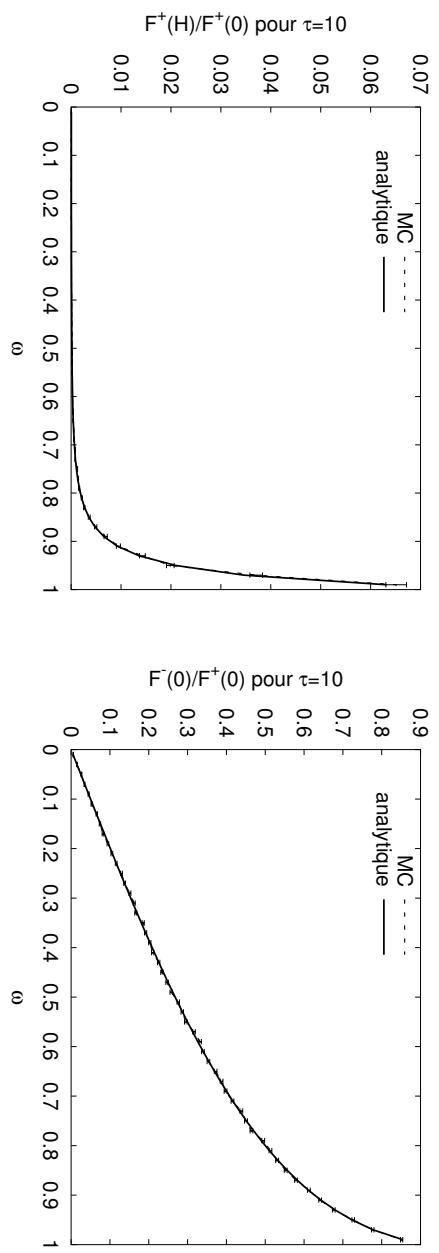


FIG. 4.20: (a) Fraction de flux incident transmise par la maille de gaz en $z = H$, pour une épaisseur optique totale $\tau_H = 10,0$; (b) Fraction de flux incident rétrodiffusée en $z = 0$.

4.5.2 Calcul tridimensionnel avec diffusion quelconque

Le théorème de Cauchy permet de montrer que pour une maille de gaz purement absorbant d'épaisseur H , éclairée de façon isotrope, la longueur moyenne des chemins que parcourrent les photons dans ce volume de gaz (des droites dans le cas de gaz purement absorbant) vérifie la propriété : $\langle L \rangle = 2H$. Il a été montré récemment ([4]) que cette propriété reste vérifiée dans le cas où le milieu est également diffusif, quelle que soit la valeur du coefficient de diffusion k_s et la fonction de phase du milieu diffusif. Nous avons voulu vérifier que le code de Monte-Carlo développé dans ce travail pouvait retrouver cette propriété concernant la statistique des chemins de diffusion multiple. Dans ce but, un calcul a été fait pour une configuration plan-parallèle, en présence d'un milieu absorbant et diffusif.

On considère dans ce calcul :

- Propriétés optiques constantes et homogènes dans la maille de gaz. En particulier, diffusion isotrope ($g = 0$).
- Émission diffuse par la paroi du bas : B_0 en $z = 0$ et $B(z) = 0$ dans le gaz (milieu froid).

Dans ce cas simple, la puissance nette échangée entre le sol et la maille de gaz, $\psi_{sol-gaz}$, a pour expression :

$$\psi_{sol-gaz} = \pi B_0 \int_0^{+\infty} p(l) [1 - \exp(-k_a l)] dl \quad (4.55)$$

où l est la longueur des trajets optiques de multidiffusion.

A la limite optiquement mince en absorption (quand $k_a \rightarrow 0$), on trouve :

$$\psi_{sol-gaz} = \pi B_0 k_a < L > \quad (4.56)$$

Où $< L >$ est la longueur moyenne des trajets optiques dans le milieu.

Si le processus de suivi de rayon tridimensionnel en présence de diffusion multiple permet de retrouver la statistique des longueurs de chemin, on doit alors trouver $\langle L \rangle = 2H$, soit :

$$\psi_{sol-gaz} = 2\pi B_0 k_a H \quad (4.57)$$

Les trois figures suivantes représentent d'une part la puissance nette échangée entre le sol et le gaz, $\psi_{sol-gaz}$ (d'après l'équation 4.56) normalisée par πB_0 , calculée avec $N = 10^4$ réalisations aléatoires, et d'autre part la grandeur $2k_a < L >$, pour une valeur de l'albédo de diffusion simple variant entre 0 et 1, et ceci pour trois valeurs de l'épaisseur optique totale

de la maille de gaz, $\tau_H = 0, 1, \tau_H = 1, 0$ et $\tau_H = 10, 0$.

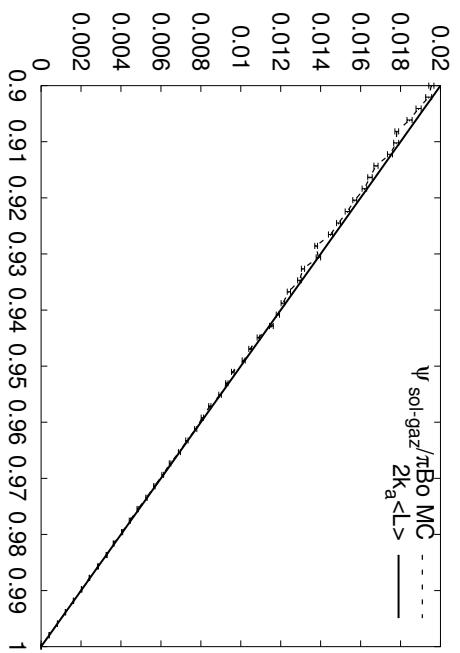


FIG. 4.21: $\psi_{sol-gaz}/\pi B_0$ pour $\tau_H = 0.1$

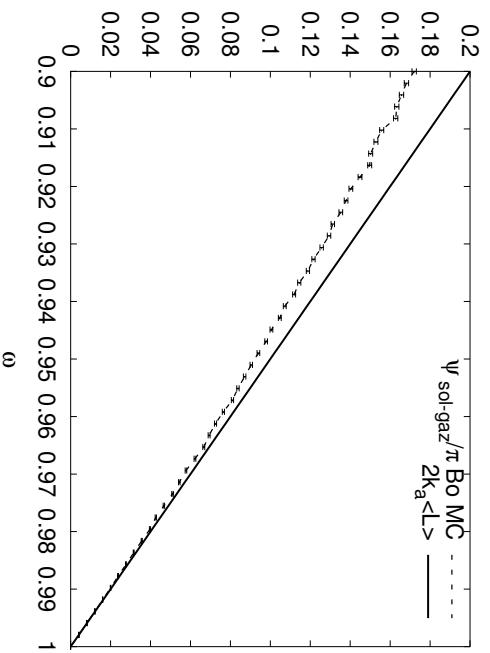


FIG. 4.22: $\psi_{sol-gaz}/\pi B_0$ pour $\tau_H = 1$

On peut voir sur les figures 4.21, 4.22 et 4.23, que les deux courbes se confondent à la limite optiquement mince en absorption ($\omega_0 \rightarrow 1$). Lorsque l'albédo de diffusion simple tend vers 1, le coefficient de diffusion k_s domine et on retrouve bien la valeur de la longueur moyenne diffusée dans la maille de gaz par le code de calcul. Ceci quelque soit la valeur du coefficient de diffusion k_s . Les résultats qui sont présentés ont été obtenus avec utilisation d'une fonction de phase de Henyey-Greenstein, avec une valeur du paramètre d'asymétrie

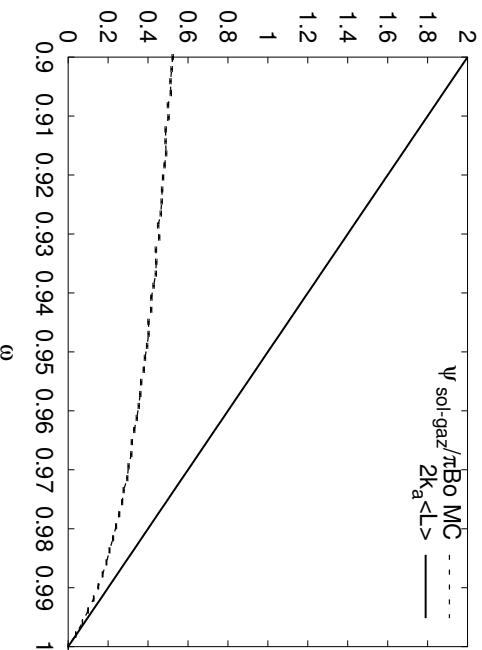


FIG. 4.23: $\psi_{sol-gaz}/\pi B_0$ pour $\tau_H = 10$

$g = 0$, ce qui revient à considérer une fonction de phase isotrope. Cependant, les conclusions auraient été strictement les mêmes pour n'importe quelle autre fonction de phase.

En résumé, les deux résultats obtenus dans ce paragraphe confirment que l'algorithme proposé représente correctement la statistique des chemins de diffusion multiple.

4.5.3 Comparaison à un résultat de la littérature

Les deux tests précédents permettent d'assurer la validité de l'algorithme présenté, pour le traitement des problèmes de transfert radiatif en milieu absorbant et diffusant, dans des configurations plan-parallèle. A ce stade, il n'est pas forcément nécessaire de poursuivre les étapes de validation. Cependant, nous allons maintenant comparer les résultats du code de Monte-Carlo à des résultats de la littérature, dans le cas d'une configuration plan-parallèle, pour un calcul tridimensionnel avec prise en compte du phénomène de diffusion multiple.

Le travail de L. Tessé [78] mentionne diverses solutions de référence pour les configurations plans-parallèles. Les auteurs, Özisik et Siewert [90], puis Lii et Özisik [48], donnent des valeurs numériques de référence, basées sur le travail de Chandrasekhar [8] permettant d'obtenir la réflectivité \mathcal{R} et la transmittivité \mathcal{T} d'une maille de gaz gris, diffusant de façon isotrope, non émissif, confiné entre deux parois grises à réflexion spéculaire et à émission diffuse.

Le flux incident $F^+(0)$, est isotrope. La réflectivité \mathcal{R} et la transmittivité \mathcal{T} de la maille

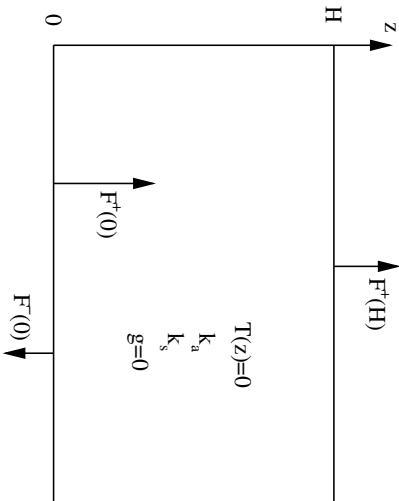


FIG. 4.24:

sont définies comme suit (cf. Fig. 4.24) :

$$\begin{cases} \mathcal{R} = F^-(0)/F^+(0) \\ \mathcal{T} = F^+(H)/F^+(0) \end{cases} \quad (4.58)$$

Un test numérique a été effectué à l'aide de l'algorithme de Monte-Carlo, pour la configuration suivante :

- $H = 0,2\text{ m}$
- $\tau_H = (k_a + k_s)H = 5$
- $\omega_0 = k_s/(k_a + k_s) = 0,9$
- Il en découle : $k_a = 2,5\text{ m}^{-1}$ et $k_s = 22,5\text{ m}^{-1}$.

Le tableau suivant présente les valeurs de référence, ainsi que celles qui ont été obtenues à l'aide du code de Monte-Carlo pour $N = 10^4$ et $N = 10^6$ tirages aléatoires, avec les incertitudes sur ces résultats.

	Référence [90]	MC $N = 10^4$	MC $N = 10^6$
\mathcal{T}	0,0534	$0,054 \pm 0,0015$	$0,0534 \pm 0,00012$
\mathcal{R}	0,4763	$0,4705 \pm 0,0037$	$0,4758 \pm 0,00037$

TAB. 4.3: Valeurs de \mathcal{T} et \mathcal{R} de référence et calculées par l'algorithme de Monte-Carlo

Ces résultats sont en accord avec les valeurs de référence, aux incertitudes statistiques près, ce qui permet de vérifier que l'algorithme de Monte-Carlo prend en compte de façon correcte le phénomène de diffusion multiple.

4.5.4 Conclusions

Toutes les validations effectuées dans le cas des milieux participants purement absorbants, ajoutées aux validations détaillées ci-dessus et qui concernent le phénomène de diffusion, ont permis d'établir pas à pas la validité de l'algorithme de Monte-Carlo monochromatique proposé, ainsi que la fiabilité de sa mise en œuvre informatique. Le code de transfert radiatif qui sera construit sur la base de cet algorithme monochromatique, devra notamment effectuer une intégration spectrale sur le domaine infrarouge. La prise en compte des données spectrales sera bien entendu validée par la suite.

4.6 Application à l'atmosphère

L'algorithme de Monte-Carlo qui est présenté a été validé pour la résolution des problèmes de transfert radiatif dans les configurations plan-parallèle, dans les milieux absorbants et diffusants inhomogènes, quelles que soient les épaisseurs optiques d'absorption et de diffusion. Cet algorithme est donc adapté à une application aux problèmes de transfert radiatif dans les atmosphères planétaires. Sa plage de validité lui permet par exemple de traiter les cas des atmosphères de Mars, Vénus, ou de la Terre. Dans ce travail, nous l'avons utilisé pour mettre au point un code de transfert radiatif pour une application terrestre. Deux choix ont été faits dans le but de mettre au point ce code de calcul :

- Le modèle spectral utilisé pour les gaz est un modèle en k-distributions utilisant l'hypothèse C-K. A ce titre, il a fallu rajouter une loi de pondération afin de choisir la bande étroite (fréquence du paquet de photons) et le numéro du gaz gris à l'intérieur de la bande étroite.
- La fonction de phase utilisée est une fonction de phase de Henyey-Greenstein (cf. paragraphe 2.7.2). Les valeurs du paramètre d'asymétrie sont fournies par le modèle spectral utilisé pour calculer les propriétés optiques des nuages et aérosols (cf. paragraphe 4.6.2.2).

Tous les calculs réalisés à l'aide de ce code de calcul et qui sont présentés par la suite ont été obtenus sur cette base. Cependant, ces choix auraient pu être différents :

- En ce qui concerne le modèle spectral des gaz, il aurait été possible d'utiliser l'hypothèse CKFG [76] (gaz fictifs) : sous cette hypothèse, les propriétés optiques du gaz dans une bande étroite sont obtenus en commençant par regrouper en un certain nombre de classes les raies spectrales de même énergie. Ainsi, les spectres obtenus à deux températures différentes seraient quasiment homothétiques. Enfin, on utilise la méthode C-K

pour obtenir un ensemble de gaz gris pondérés à l'intérieur de chaque classe (chaque classe représente un “gaz fictif”).

- Pour ce qui est de la fonction de phase, il est envisageable d'utiliser n'importe quelle fonction de phase au lieu d'une fonction de Henyey-Greenstein. Cependant, si on ne connaît pas la fonction de phase de façon analytique, et si on ne sait pas inverser sa fonction de répartition de façon analytique, on peut être amené à utiliser une méthode d'inversion numérique, coûteuse en temps de calcul (cf. paragraphe 4.2.3.3). A cette alternative, on préférera certainement échantillonner les directions de diffusion à partir d'une fonction de phase de Henyey-Greenstein Φ_{HG} , et pondérer le calcul par un facteur de correction $\frac{\Phi_{vraie}}{\Phi_{HG}}$ où Φ_{vraie} est la véritable fonction de phase du milieu.

4.6.1 Présentation du modèle physique d'atmosphère

Le code de calcul atmosphérique présenté ici a pour but de réaliser une analyse des transferts radiatifs infrarouges dans les atmosphères planétaires. Le but final étant de servir des résultats de ces analyses pour mettre au point une paramétrisation des transferts radiatifs infrarouges dans un Modèle de Circulation Générale (General Circulation Model, GCM) terrestre.

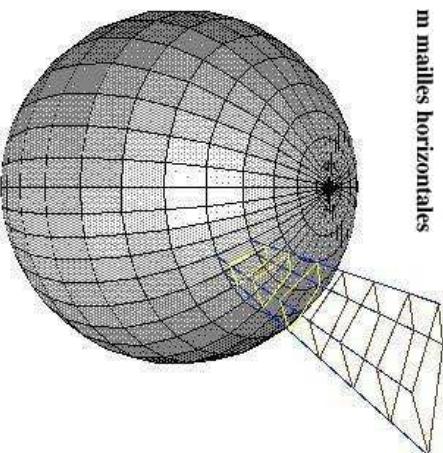


FIG. 4.25: Maillage GCM d'une atmosphère planétaire

Il a donc été indispensable d'utiliser le même modèle physique d'atmosphère que celui qui est utilisé pour la paramétrisation des transferts radiatifs dans le GCM terrestre en question [38].

4.6.1.1 Maillage de l'atmosphère

Dans la communauté GCM, le maillage associé à une atmosphère planétaire est schématisé Fig. 4.25 : il s'agit d'un maillage en coordonnées géographiques (longitude/latitude) définissant un certain nombre de colonnes atmosphériques. Chaque colonne est à son tour discrétisée en m mailles horizontales.

On considère chaque colonne atmosphérique comme relevant d'une configuration plan-parallèle : en effet, si les dimensions latérales d'une colonne sont de l'ordre de $400\ km$ au niveau de l'équateur, l'essentiel du maillage vertical ne concerne que les 30 premiers kilomètres de l'atmosphère, et les dernières mailles ne s'étendent que jusqu'à $100\ km$. Du fait de ces dimensions, les colonnes d'atmosphère sont communément considérées comme indépendantes les unes des autres d'un point de vue radiatif, le problème de calculer les taux de chauffage pour une colonne donnée étant donc totalement découplé de ce qui se passe dans les autres colonnes. La configuration retenue pour chaque colonne atmosphérique est donc une configuration plan-parallèle, comme le montre la figure 4.26. Étant donné qu'en fait l'algorithme de Monte-Carlo à partir duquel est construit notre code de transfert radiatif est un algorithme qui utilise une formulation tridimensionnelle, il serait possible de mettre au point un code de transfert radiatif entièrement tridimensionnel. Cela peut constituer une perspective intéressante au travail présenté.

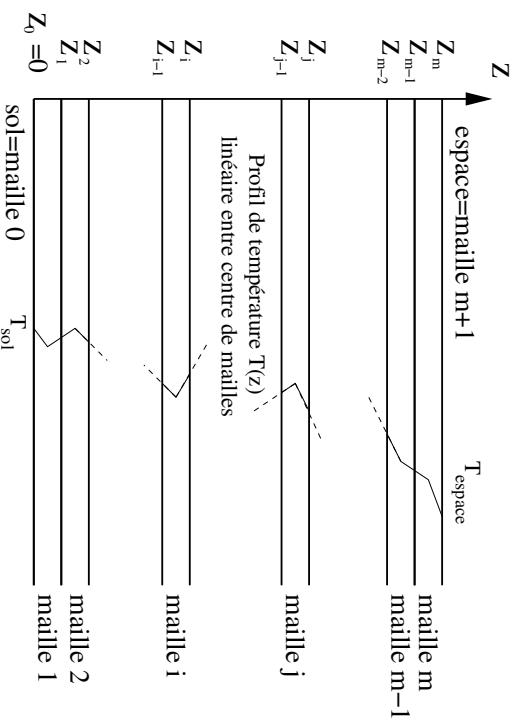


FIG. 4.26: Modèle physique d'atmosphère

4.6.1.2 Maillage d'une colonne atmosphérique

Chaque colonne atmosphérique est donc divisée en m mailles horizontales, d'extension supposée infinie du point de vue des transferts radiatifs. La maille numéro i étant située entre les altitudes z_{i-1} et z_i . Le profil de température $T(z)$ est considéré linéaire entre centres de mailles de gaz (cf. schéma 4.26). Deux remarques importantes doivent être faites en ce qui concerne ce profil de température :

- Même si le profil de température réel est considéré linéaire entre centres de mailles, les propriétés optiques moyennes du milieu seront calculées en considérant une température moyenne à l'intérieur de chaque maille. Les propriétés spectrales du milieu (coefficients d'absorption k_a , coefficient de diffusion k_s , albédo de diffusion simple $\omega_0 = k_s / (k_a + k_s)$, facteur d'asymétrie de la fonction de phase g) seront donc considérées comme homogènes à l'intérieur de chaque maille.
- Il est cependant important de faire l'hypothèse d'un profil de température linéaire entre centres de mailles, et non pas, par exemple, d'un profil de température constant dans chaque maille. Considérons deux mailles de gaz (i et $i+1$), la différence de température maximale entre ces deux mailles étant par exemple de 1 K (cf. Fig. 4.27). Aux fortes épaisseurs optiques, les échanges radiatifs entre ces deux mailles de gaz seront restreints à une zone (ici dénommée "locale") située à proximité de l'interface entre ces deux mailles. Si le profil de température est linéaire entre centres de mailles (Fig. 4.27(a)), la différence de température maximale à l'intérieur de la zone d'échange sera faible, et l'échange net entre les deux mailles sera bien calculé : à la limite optiquement épaisse, cette différence de température va tendre vers zéro, et on va bien retrouver un échange net nul. Maintenant, si on considère que le profil de température est constant par maille (Fig. 4.27(b)), la différence de température à l'intérieur de la zone d'échange locale sera toujours de 1 K, quelle que soit l'épaisseur optique, et donc la dimension de la zone d'échange locale. A la limite optiquement épaisse, l'échange net entre les deux mailles sera surestimé, puisqu'on ne trouvera pas une valeur nulle.

Les conditions aux limites qui sont imposées par la nature du problème sont de deux types :

- La première concerne la température de l'espace (plan supérieur), qui est fixée à 0 K pour traduire le fait que notre code de transfert radiatif s'intéresse uniquement aux transferts radiatifs atmosphériques concernant des photons émis par le système Terre-atmosphère. Le traitement des photons arrivant sur Terre (émis par le soleil, etc.) faisant l'objet d'un code totalement distinct.

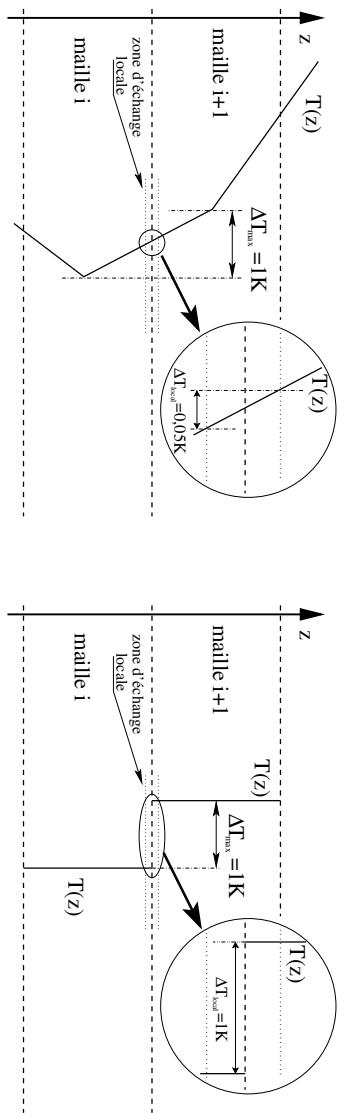


FIG. 4.27: Illustration du problème consistant à évaluer l'échange net entre deux mailles de gaz pour lesquelles le profil de température est (a) : constant dans chaque maille et (b) : linéaire entre centres de mailles.

- La seconde condition aux limites concerne le sol : les propriétés du sol (émissivité, réflectivité) sont fixées pour chaque bande étroite. La température du sol est également une donnée du problème. En pratique, tous les résultats qui sont présentés par la suite ont été obtenus en considérant une émissivité $\epsilon_\nu = 1$, ce qui revient à fixer la réflectivité $\rho_\nu = 0$ dans chaque bande étroite (corps noir), même si le code de transfert radiatif a été testé et validé pour des valeurs quelconques de l'émissivité du sol.

La table 4.4 p. 143 donne les altitudes de haut de maille z_i pour le maillage utilisé dans les calculs qui seront présentés au chapitre 5.

4.6.1.3 Représentation des nuages

Les nuages ont une influence majeure sur les flux radiatifs atmosphériques : au premier ordre, on peut considérer que les nuages absorbent une partie du flux infrarouge émis par le sol, et qu'il émettent également un flux infrarouge non négligeable.

Dans notre modèle physique d'atmosphère, les nuages occupent un nombre déterminé de mailles de gaz. Les propriétés optiques monochromatiques des nuages sont considérées comme constantes par maille, et se superposent aux propriétés optiques du gaz. Les effets tridimensionnels des nuages ne sont généralement pas pris en compte dans les calculs de

transfert radiatif (sauf [77]). Par exemple, supposons la présence d'un nuage dans une maille atmosphérique donnée. Soient $k_a(gaz)$, $k_s(gaz)$ ¹², $\omega_0(gaz)$ et $g(gaz)$ les propriétés optiques (monochromatiques) du gaz dans cette maille (pour une fréquence donnée). Soient $k_a(nuage)$, $k_s(nuage)$, $\omega_0(nuage)$ et $g(nuage)$ les propriétés optiques du nuage, à la même fréquence. Les propriétés optiques $k_a(i)$, $k_s(i)$, $\omega_0(i)$ et $g(i)$ de la maille i considérée se calculent de la façon suivante :

$$\begin{cases} k_a(i) = k_a(gaz) + k_a(nuage) \\ k_s(i) = k_s(gaz) + k_s(nuage) \\ \omega_0(i) = \frac{k_s(gaz) + k_s(nuage)}{k_a(gaz) + k_a(nuage) + k_s(gaz) + k_s(nuage)} \\ g(i) = \frac{k_s(gaz)g(gaz) + k_s(nuage)g(nuage)}{k_s(gaz) + k_s(nuage)} \end{cases} \quad (4.59)$$

4.6.2 Modèle spectral et données spectrales pour l'atmosphère terrestre

Le modèle spectral qui a été utilisé pour la mise au point du code atmosphérique est un modèle en bandes étroites formulé en k-distributions, exprimé en discréétisation des valeurs de k_a , présenté au chapitre 2. Il aurait été possible d'utiliser un modèle en transmittivité moyenne comme le modèle de Malkmus [50] (cf. 2.6.2.1). L'utilisation d'un tel modèle est simple, mais nécessiterait cependant de repenser les lois de pondération pilotant l'émission et l'absorption dans notre algorithme. Ces lois sont actuellement bâties sur la loi d'atténuation en exponentielle, qui ne peut pas être utilisée avec un modèle en transmittivité moyenne du fait des corrélations spectrales dont il faut tenir compte dans ce cas.

4.6.2.1 Propriétés spectrales du gaz

Les données spectrales pour le gaz qui sont utilisées dans cette étude sont issues de la base de données moléculaire HITRAN 2000, qui contient une information détaillée pour plus d'un million de lignes spectrales, concernant 36 molécules différentes [69]. Ces données sont ensuite traduites en un ensemble d'épaisseurs optiques k-correlées [44] pour chaque bande étroite, à l'aide du modèle radiatif SBMOD [88]. La première étape de cette conversion consiste à évaluer le profil spectral à l'aide d'un modèle raie par raie, pour chaque bande étroite, et dans chaque maille de gaz de l'atmosphère. Ensuite, ces profils sont échantillonnés

¹²Même si, en pratique, le coefficient de diffusion du gaz est extrêmement faible dans l'infrarouge par rapport au coefficient d'absorption du gaz, ces formules sont ici données dans le cas général

à haute résolution spectrale, et classés par ordre d'épaisseur optique d'absorption croissante, pour calculer la fonction de transmittivité inverse $f(k_a)$. On obtient alors une représentation croissante de la distribution des épaisseurs optiques d'absorption pour chaque bande étroite. Enfin, une quadrature d'ordre 16 est appliquée sur ces distributions (cf. relation 2.25).

La plage spectrale couverte par le modèle de référence atmosphérique s'étend de 4 à $100 \mu m$ ($100 - 2500 cm^{-1}$). Les données spectrales sont connues pour une largeur de bandes étroites de 2, 10 et $20 cm^{-1}$. Sauf mention explicite, tous les résultats présentés dans ce manuscrit ont été obtenus pour une résolution spectrale de $20 cm^{-1}$ et une quadrature d'ordre 16. Ces propriétés spectrales ont été obtenues pour différents profils atmosphériques¹³ standards [54], parmi lesquels on peut citer les profils atmosphériques suivants (avec leur désignation habituelle) :

- Tropical
- D'été aux moyennes latitudes (Mid Latitude Summer, MLS)
- D'hiver aux moyennes latitudes (Mid Latitude Winter, MLW)
- D'été en région sub-arctique (Sub-Artic Summer, SAS)
- D'hiver en région sub-arctique (Sub-Artic Winter, SAW)

La table 4.5 p. 144 donne une correspondance entre le numéro des bandes étroites et la fréquence (ainsi que le nombre d'onde) au centre de chaque bande étroite.

4.6.2.2 Propriétés spectrales des nuages et aérosols

Les propriétés spectrales des constituants de l'atmosphère autres que le gaz sont calculées pour chaque bande étroite, et ajoutées aux propriétés spectrales du gaz. Nous utilisons un code de calcul appuyé sur la théorie de Mie, et mis au point pour le calcul des propriétés spectrales utilisées dans le modèle SBDART (Santa Barbara DISORT Atmospheric Radiative Transfer), [66]. Dans ce code, les particules sphériques sont caractérisées par une distribution de taille représentée par la fonction Gamma, et un rayon effectif qui peut aller de 2 à $128 \mu m$. Ce rayon effectif est le rapport entre le troisième et le second moment de la distribution des rayons des particules. Le code permet de calculer k_a , k_s et g pour les nuages de particules. Le paramètre d'asymétrie g est ensuite utilisé, dans le code de transfert radiatif, par une fonction de phase de Henyey-Greenstein (cf. 2.7.2).

La fonction de phase de Henyey-Greenstein (donnée par la relation 2.31) est pratique à utiliser dans un algorithme de Monte-Carlo, car sa fonction de répartition est inversible de

¹³Sous le terme de “profil atmosphérique”, on désigne l’ensemble des informations permettant la description de l’atmosphère : profil vertical de température, de pression, mais aussi de concentration d’espèces chimiques présentes dans l’atmosphère.

façon analytique. En effet, la génération d'un angle de diffusion θ dans un intervalle $[-\pi, \pi]$ suivant la fonction de densité de probabilité $\Phi(\theta)$ dans un algorithme de Monte-Carlo revient à échantillonner la fonction de distribution comme une variable aléatoire R uniforme sur $[0, 1]$ (cf. 4.2.3.3) :

$$\int_{-1}^{\mu} \Phi(\mu') d\mu' = r \quad (4.60)$$

r étant une réalisation de la variable aléatoire R uniforme sur $[0, 1]$.

Il faut donc pouvoir inverser la fonction de répartition de $\Phi(\mu)$ pour obtenir $\mu = \cos(\theta)$. Si on utilise la fonction de phase de Henyey-Greenstein définie par la relation 2.31, l'inversion directe de la fonction de répartition de Φ donne la relation suivante [2] :

$$\mu = \frac{1}{2g} \left[1 + g^2 - \left(\frac{1 - g^2}{1 - g(1 - 2r)} \right)^2 \right] \quad (4.61)$$

On peut voir que la relation 4.61 présente un inconvénient : l'impossibilité de calculer un angle de diffusion pour la valeur $g = 0$. Autrement dit, l'utilisation d'une fonction de phase de Henyey-Greenstein ne permettrait pas de calculer de façon générique des angles de diffusion dans le cas où la fonction de phase est isotrope. Or, on désire souvent utiliser une fonction de phase isotrope, ne serait-ce que dans un but de validation de l'algorithme. Cependant, après quelques étapes de reformulation, nous avons pu montrer que la relation suivante, équivalente à Eq. 4.61, permettait de résoudre ce problème purement numérique :

$$\mu = \frac{2r(1 + g)^2 [g(r - 1) + 1]}{\left[1 - g(1 - 2r) \right]^2} - 1 \quad (4.62)$$

Il n'était peut-être pas indispensable de reporter ici cette dernière relation, sachant qu'elle peut être facilement retrouvée à partir de Eq. 4.60 ; cependant, elle peut se révéler utile à l'utilisateur qui souhaiterait mettre au point un tel algorithme¹⁴, sans s'épuiser inutilement dans des procédures interminables de “debug” suite à l'effondrement inopiné de son algorithme et de son travail de validation (cf. paragraphe 4.5) !

¹⁴La liste des préjugés physiques et psychologiques que ce type de travail peut entraîner ne sera pas détaillée ici.

4.6.3 Pondération des bandes étroites

L'algorithme de Monte-Carlo présenté en 4.3 permet d'effectuer des calculs monochromatiques. Le modèle atmosphérique basé sur cet algorithme utilise un modèle spectral de bande étroite, formulé en k-distributions, avec utilisation de la méthode C-K pour la prise en compte des inhomogénéités. Chaque calcul sur une bande étroite revient donc à effectuer une somme pondérée de gaz gris. Avant d'effectuer un calcul monochromatique correspondant à l'émission d'un paquet de photons dans une bande étroite donnée, il faut sélectionner la bande étroite en question, puis le numéro du gaz gris à l'intérieur de cette bande étroite. Par exemple, pour une largeur de bande étroite de 20 cm^{-1} (le domaine infrarouge de travail étant compris entre 4 et $100 \mu\text{m}$), il faut choisir pour chaque paquet de photons une bande étroite parmi $N_b = 121$. La quadrature relative à l'hypothèse C-K est une quadrature d'ordre 16 : une fois sélectionnée la bande étroite, il faut ensuite choisir un gaz gris parmi les 16 que compte la bande étroite. En pratique, la pondération spectrale actuellement utilisée permet de choisir simultanément la bande étroite et le gaz gris à l'intérieur de cette bande. La manipulation simultanée des concepts de choix d'une bande étroite et de choix d'un gaz gris est trop complexe. Dans un souci de clarté, le discours qui suivra n'utilisera que le concept de choix d'une fréquence (bande étroite).

Il est utile de rappeler que le choix de la pondération n'affecte en rien le résultat du calcul, mais seulement la vitesse de convergence de l'algorithme : nous cherchons seulement à réduire le nombre de réalisations aléatoires nécessaire pour atteindre une précision donnée sur les résultats du code de calcul.

Le principe permettant de choisir les bandes étroites est le même que celui qui est présenté dans le travail de thèse de A. de Lataillade [13] : un jeu de probabilités est associé à l'ensemble des bandes étroites. Il s'agit donc de prévoir, avec plus ou moins de succès, la contribution de chaque bande étroite au résultat que l'on désire calculer.

La pondération spectrale actuellement utilisée par le code de transfert radiatif consiste à estimer, dans chaque maille atmosphérique, la contribution de chaque bande étroite au bilan radiatif de la maille. La probabilité (discrète) $p_{i,k}$ de choisir la bande étroite numéro k (parmi N_b bandes étroites) pour un paquet de photons émis par la maille i est donc :

$$p_{i,k} = \frac{|\Psi_{i,k}|}{\sum_{k=1}^{N_b} |\Psi_{i,k}|} \quad (4.63)$$

Où $\Psi_{i,k}$ est la valeur prise par l'estimateur du bilan radiatif volumique dans la maille i , dans la bande étroite k . On peut imaginer diverses façons de construire un tel estimateur : par

exemple, en calculant, au premier ordre, $\Psi_{i,k}$ comme la somme de l'échange net entre la maille i et le sol et de l'échange net entre la maille i et l'espace. Cette méthode donnera de bons résultats pour les fréquences où l'épaisseur optique de l'atmosphère est faible, dans des configurations ciel clair (sans nuages). On peut imaginer calculer $\Psi_{i,k}$ à l'aide de méthodes plus astucieuses, basées sur une analyse détaillée des transferts radiatifs.

Cependant, nous avons décidé d'utiliser une approche plus directe : nous utilisons les relations présentées au paragraphe suivant, et en annexe A.5. Ces formules permettent d'estimer toutes les Puissances Nettes Échangées dans le système. Il s'agit de formules analytiques, obtenues en utilisant le même modèle physique d'atmosphère que celui présenté plus haut, à deux différences près :

- Le phénomène de diffusion est négligé. En effet, une solution analytique de l'ETR ne peut être envisagée que pour les systèmes purement absorbants.
- Ce n'est pas un profil de température qui est considéré comme linéaire entre centres de mailles mais un profil de luminance noire. Les faibles écarts de température qui règnent au sein de l'atmosphère terrestre permettent de justifier cette hypothèse.

Une fois estimées toutes les Puissances Nettes Échangées, il ne reste plus qu'à les sommer pour obtenir un estimateur du bilan radiatif dans chaque maille atmosphérique. Nous reviendrons sur la validité de cette méthode.

Le code de calcul, utilisant la pondération spectrale qui vient d'être décrite, permet d'effectuer une simulation des transferts radiatifs atmosphériques. Les résultats obtenus sont les bilans radiatifs de chaque maille, ainsi que les flux aux interfaces de maille. Remarquons que la pondération spectrale utilisée n'est pas conçue de façon à optimiser le calcul des flux radiatifs. Considérons l'émission par une maille de gaz numéro i , dans une configuration ciel clair. Si elle est effectuée de façon correcte, l'estimation des bilans radiatifs dans cette maille pour chaque fréquence k , va donner une probabilité plus forte aux bandes des régions spectrales de forte absorption. Au contraire, les bandes étroites situées dans les régions de transparence (comme la fenêtre atmosphérique) auront une probabilité de tirage plus faible, alors que le flux au sommet de l'atmosphère est principalement construit à partir de photons émis dans les régions spectrales où l'épaisseur optique de l'atmosphère est faible. Si on voulait optimiser le calcul des flux atmosphériques, il faudrait utiliser une pondération spectrale différente.

Revenons maintenant sur la précision que permet d'atteindre la méthode de calcul de l'estimateur $\Psi_{i,k}$ qui a été présentée. La figure 4.28(a) montre d'une part la probabilité de tirage des bandes étroites dans la maille atmosphérique numéro 1, calculée d'après la relation

4.63 et utilisant les formules de l'annexe A.5 pour calculer un estimateur des PNE et du bilan $\Psi_{i,k}$. Elle représente d'autre part la probabilité de tirage des bandes étroites, toujours pour la maille atmosphérique numéro 1, calculée à partir de la même relation 4.63, mais en utilisant cette fois-ci la valeur du bilan radiatif obtenu par le calcul Monte-Carlo en configuration ciel clair (sans nuages, donc sans phénomène de diffusion).

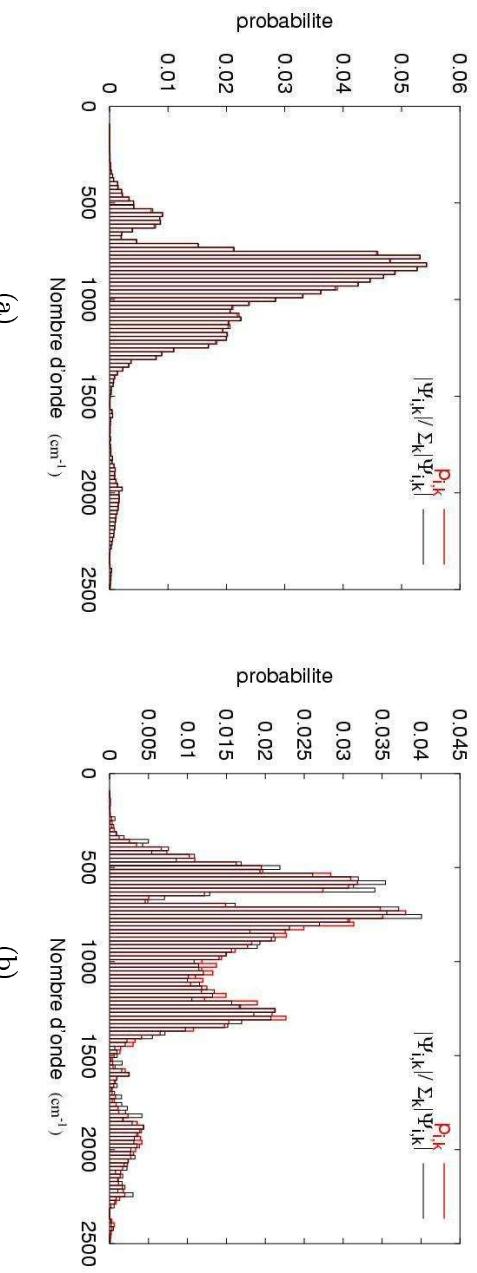


FIG. 4.28: (a) : courbes de $p_{i,k}$ (probabilité d'après relation 4.63) et $|\Psi_{i,k}| / \sum_{k=1}^{Nb} |\Psi_{i,k}|$ (calculé d'après les résultats $\Psi_{i,k}$ Monte-Carlo), pour la maille atmosphérique numéro 1, avec une configuration atmosphérique sans nuages ; (b) : idem, pour une configuration atmosphérique où se trouve un nuage d'eau épais dans la maille numéro 3.

On peut constater que, dans ce cas, les courbes se superposent de façon quasiment parfaite. Les seules causes possibles de différence proviennent d'une part de l'incertitude liée au calcul Monte-Carlo, et d'autre part de l'hypothèse utilisée pour obtenir les formules de l'annexe A.5 concernant l'utilisation d'un profil de luminance noire, et non de température, linéaire entre centres de mailles. La figure 4.28(a) permet donc d'affirmer que cette hypothèse est justifiée : les bilans radiatifs volumiques estimés à l'aide des formules analytiques utilisant cette hypothèse correspondent exactement aux bilans radiatifs volumiques atmosphériques réels.

Examinons maintenant ce qui se passe dans le cas où l'atmosphère comporte un nuage : la figure 4.28(b) représente les mêmes grandeurs que la figure 4.28(a), mais dans le cas où un nuage d'eau épais est présent dans la maille atmosphérique numéro 3. On peut voir cette fois-ci que les bilans radiatifs volumiques estimés à l'aide des formules analytiques (en négligeant le phénomène de diffusion) ne correspondent pas exactement aux bilans radiatifs volumiques atmosphériques calculés par le code de transfert radiatif. Les formules analytiques

permettant d'estimer ces bilans radiatifs ne tenant pas compte du phénomène de diffusion, on voit directement sur cette figure quels sont les effets du phénomène de diffusion sur les bilans radiatifs atmosphériques.

En conclusion, l'utilisation des formules de l'annexe A.5 permet d'estimer avec précision les bilans radiatifs atmosphériques dans le cas d'une atmosphère sans nuages. Dans le cas où l'atmosphère comporte des nuages, le code de calcul Monte-Carlo peut être vu comme un outil permettant de calculer la différence entre les bilans radiatifs obtenus à l'aide des formules analytiques et les bilans radiatifs atmosphériques réels.

Ces résultats permettent d'illustrer brièvement un autre aspect de la méthode de Monte-Carlo : il serait envisageable de réaliser un premier calcul Monte-Carlo pour estimer avec une bonne précision les bilans radiatifs atmosphériques $\Psi_{i,k}$. Ces résultats pourraient être utilisés (relation 4.63) pour calculer un nouveau jeu de probabilités $p_{i,k}$. Ce nouveau jeu de probabilités pourrait alors être utilisé dans un second calcul Monte-Carlo, qui permettrait d'atteindre un niveau de précision accru sur l'estimation des bilans radiatifs atmosphériques.

4.7 Validation du code de simulation des transferts radiatifs atmosphériques

Le code de simulation atmosphérique utilise l'algorithme basé sur la méthode de Monte-Carlo précédemment présenté. Chaque grandeur radiative est estimée comme une somme pondérée des résultats obtenus pour un ensemble de calculs simples. L'algorithme monochromatique permettant d'effectuer chaque calcul simple étant validé, il reste à vérifier la pertinence de l'intégration fréquentielle pour valider le code de simulation atmosphérique.

4.7.1 Validation en configuration ciel clair

La validité du modèle atmosphérique a pu être vérifiée dans le cas particulier où l'atmosphère ne comporte aucun autre constituant que du gaz : c'est ce que l'on appelle communément une atmosphère "ciel clair". C'est à dire qu'aucun nuage d'eau, de glace ou d'aérosols n'est présent dans la colonne atmosphérique.

Dans ce cas de figure particulier, on peut totalement négliger le phénomène de diffusion. En effet, dans la partie infrarouge du spectre électromagnétique, la diffusion par le gaz (diffusion de Rayleigh) est largement négligeable par rapport au phénomène d'absorption

(cf. paragraphe 2.7.1). Pour effectuer un calcul en configuration ciel clair, on fera donc l'hypothèse que le milieu est purement absorbant.

Sous cette hypothèse, on peut exprimer la puissance nette échangée monochromatique $\Psi_{ij,\nu}$ entre deux mailles de gaz i et j , à la fréquence ν , par la relation suivante :

$$\Psi_{(i,j),\nu} = \int_{2\pi} d\omega \int_{z_{i-1}}^{z_i} \frac{dz}{\mu} \int_{z_{j-1}}^{z_j} \frac{dz'}{\mu} \mu k_{a,\nu}(z) k_{a,\nu}(z') \left(B_\nu(z) - B_\nu(z') \right) \exp \left(- \int_z^{z'} \frac{k_{a,\nu}(z'')}{\mu} dz'' \right) \quad (4.64)$$

De la même façon, on peut exprimer analytiquement les PNE monochromatiques $\Psi_{(i,0),\nu}$ entre la maille de gaz i et le sol (maille 0), et $\Psi_{(i,m+1),\nu}$ entre la maille de gaz i et l'espace (maille $m+1$) :

$$\Psi_{(i,0),\nu} = \int_{2\pi} d\omega \int_{z_{i-1}}^{z_i} \frac{dz}{\mu} \mu k_{a,\nu}(z) \left(B_\nu(z) - B_{g,\nu} \right) \exp \left(- \int_0^z \frac{k_{a,\nu}(z')}{\mu} dz' \right) \quad (4.65)$$

$$\Psi_{(i,m+1),\nu} = \int_{2\pi} d\omega \int_{z_{i-1}}^{z_i} \frac{dz}{\mu} \mu k_{a,\nu}(z) \left(B_\nu(z) - B_{s,\nu} \right) \exp \left(- \int_z^H \frac{k_{a,\nu}(z')}{\mu} dz' \right) \quad (4.66)$$

Une solution analytique aux relations précédentes peut être trouvée, moyennant l'utilisation des hypothèses suivantes :

- Chaque colonne atmosphérique est discrétisée en un certain nombre de mailles. Dans chaque maille atmosphérique, les propriétés optiques moyennes du milieu sont obtenues pour une température moyenne, et sont considérées comme homogènes dans chaque maille.
- Les propriétés de diffusion du milieu sont négligées. Ceci est réalisé en imposant $k_{s,\nu} = 0$ et $\omega_\nu = 0$ pour chaque bande étroite, dans chaque maille de gaz.
- Un profil de luminance noire linéaire entre le bas et le haut de chaque maille de calcul est utilisé. On désire cependant obtenir une estimation des puissances nettes échangées entre les différents éléments d'une atmosphère où le profil de luminance noire est linéaire entre centres de mailles. Ce profil est schématisé sur la figure 4.26. Le maillage utilisé sur cette figure est le maillage utilisé par le GCM. La solution utilisée pour obtenir une estimation des puissances nettes échangées entre les différentes mailles atmosphériques

du GCM a consisté à utiliser les relations suivantes pour un maillage dédoublé. Dans ce maillage dédoublé, les mailles sont constituées par les demi-mailles du GCM. De cette façon, dans le maillage dédoublé, le profil de luminance est linéaire entre le bas et le haut de chaque maille. Il ne reste plus ensuite qu'à recombiner les différentes PNE pour obtenir les puissances nettes échangées entre les éléments de volume utilisés par le GCM.

On obtient donc, après intégration des expressions précédentes, pour deux mailles i et j telles que $j > i$, dans le maillage dédoublé :

$$\begin{aligned} \Psi_{(i,j),\nu} = & 2\pi \left[\left(B_\nu(z_{i-1}) - B_\nu(z_{j-1}) + \Delta B_\nu(i)(z_i - z_{i-1}) \right) E_3(\tau_{z_i - z_{j-1}}) \right. \\ & - \left(B_\nu(z_{i-1}) - B_\nu(z_{j-1}) \right) E_3(\tau_{z_i - z_{j-1}} + k_{a,\nu}(i)(z_i - z_{i-1})) \\ & - \left(B_\nu(z_{i-1}) - B_\nu(z_{j-1}) + \Delta B_\nu(i)(z_i - z_{i-1}) \right. \\ & - \Delta B_\nu(j)(z_j - z_{j-1}) \Big) E_3(\tau_{z_i - z_{j-1}} + k_{a,\nu}(j)(z_j - z_{j-1})) \\ & + \left(B_\nu(z_{i-1}) - B_\nu(z_{j-1}) - \Delta B_\nu(j)(z_j - z_{j-1}) \right) E_3(\tau_{z_i - z_{j-1}} \\ & + k_{a,\nu}(i)(z_i - z_{i-1}) + k_{a,\nu}(j)(z_j - z_{j-1})) \\ & + \left(\frac{\Delta B_\nu(i)}{k_{a,\nu}(i)} + \frac{\Delta B_\nu(j)}{k_{a,\nu}(j)} \right) \left(E_4(\tau_{z_i - z_{j-1}} + k_{a,\nu}(i)(z_i - z_{i-1})) \right. \\ & + E_4(\tau_{z_i - z_{j-1}} + k_{a,\nu}(j)(z_j - z_{j-1})) - E_4(\tau_{z_i - z_{j-1}} \\ & \left. \left. - E_4(\tau_{z_i - z_{j-1}} + k_{a,\nu}(i)(z_i - z_{i-1}) + k_{a,\nu}(j)(z_j - z_{j-1})) \right) \right] \end{aligned} \quad (4.67)$$

$$\begin{aligned} \Psi_{(i,0),\nu} = & 2\pi \left[\left(B_\nu(z_{i-1}) - B_{g,\nu} \right) E_3(\tau_{g-z_{i-1}}) - \left(B_\nu(z_{i-1}) - B_{g,\nu} + \Delta B_\nu(i)(z_i - z_{i-1}) \right) \right. \\ & E_3(\tau_{g-z_{i-1}} + k_{a,\nu}(i)(z_i - z_{i-1})) \\ & \left. + \frac{\Delta B_\nu(i)}{k_{a,\nu}(i)} \left(E_4(\tau_{g-z_{i-1}}) - E_4(\tau_{g-z_{i-1}} + k_{a,\nu}(i)(z_i - z_{i-1})) \right) \right] \end{aligned} \quad (4.68)$$

$$\begin{aligned} \Psi_{(i,m+1),\nu} = & 2\pi \left[\left(B_\nu(z_{i-1}) - B_s + \Delta B_\nu(i)(z_i - z_{i-1}) \right) E_3(\tau_{z_i-H}) - \right. \\ & \left(B_\nu(z_{i-1}) - B_s \right) E_3 \left(\tau_{z_i-H} + k_{a,\nu}(i)(z_i - z_{i-1}) \right) \\ & \left. - \frac{\Delta B_\nu(i)}{k_{a,\nu}(i)} \left(E_4(\tau_{z_i-H}) - E_4 \left(\tau_{z_i-H} + k_{a,\nu}(i)(z_i - z_{i-1}) \right) \right) \right] \end{aligned} \quad (4.69)$$

Avec

- $B_\nu(z)$: luminance de Planck à l'altitude z .
- $B_{g,\nu}$: luminance de Planck du sol.
- $B_{s,\nu}$: luminance de Planck de l'espace.
- $\Delta B_\nu(i)$: pente du profil de $B_\nu(z)$ dans la maille i.
- $\Delta B_\nu(j)$: pente du profil de $B_\nu(z)$ dans la maille j.
- $\tau_{g-z_{i-1}} = \sum_{l=1}^{i-1} k_{a,\nu}(l) [z(l) - z(l-1)]$: épaisseur optique entre le sol et z_{i-1} .
- $\tau_{z_i-H} = \sum_{l=i+1}^m k_{a,\nu}(l) [z(l) - z(l-1)]$: épaisseur optique entre z_i et l'espace.
- $\tau_{z_i-z_{j-1}} = \sum_{l=i+1}^{j-1} k_{a,\nu}(l) [z(l) - z(l-1)]$: épaisseur optique entre z_{j-1} et z_i .
- $k_{a,\nu}(i)$: coefficient d'absorption (homogène) dans la maille i.
- $k_{a,\nu}(j)$: coefficient d'absorption (homogène) dans la maille j.
- $E_n(x)$ est la fonction exponentielle intégrale, dont la définition et quelques propriétés font l'objet de l'annexe B.

Les résultats obtenus permettent ensuite de calculer les taux de chauffage χ_i (en K/jour) obtenus dans chaque maille (cf. chapitre 5).

On a vu au paragraphe précédent comment ces relations ont été utilisées pour estimer les bilans radiatifs de chaque maille, à chaque fréquence. On a vu également que les bilans radiatifs estimés par cette méthode correspondent de façon précise aux bilans radiatifs atmosphériques réels, dans le cas d'une atmosphère ciel clair. Ces résultats confirment que la mise en oeuvre informatique de l'intégration spectrale sur le domaine infrarouge a été effectuée de façon correcte.

4.7.2 Comparaison de résultats en configuration ciel nuageux

La prise en compte du phénomène de diffusion a été validée dans l'algorithme monochromatique basé sur la méthode de Monte-Carlo ; cependant, de façon analogue au paragraphe précédent, on désire maintenant vérifier qu'aucun problème n'apparaît dans la lecture des données relatives à la diffusion (coefficients de diffusion, albédo de diffusion simple, facteur d'asymétrie de la fonction de phase), et que l'intégration fréquentielle se déroule correctement en présence de diffusion.

Si la comparaison des résultats du code de simulation des transferts radiatifs atmosphérique avec des résultats analytiques n'est pas possible, il est en revanche possible de les comparer avec ceux d'un autre code de calcul qui peut être considéré comme un modèle de référence. Bien entendu, les résultats obtenus par les deux codes ne peuvent être comparables qu'à partir du moment où ce sont les mêmes données spectrales qui sont utilisées pour les deux calculs. On verra au chapitre suivant de quelle façon peuvent se comparer les résultats du code de Monte-Carlo et ceux d'un code atmosphérique basé sur une méthode aux ordonnées discrètes à 128 directions.

Indice de maille	Altitude (km)	Indice de maille	Altitude (km)
1	0.125	26	6.375
2	0.375	27	6.625
3	0.625	28	6.876
4	0.875	29	7.126
5	1.125	30	7.378
6	1.375	31	7.632
7	1.625	32	7.888
8	1.875	33	8.149
9	2.125	34	8.419
10	2.375	35	8.704
11	2.625	36	9.016
12	2.875	37	9.371
13	3.125	38	9.797
14	3.375	39	10.339
15	3.625	40	11.069
16	3.875	41	12.094
17	4.125	42	13.584
18	4.375	43	15.795
19	4.625	44	19.113
20	4.875	45	24.114
21	5.125	46	31.648
22	5.375	47	42.964
23	5.625	48	59.876
24	5.875	49	85.000
25	6.125	50	100.000

TAB. 4.4: Altitudes de haut des mailles utilisées pour la discréttisation verticale d'une colonne atmosphérique GCM.

TAB. 4.5: Correspondance entre numéros de bandes étroites et fréquences (et nombres d'ondes) de centres de bandes étroites.

Numéro de bande étroite	Fréquence (μm)	Nombre d'onde (cm^{-1})
1	4.000	2500
15	4.504	2200
26	5.000	2000
35	5.494	1820
43	6.024	1660
49	6.493	1540
55	7.042	1420
64	8.064	1240
76	10.000	1000
86	12.500	800
94	15.625	640
101	20.000	500
106	25.000	400
110	31.250	320
116	50.000	200
118	62.500	160
121	100.000	100

Chapitre 5

Analyse des échanges radiatifs dans l'atmosphère terrestre

La majeure partie de ce chapitre constitue le corps d'un article accepté pour publication dans un numéro spécial intitulé "Clouds and radiation" de la revue "Atmospheric Research". Cet article fait suite au travail présenté lors de l'assemblée commune EGS-AGU-EUG [23] qui s'est déroulée à Nice du 6 au 11 avril 2003.

5.1 Introduction

Les résultats présentés dans ce paragraphe ont été obtenus à l'aide du code atmosphérique de Monte-Carlo présenté au chapitre 4. On a choisi une résolution spectrale de 20 cm^{-1} pour établir ces résultats, et la plage de fréquence étudiée s'étend de 4 à $100\text{ }\mu\text{m}$; elle est donc discrétisée en 121 bandes étroites. Les transferts radiatifs étant formulés en Puissances Nettées Échangées, les résultats qui seront présentés sont :

- des matrices de puissances nettes échangées ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$)
- des profils de taux de chauffage atmosphérique (K/jour)
- des profils de bilan moyen par maille et par bande étroite ($\text{mW}/\text{m}^3/\text{cm}^{-1}$)

L'expression générale des PNE est donnée au paragraphe 4.3. Rappelons toutefois, dans le cas d'une configuration plans-parallèles, en présence d'un milieu purement absorbant et d'un sol non réfléchissant, l'expression de $\Psi_{(i,j),\nu}$ la puissance nette échangée monochromatique (en $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$) entre deux mailles i et j de gaz situées respectivement entre les altitudes z_{i-1} et z_i , et entre les altitudes z_{j-1} et z_j :

$$\Psi_{(i,j),\nu} = \int_{2\pi} d\omega \int_{z_{i-1}}^{z_i} \frac{dz}{\mu} \int_{z_{j-1}}^{z_j} \frac{dz'}{\mu} \mu k_{a,\nu}(z) k_{a,\nu}(z') \left(B_\nu(z) - B_\nu(z') \right) \exp \left(- \int_z^{z'} \frac{k_{a,\nu}(z'')}{\mu} dz'' \right) \quad (5.1)$$

Les puissances nettes échangées $\Psi_{(i,0),\nu}$ et $\Psi_{(i,m+1),\nu}$ (en $W.m^{-2}$), respectivement la puissance nette échangée monochromatique entre le sol et une maille de gaz i , et la puissance nette échangée monochromatique entre l'espace et une maille de gaz i , peuvent s'exprimer sous la forme suivante :

$$\Psi_{(i,0),\nu} = \int_{2\pi} d\omega \int_{z_{i-1}}^{z_i} \frac{dz}{\mu} \mu k_{a,\nu}(z) \left(B_\nu(z) - B_{g,\nu} \right) \exp \left(- \int_0^z \frac{k_{a,\nu}(z')}{\mu} dz' \right) \quad (5.2)$$

$$\Psi_{(i,m+1),\nu} = \int_{2\pi} d\omega \int_{z_{i-1}}^{z_i} \frac{dz}{\mu} \mu k_{a,\nu}(z) \left(B_\nu(z) - B_{s,\nu} \right) \exp \left(- \int_z^H \frac{k_{a,\nu}(z')}{\mu} dz' \right) \quad (5.3)$$

Dans ces expressions, $B_\nu(z)$ est la luminance noire monochromatique à l'altitude z , $B_{g,\nu}(z)$ est la luminance noire monochromatique du sol et $B_{s,\nu}(z)$ est la luminance noire monochromatique de l'espace (en pratique, cette luminance est prise nulle). $k_{a,\nu}(z)$ est le coefficient d'absorption monochromatique à l'altitude z , et on a également $d\omega = -d\mu d\Phi$, avec $\mu = \cos\theta$, θ étant l'angle zénithal et Φ l'angle azimuthal.

Toujours dans le but d'éclairer les résultats qui vont être présentés et l'analyse qui en sera faite, si on fait l'hypothèse d'un profil de température uniforme dans chaque maille atmosphérique, la relation 5.1 peut être formulée de la façon suivante :

$$\Psi_{(i,j),\nu} = \xi_{(i,j),\nu} \left[B_\nu(i) - B_\nu(j) \right] \quad (5.4)$$

Où $B_\nu(i)$ et $B_\nu(j)$ sont les luminances noires monochromatiques des mailles i et j . $\xi_{(i,j),\nu}$ est un facteur optico-géométrique monochromatique. Toujours dans l'hypothèse où le milieu est purement absorbant, appelons $\mathcal{T}_{(i,j-1),\nu}$ la transmittivité monochromatique entre les altitudes z_i et z_{j-1} , $\mathcal{T}_{(i,j),\nu}$ la transmittivité monochromatique entre les altitudes z_i et z_j , etc. Le facteur $\xi_{(i,j),\nu}$ peut être exprimé en fonction de ces transmittivités :

$$\xi_{(i,j),\nu} = \mathcal{T}_{(i,j-1),\nu} - \mathcal{T}_{(i-1,j-1),\nu} - \mathcal{T}_{(i,j),\nu} + \mathcal{T}_{(i-1,j),\nu} \quad (5.5)$$

D'après l'équation 5.5, il est facile de voir que $\xi_{(i,j),\nu} > 0$ quels que soient les indices i et j . Le signe de $\Psi_{(i,j),\nu}$ dépend donc uniquement du signe de $[B_\nu(i) - B_\nu(j)]$, en considérant un profil de luminance noire constant dans chaque maille atmosphérique. Les résultats qui sont montrés dans ce chapitre ont été obtenus en considérant un profil de température linéaire entre centres de mailles (cf. 4.6). Cependant, l'interprétation qualitative qui est donnée pour expliquer le signe des PNE monochromatiques reste valable.

Le bilan radiatif monochromatique moyen $\Psi_{i,\nu}$ (en W/m^3) dans chaque maille atmosphérique i peut être exprimé comme une somme de PNE :

$$\Psi_{i,\nu} = \frac{1}{z_i - z_{i-1}} \sum_{j=0}^{m+1} \Psi_{(i,j),\nu} \quad (5.6)$$

On peut également obtenir le taux de chauffage total χ_i (en $K/jour$) intégré sur le spectre à partir de la relation suivante :

$$\chi_i = \frac{g}{C_p} \frac{1}{\delta t} \frac{\Psi_i}{\delta p_i} \quad (5.7)$$

Où g est la valeur de l'accélération de la gravité, C_p la capacité thermique massique de l'air, δt la longueur du jour en secondes, δp_i la différence de pression entre le bas et le haut de la maille atmosphérique i , et Ψ_i le bilan radiatif moyen dans la maille i , intégré sur le domaine fréquentiel infrarouge : $\Psi_i = \int_{\nu_{min}}^{\nu_{max}} \Psi_{i,\nu} d\nu$, avec ν_{min} et ν_{max} les bornes du domaine spectral d'intégration (ici 4 et $100 \mu m$).

Bien entendu, χ_i peut être défini comme une somme de taux de chauffages correspondants à chacune des puissances nettes échangées :

$$\chi_i = \sum_{j=0}^{m+1} \chi_{i,j} \quad (5.8)$$

Avec :

$$\chi_{i,j} = \frac{g}{C_p} \frac{1}{\delta t} \frac{\Psi_{i,j}}{\delta p_i} \quad (5.9)$$

Et $\Psi_{i,j} = \int_{\nu_{min}}^{\nu_{max}} \Psi_{(i,j),\nu} d\nu$, la puissance nette échangée entre i et j intégrée sur le spectre.

5.2 Résultats en configuration ciel clair

Les résultats montrés dans ce paragraphe ont été obtenus en configuration ciel clair; c'est à dire que le milieu atmosphérique ne comporte aucun autre composant que le gaz. Les données utilisées pour effectuer les calculs ont été présentées au paragraphe 4.6.2. Les résultats qui suivent ont été obtenus pour deux profils atmosphériques standard de Mc Clatchey [54] : le profil atmosphérique aux moyennes latitudes en été (MLS) et le profil atmosphérique en région sub-arctique, en hiver (SAW). L'atmosphère compte $m = 50$ mailles de gaz. Les altitudes de haut de chaque maille atmosphérique sont présentées en table 4.4.

La figure 5.1 rappelle les profils de température pour les deux atmosphères standard MLS et SAW.

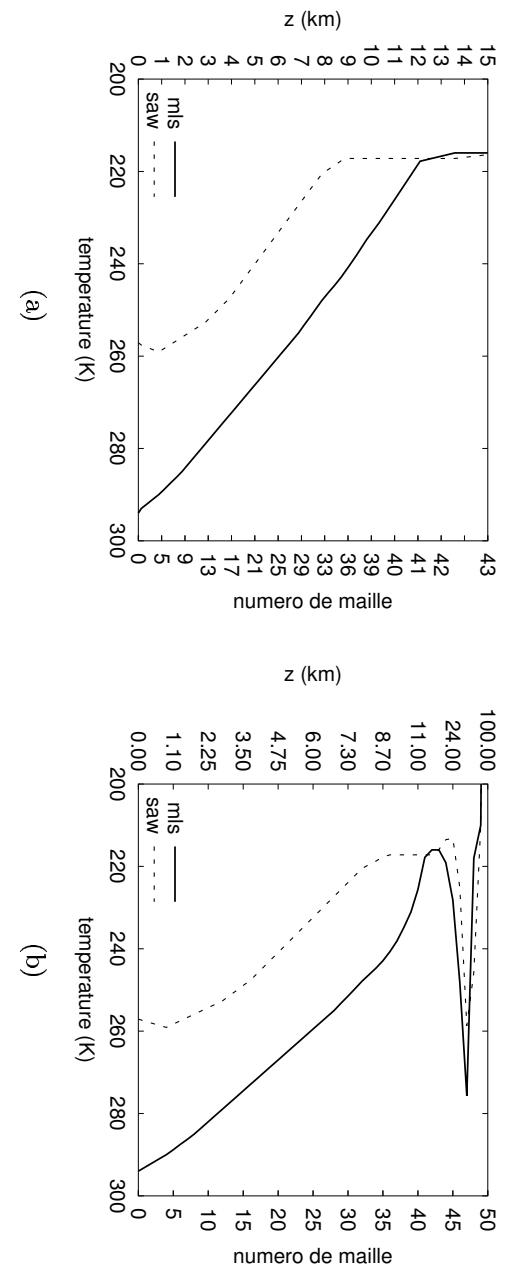
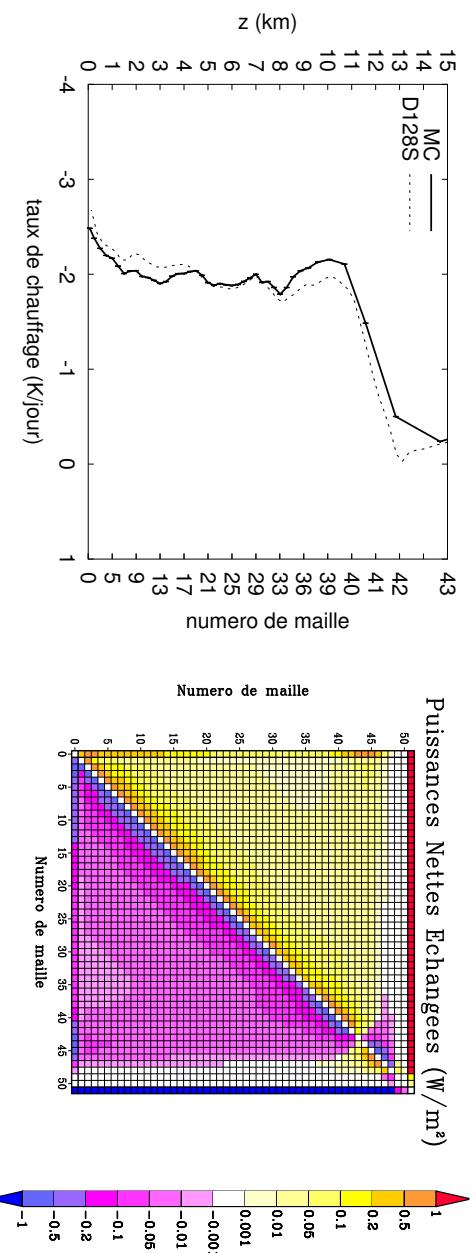


FIG. 5.1: Profils de température (K) pour des profils standards de Mc Clatchey MLS et SAW. (a) : échelle verticale linéaire en altitude ; (b) : échelle verticale linéaire en numéro de maille atmosphérique.

5.2.1 Taux de chauffage

Les figures 5.2(a) et 5.3(b) représentent le profil de taux de chauffage en $K/jour$ intégré sur la plage spectrale entre 4 et $100 \mu m$, pour des profils atmosphériques MLS et SAW.

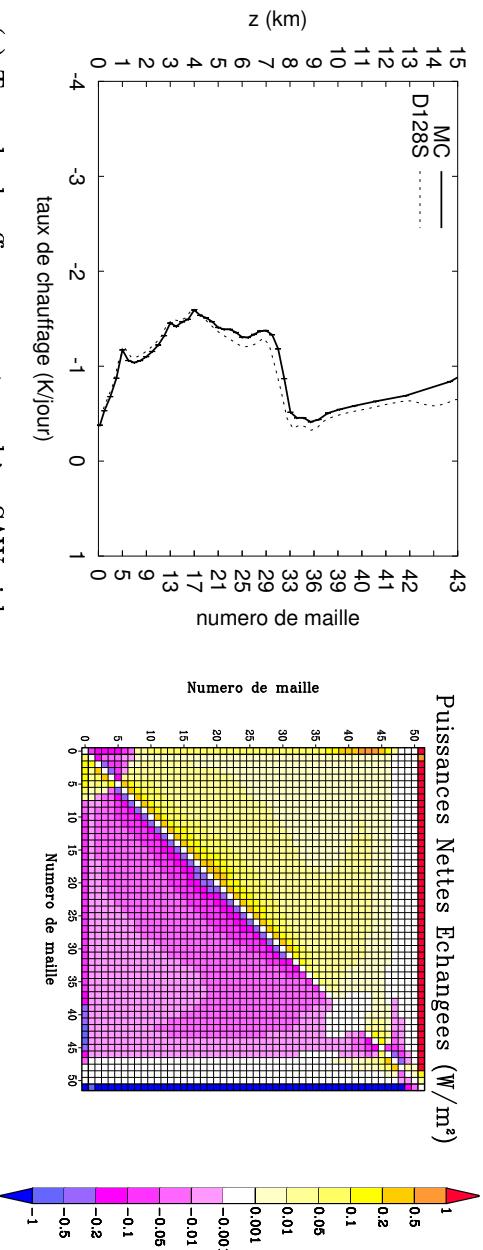
En ce qui concerne les profils de taux de chauffage, on retrouve des résultats connus [32, 47]. En particulier, on peut comparer les profils de taux de chauffage obtenus aux profils



(a) Taux de chauffage pour atmosphère MLS ciel clair

(b) Matrice des PNE pour atmosphère MLS ciel clair

FIG. 5.2: (a) : profil du taux de chauffage ($K/jour$) pour une atmosphère MLS ciel clair, représenté entre le sol et une altitude de $15\ km$. Les résultats présentés sont les taux de chauffage calculés par le code de Monte-Carlo et les taux de chauffage publiés dans Fu et al. [32]. (b) : matrice des PNE intégrée entre 4 et $100\ \mu m$ ($W.m^{-2}$) pour le même profil atmosphérique. La couleur d'un carré repéré par les indices de mailles i et j représente la valeur de la Puissance Nette Échangée entre les mailles i et j . La maille 0 représente le sol, et la maille 51 représente l'espace.



(a) Taux de chauffage pour atmosphère SAW ciel clair

(b) Matrice des PNE pour atmosphère SAW ciel clair

FIG. 5.3: Identique à Fig. 5.2 pour un profil SAW

publiés dans [32], pour les mêmes profils de température, en configuration ciel clair, obtenus pour une méthode aux ordonnées discrètes à 128 directions de discréttisation (D128S). On peut constater que les taux de chauffage calculés par les deux codes sont identiques, à quelques différences près, qui sont attribuées au modèle physique d'atmosphère utilisé par le code de Monte-Carlo (résolution sur la verticale grossière, correspondant à celle du GCM terrestre, et hypothèse de propriétés optiques homogènes dans chacune des mailles atmosphériques).

5.2.2 Les matrices de PNE

Les matrices de PNE (Fig. 5.2(b) et Fig. 5.3(b)) intégrées sur le spectre ($W.m^{-2}$), en revanche, apportent un autre éclairage sur ces résultats : chaque élément de la matrice représente la puissance nette échangée Ψ_{ij} entre chaque paire de mailles atmosphériques (i, j). Considérons par exemple, dans la figure 5.2(b), la ligne de la matrice correspondant à la maille $i = 10$: elle permet de décomposer le taux de chauffage de la maille 10 en termes de contribution par chaque PNE. La maille de gaz numéro 10 est, par exemple, chauffée par le sol (maille 0) plus chaud, et les mailles de gaz inférieures, plus chaudes que la maille 10. En revanche, elle se refroidit par échange avec les mailles du dessus et l'espace, plus froids. Bien entendu, la matrice est antisymétrique ($\Psi_{ji} = -\Psi_{ij}$). Les termes diagonaux sont nuls car il n'y a pas d'échange net entre une maille i et elle-même.

Dans la figure 5.2(b), les termes dominants sont les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et le sol (première ligne et première colonne), entre chaque maille atmosphérique et l'espace (dernière ligne et dernière colonne), ainsi qu'entre chaque maille atmosphérique et les mailles voisines (termes proches de la diagonale). Remarquons un changement de signe pour les mailles stratosphériques : par exemple, la maille 45 est réchauffée par les mailles 0 – 41 plus chaudes, puis la maille 45 est refroidie par les mailles 42 – 44, plus froides, et enfin elle est de nouveau réchauffée par les mailles 46 – 48. Cette inversion de signe est due à une inversion du profil de température MLS dans la stratosphère (cf. Fig. 5.1).

Les conclusions sont similaires pour la configuration SAW ciel clair (Fig. 5.3(b)), excepté que le profil de température comporte deux inversions : la première à $z \approx 1 \text{ km}$ d'altitude, et la seconde à $z \approx 42 \text{ km}$ d'altitude. Ces inversions de température ont un effet directement visible sur la matrice des PNE. Un groupe d'échanges nets nuls est également visible pour les mailles 38 – 43. Cet effet est dû au fait que le profil de température est quasiment constant dans ces mailles (cf. Fig. 5.1). Les mailles 38 – 43 étant quasiment à la même température, les échanges nets entre elles sont quasiment nuls.

5.2.3 Analyse spectrale

Le taux de chauffage à une altitude donnée, pour une configuration ciel clair, est donc essentiellement dû aux termes d'échanges nets avec le sol (chauffage par le sol), avec l'espace (refroidissement vers l'espace) et avec les mailles atmosphériques proches. Les résultats précédents (Fig. 5.2 et Fig. 5.3) montraient des matrices de PNE intégrées sur tout le spectre infrarouge. Il est possible de tracer ces matrices pour chaque bande étroite. Au lieu de présenter ce genre de matrice pour quelques bandes étroites particulières, nous allons nous intéresser au bilan radiatif $\Psi_{i,k}$ pour chaque maille atmosphérique i , moyenne sur chaque bande étroite indicée k de largeur 20 cm^{-1} , en le décomposant en trois termes principaux : l'échange net entre la maille atmosphérique i et le sol $\Psi_{i,k}^{gaz-sol}$, l'échange net entre la maille atmosphérique i et l'espace $\Psi_{i,k}^{gaz-espace}$, et enfin l'échange net entre la maille atmosphérique i et le reste de l'atmosphère $\Psi_{i,k}^{gaz-gaz}$:

$$\Psi_{i,k} = \Psi_{i,k}^{gaz-sol} + \Psi_{i,k}^{gaz-espace} + \Psi_{i,k}^{gaz-gaz} \quad (5.10)$$

Fig. 5.4(a) représente le bilan radiatif total en fonction de l'altitude, pour chaque bande étroite de largeur $\Delta\eta = 20 \text{ cm}^{-1}$ entre 4 et $100 \mu\text{m}$ (voir table 4.5 p144 pour une correspondance entre les numéros de bandes étroites et la fréquence centrale de chaque bande étroite). Fig. 5.4(b), (c) et (d) représentent les différents termes du bilan radiatif total d'après la relation 5.10 : l'échange net entre chaque maille atmosphérique et le sol, entre chaque maille atmosphérique et l'espace, et entre chaque maille atmosphérique et le reste de l'atmosphère. La figure 5.5 montre les mêmes grandeurs pour une configuration SAW ciel clair.

La figure Fig. 5.4(b) montre que l'échange net entre chaque maille atmosphérique et le sol $\Psi_{i,k}^{gaz-sol}$ est positif pour une configuration MIS, ce qui signifie que le sol réchauffe toutes les mailles atmosphériques en situation ciel clair : en effet, la température du sol est plus importante que la température dans toutes les mailles atmosphériques. On peut voir une décroissance de cet échange net avec l'altitude. Cette atténuation ne se fait pas strictement selon une loi exponentielle, puisqu'on présente un résultat moyen par bande étroite. De plus, l'échange net avec le sol est dominant dans les régions spectrales faiblement absorbantes, comme la "fenêtre atmosphérique" qui s'étend de 8 à $13 \mu\text{m}$ au niveau du sol (bandes étroites $k = 63 - 82$), tandis que l'échange net avec le sol est nul dans les bandes d'absorption forte, comme la bande à $15 \mu\text{m}$ du CO_2 ($k = 93$) et les bandes d'absorption de l'eau ($k = 30 - 60$ et $k = 100 - 121$). Dans les autres bandes d'absorption, comme la bande d'absorption à $9,2 \mu\text{m}$ de l'ozone ($k = 72$) et la bande à $4,2 \mu\text{m}$ du CO_2 ($k = 10$), $\Psi_{i,k}^{gaz-sol}$ dépend des variations locales de l'épaisseur optique avec l'altitude. Dans une configuration SAW (Fig. 5.5(b)),

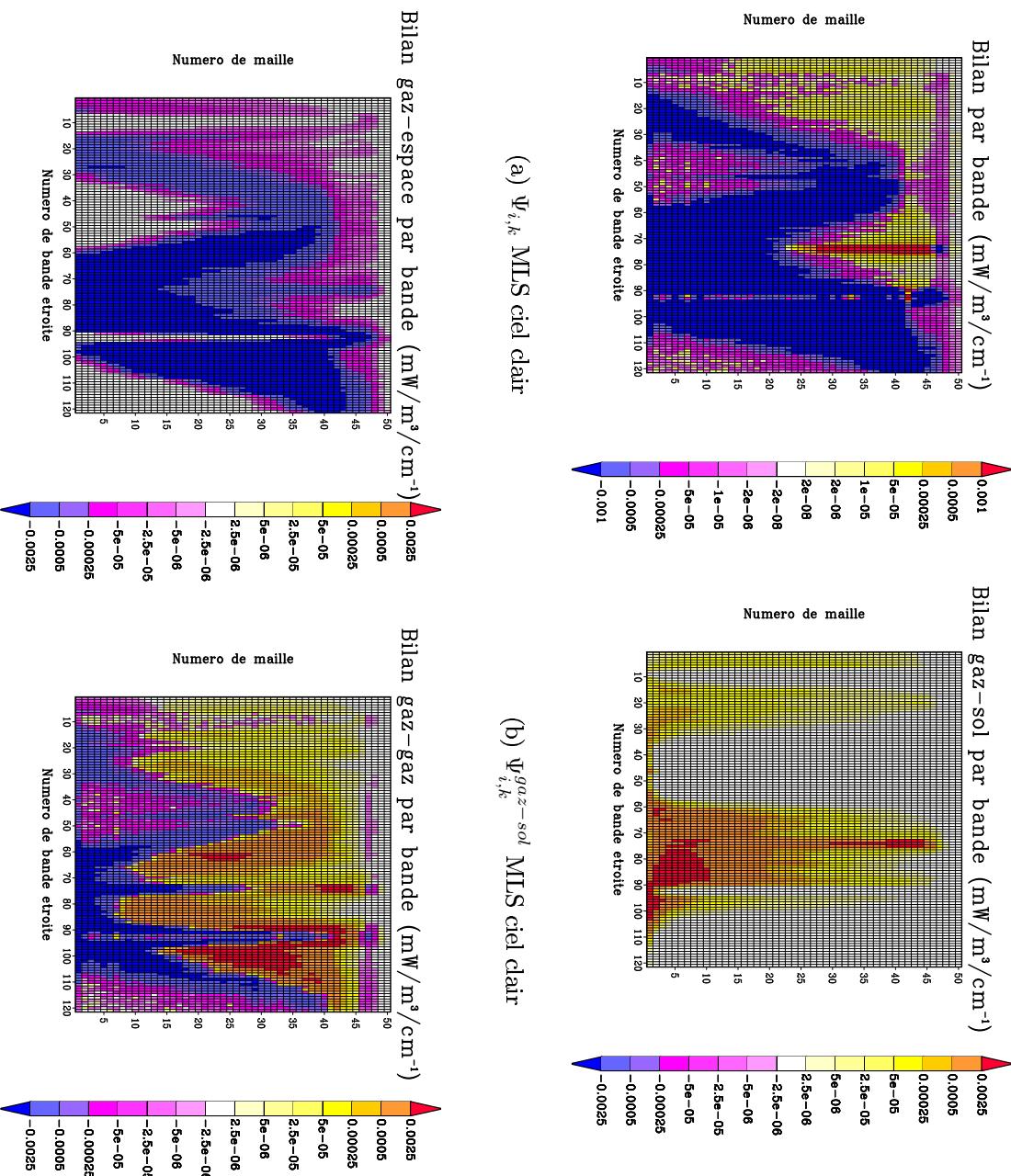


FIG. 5.4: (a) Bilan radiatif total ($mW/m^3/cm^{-1}$) en fonction du numéro de bande étroite (largeur de bande étroite $d\eta = 20 cm^{-1}$, de 4 à 100 μm) et du numéro de maille atmosphérique, pour une configuration MLS ciel clair; (b) Échange net entre chaque maille atmosphérique et le sol ($mW/m^3/cm^{-1}$); (c) Échange net entre chaque maille atmosphérique et l'espace ($mW/m^3/cm^{-1}$); (d) Échange net entre chaque maille atmosphérique et le reste de l'atmosphère ($mW/m^3/cm^{-1}$)

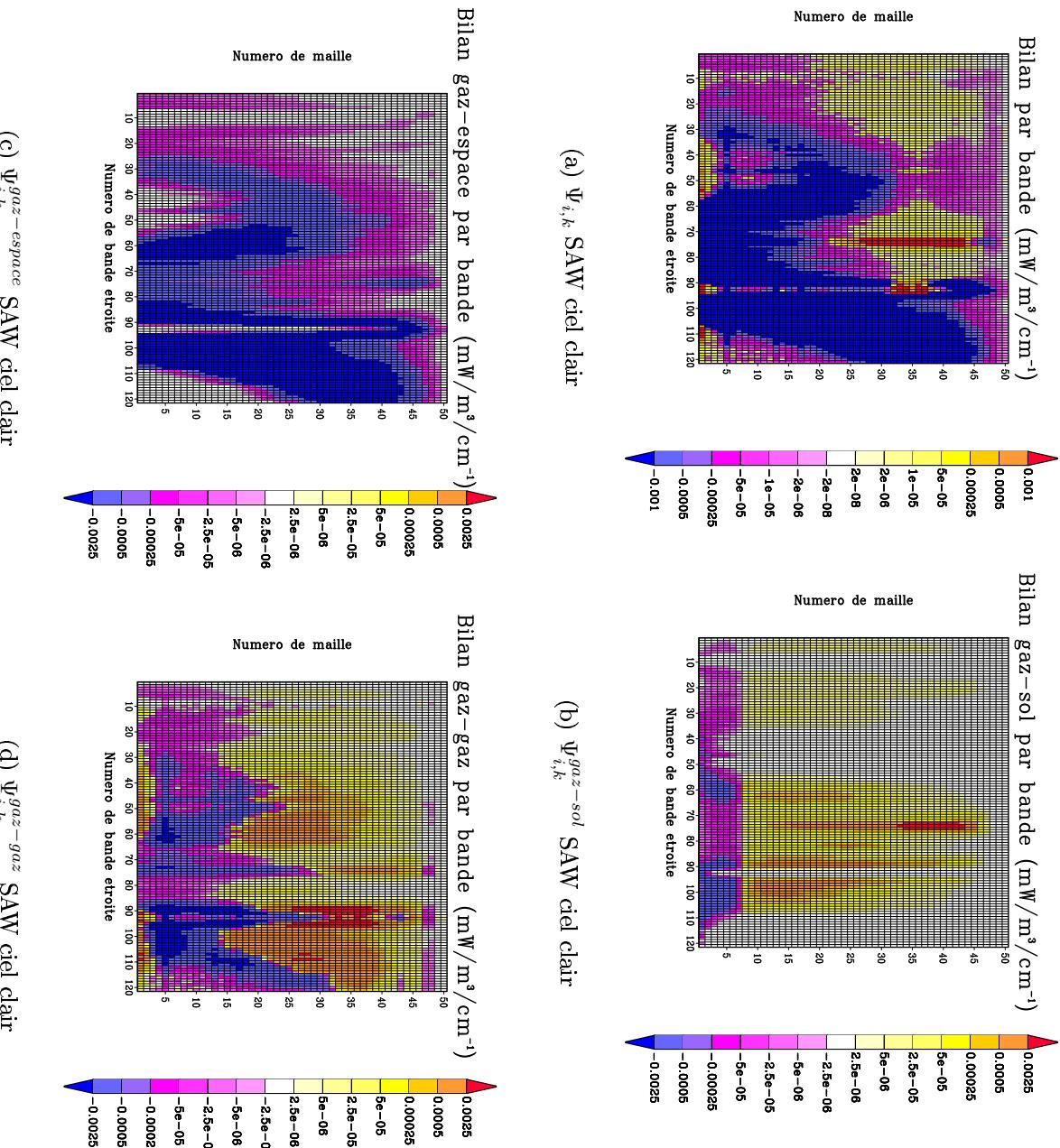


FIG. 5.5: Identique à Fig. 5.4 pour une configuration SAW ciel clair

(c) $\Psi_{i,k}^{gaz-espace}$ SAW ciel clair

(d) $\Psi_{i,k}^{gaz-gaz}$ SAW ciel clair

la température du gaz est plus importante que celle du sol dans la basse atmosphère (cf. Fig. 5.1). Il est donc normal de trouver que $\Psi_{i,k}^{gaz-sol}$ est négatif pour les deux premiers kilomètres (7 premières mailles atmosphériques). Au-dessus de 2 km, la température du gaz passe sous la température du sol et $\Psi_{i,k}^{gaz-sol}$ est positif.

L'échange net entre chaque maille atmosphérique et l'espace $\Psi_{i,k}^{gaz-espace}$ (Fig. 5.4(c) et Fig. 5.5(c)) est négatif, car l'espace est plus froid que toutes les mailles atmosphériques. $\Psi_{i,k}^{gaz-espace}$ est dominant pour des régions spectrales où les variations de l'épaisseur optique avec l'altitude sont les plus importantes. Les échanges nets entre les mailles atmosphériques et l'espace ne sont possibles que pour les fréquences où le gaz est "visible" depuis l'espace. Dans les régions spectrales où l'absorption est faible, toutes les mailles atmosphériques peuvent échanger avec l'espace, tandis que dans les bandes d'absorption forte (comme celles de l'eau), les échanges nets ne sont possibles qu'avec les mailles supérieures de l'atmosphère.

Les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et le reste de l'atmosphère $\Psi_{i,k}^{gaz-gaz}$ (Fig. 5.4(d) et Fig. 5.5(d)) sont positifs pour les mailles proches du sol, et négatifs pour les mailles proches de l'espace. L'altitude où le signe de $\Psi_{i,k}^{gaz-gaz}$ s'inverse est fonction de la fréquence. Cette altitude est plus importante pour les bandes d'absorption forte. $\Psi_{i,k}^{gaz-gaz}$ dépend des variations locales de l'épaisseur optique avec l'altitude et des variations locales des gradients de température avec l'altitude.

5.3 Résultats en ciel nuageux

Ce paragraphe présente une série de résultats dans le cas de configurations nuageuses, pour les profils atmosphériques standard MLS et SAW. Quatre configurations nuageuses sont utilisées ; il s'agit des configurations suivantes :

- Configuration nuage bas : nuage d'eau dont l'épaisseur optique totale dans le visible est de 60, qui s'étend entre 1,0 et 2,0 km d'altitude en profil MLS, et de 0,5 à 1,5 km d'altitude pour le profil SAW. Possède un contenu en eau liquide (LWC) de $0,22 \text{ g.m}^{-3}$ et le rayon effectif de la distribution de taille des gouttes d'eau est $r_e = 5,89 \mu\text{m}$.
- Configuration nuage moyen : nuage d'eau dont l'épaisseur optique totale dans le visible est de 72, qui s'étend de 4,0 à 5,0 km en profil MLS, et de 2,0 à 3,0 km pour le profil SAW, avec un LWC de $0,28 \text{ g.m}^{-3}$ et un rayon effectif $r_e = 6,20 \mu\text{m}$.
- Configuration nuage haut : nuages de glace avec une épaisseur optique totale dans le visible de 0,80 qui s'étend de 10 à 12 km en MLS, et de 6 à 8 km en SAW, avec un contenu en glace (IWC) de $0,0048 \text{ g.m}^{-3}$ et un diamètre effectif pour la distribution

de taille de cristaux $D_e = 41,5 \mu\text{m}$.

- Configuration tous nuages : les nuages bas, moyen et haut sont tous les trois présents en même temps.

Nous allons tout d'abord montrer les matrices de PNE et taux de chauffage atmosphérique pour ces différentes configurations, avant de passer à l'analyse spectrale des bilans radiatifs et de leurs différents termes.

5.3.1 Matrices de PNE et taux de chauffage

Les figures 5.6-5.9 montrent les taux de chauffage en K/jour pour les configurations MLS (a) et SAW (b) nuage bas, nuage moyen, nuage haut et tous nuages. De façon générale, le bas de tous les nuages est réchauffé, car le sol est plus chaud que le bas des nuages. Ce n'est cependant pas vrai dans le cas d'un nuage bas en profil SAW : le bas du nuage est situé à une altitude d'environ 1 km, qui est l'altitude où le gaz atmosphérique est le plus chaud (cf. Fig. 5.1). Dans tous les cas, le haut du nuage est refroidi par échanges radiatifs avec les mailles du dessus et l'espace, plus froides que le haut du nuage. Pour les nuages bas et moyens, on peut voir que le taux de chauffage au centre du nuage est très faible : les mailles centrales du nuage sont isolées, d'un point de vue radiatif, du reste de l'atmosphère, à cause de la forte épaisseur optique des mailles de bord du nuage.

Les figures (c) et (d) représentent les matrices de PNE pour les mêmes configurations. Pour les configurations nuages bas (Fig. 5.6) et nuages moyens (Fig. 5.7), les échanges nets dominants pour les mailles situées sous les nuages sont les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et le sol, le bas du nuage et les mailles atmosphériques proches. De façon similaire, pour les mailles situées au-dessus des nuages, les échanges nets dominants sont les échanges nets entre chaque maille et le haut du nuage, l'espace, et les mailles proches. Dans le cas de ces nuages bas et moyens, il ne peut pas y avoir d'échanges nets entre mailles situées de part et d'autre des nuages. Ces nuages se comportent donc comme des écrans radiatifs (comme des parois). On peut également voir, de façon qualitative, à partir des matrices de PNE, que le bas des nuages est réchauffé par échange avec le sol et que le haut des nuages est refroidi par échange avec l'espace. Les échanges nets ne sont pas possibles entre le bas et le haut des nuages.

Dans le cas des nuages hauts (Fig. 5.8), nuage de glace avec une faible épaisseur optique, les échanges nets sont possibles entre mailles situées de part et d'autre du nuage. L'épaisseur optique de ce type de nuage n'est pas assez élevée pour atténuer tout le rayonnement incident. Les échanges nets dominants sont les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et le

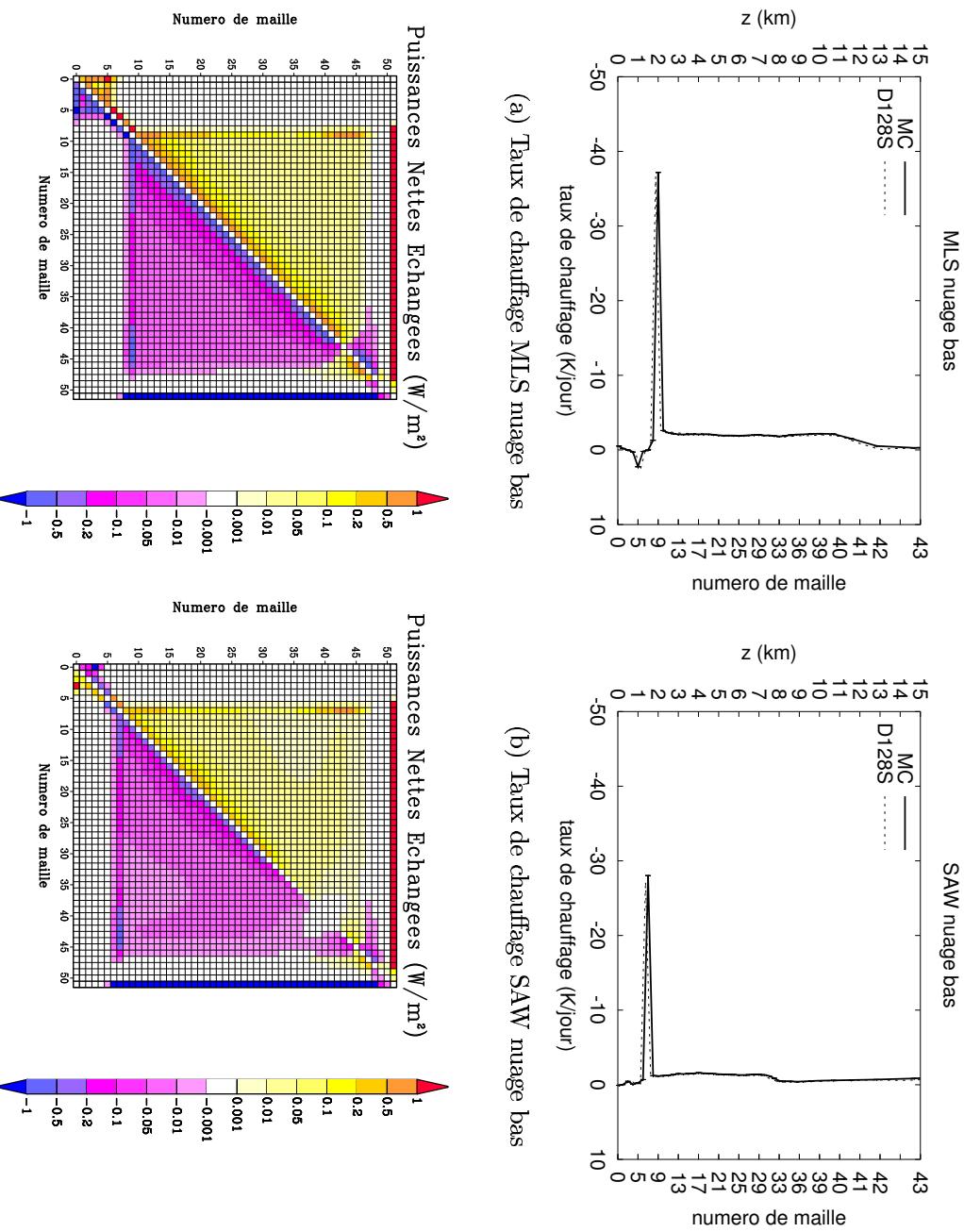


FIG. 5.6: (a) : taux de chauffage ($K/jour$) pour une configuration MLS nuage bas (nuage d'eau s'étendant de 1.0 à 2.0 km (mailles 5 – 9) avec $LWC = 0.22 \text{ g m}^{-3}$ et $r_e = 5, 89 \mu\text{m}$); les résultats présentés sont les taux de chauffage calculés par le code de Monte-Carlo et les taux de chauffage publiés dans Fu et al. [32]. (b) : identique à (a) pour une configuration SAW nuage bas (nuage d'eau s'étendant de 0,5 à 1,5 km (mailles 3 – 7), LWC et r_e identiques); (c) : matrice de PNE $W\text{m}^{-2}$) pour une configuration MLS nuage bas ; (d) : identique à (c) pour une configuration SAW nuage bas.

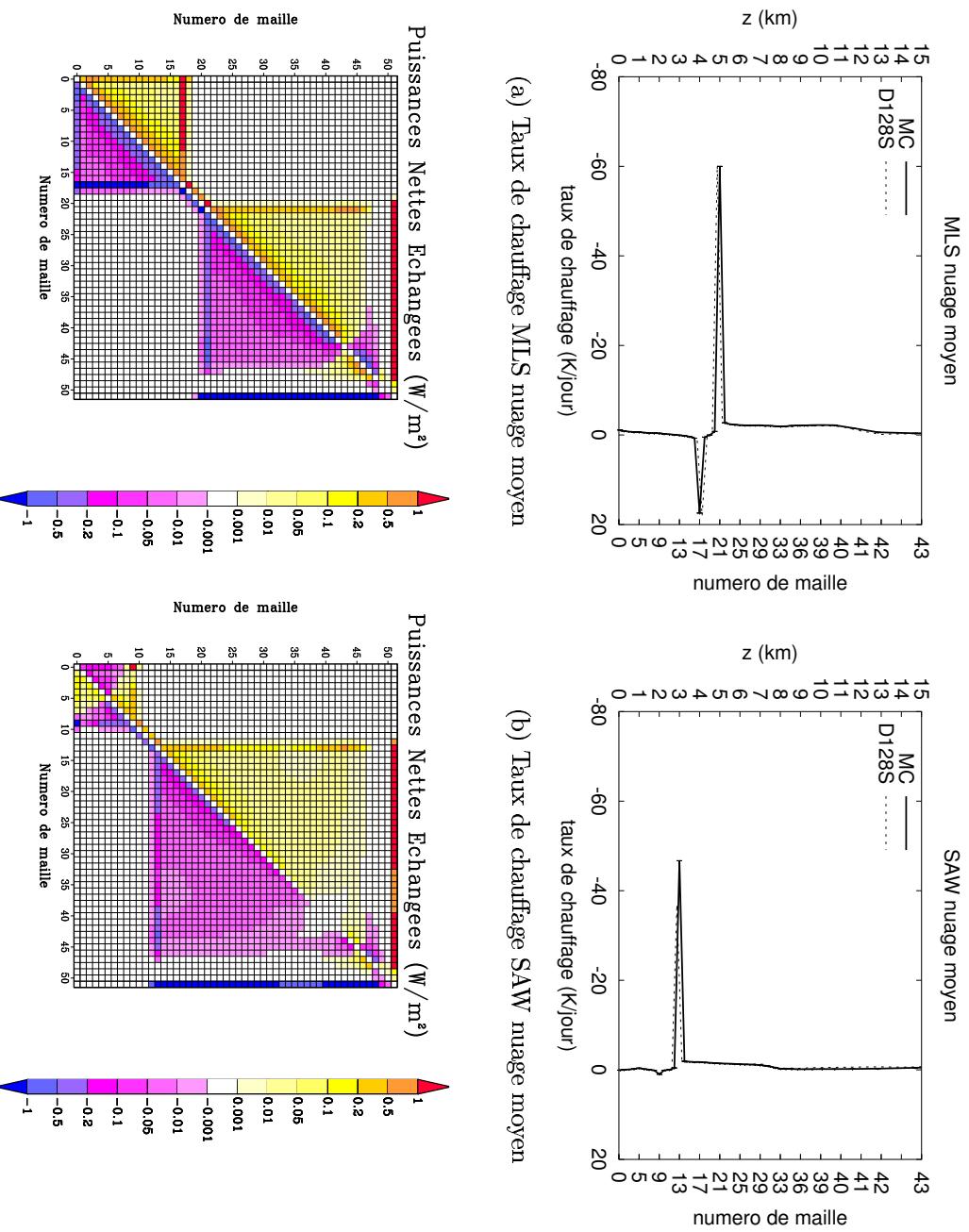
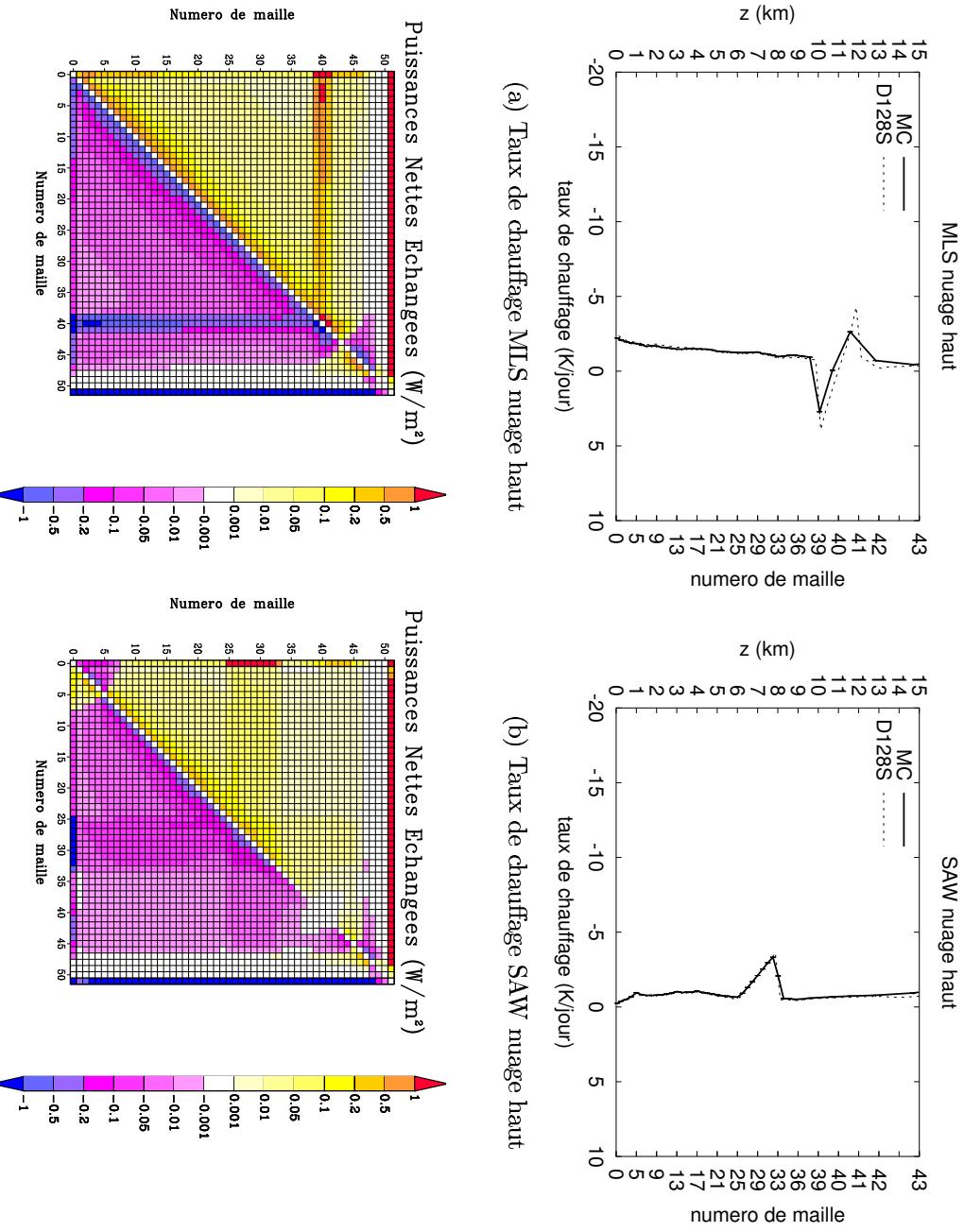


FIG. 5.7: (a) : taux de chauffage ($K/jour$) pour une configuration MLS nuage moyen (nuage d'eau s'étendant de 4.0 à 5.0 km (mailles 17 – 21) avec $LWC = 0.28 \text{ g.m}^{-3}$ et $r_e = 6.20 \mu\text{m}$); les résultats présentés sont les taux de chauffage calculés par le code de Monte-Carlo et les taux de chauffage publiés dans Fu et al. [32]. (b) : identique à (a) pour une configuration SAW nuage moyen (nuage d'eau s'étendant de 2.0 à 3.0 km (mailles 8 – 13), LWC et r_e identiques); (c) : matrice de PNE W.m^{-2}) pour une configuration MLS nuage moyen ; (d) : identique à (c) pour une configuration SAW nuage moyen.



(c) Matrice des PNE MLS nuage haut

(d) Matrice des PNE SAW nuage haut

FIG. 5.8: (a) : taux de chauffage ($K/jour$) pour une configuration MLS nuage haut (nuage d'eau s'étendant de 10 à 12 km (mailles 39 – 41) avec $LWC = 0,0048 \text{ g m}^{-3}$ et $D_e = 41,5 \mu\text{m}$); les résultats présentés sont les taux de chauffage calculés par le code de Monte-Carlo et les taux de chauffage publiés dans Fu et al. [32]. (b) : identique à (a) pour une configuration SAW nuage haut (nuage d'eau s'étendant de 6 à 8 km (mailles 25 – 33), LWC et r_e identiques); (c) : matrice de PNE W m^{-2}) pour une configuration MLS nuage haut ; (d) : identique à (c) pour une configuration SAW nuage haut.

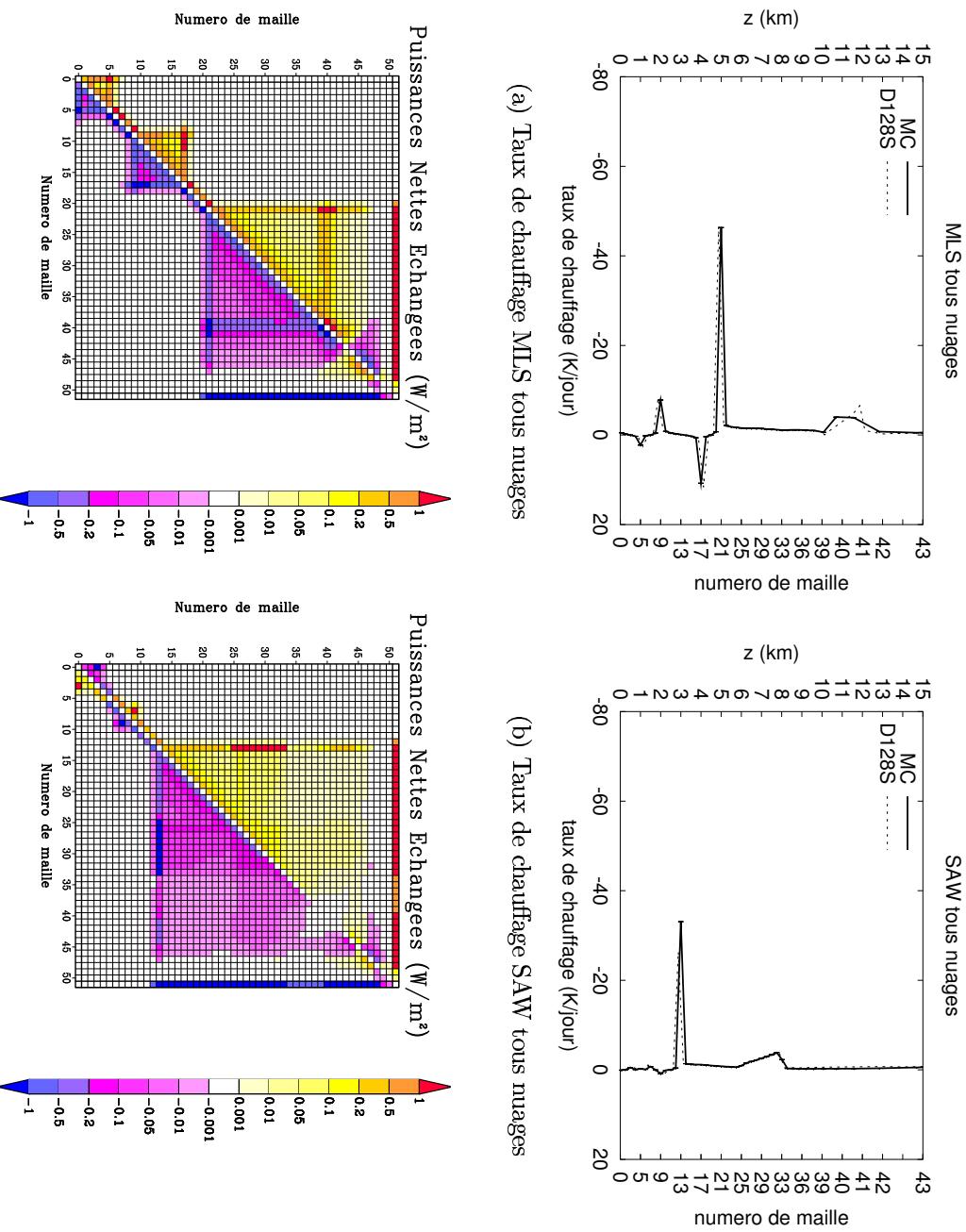


FIG. 5.9: (a) : taux de chauffage ($K/jour$) pour une configuration MLS tous nuages; les résultats présentés sont les taux de chauffage calculés par le code de Monte-Carlo et les taux de chauffage publiés dans Fu et al. [32]. (b) : identique à (a) pour une configuration SAW tous nuages; (c) : matrice de PNE $W.m^{-2}$) pour une configuration MLS tous nuages; (d) : identique à (c) pour une configuration SAW tous nuages.

sol, l'espace et les mailles proches, mais également les échanges nets entre mailles nuageuses et mailles non nuageuses.

Finalement, dans le cas où tous les nuages sont présents (Fig. 5.9), les nuages bas et moyens se comportent d'un point de vue radiatif comme des écrans, et ils définissent des régions d'atmosphère indépendantes, qui ne pourront pas échanger d'énergie par rayonnement. On peut voir la formation de trois régions : la première, située sous les nuages bas, la seconde entre les nuages bas et les nuages moyens, et la troisième située au-dessus des nuages moyens. Les nuages hauts, pour leur part, ne se comportent pas comme des écrans radiatifs et les échanges radiatifs sont possibles entre mailles situées au-dessous et au-dessus de ce genre de nuages. Dans chaque région d'atmosphère citée ci-dessus, les échanges nets dominants sont les échanges nets entre les mailles claires (non nuageuses) et la paroi du bas (sol ou haut du nuage bas), entre les mailles claires et la paroi du haut (espace ou bas du nuage moyen) et entre les mailles claires proches. Dans le cas particulier des nuages hauts, les échanges nets entre les mailles claires et les mailles nuageuses sont également des termes dominants.

Retour sur la validation du code atmosphérique de Monte-Carlo

Au chapitre 4, nous avons pu valider de façon rigoureuse le code de Monte-Carlo en configuration ciel clair par comparaison avec un jeu de solutions analytiques. En présence de diffusion, seules des validations de l'algorithme monochromatique ont pu être faites, et aucun test n'a pu être effectué quant à la prise en compte des propriétés spectrales des particules diffusives (coefficients de diffusion, albédo de diffusion simple, facteur d'asymétrie). Nous allons voir ici que nous retrouvons de façon précise les résultats obtenus à l'aide de la méthode D128S utilisée dans Fu et al. [32], pour les mêmes configurations. Les différences restantes, une fois prise en compte l'incertitude statistique de Monte-Carlo, peuvent être attribuées aux hypothèses concernant les modèles spectraux (utilisés pour calculer les propriétés optiques des gaz et des nuages), ainsi qu'aux différences de maillage.

La table 5.1 p. 161 permet de comparer les flux (en $W.m^{-2}$) ascendant au sommet de l'atmosphère $F^+(H)$ et descendant au sol $F^-(0)$ obtenus à l'aide du code de Monte-Carlo (calculs avec $N = 10^6$ événements aléatoires par maille) aux valeurs publiées dans Fu et al. [32]. Dans les figures 5.6(a)-5.9(a), les taux de chauffage publiés dans [32] sont également comparés aux résultats du code Monte-Carlo ; les seules différences notables concernent l'altitude des maxima de taux de chauffage et sont dues aux différences de maillage.

Configuration	$F^+(H)$ D128S	$F^+(H)$ MC	$F^-(0)$ D128S	$F^-(0)$ MC
MLS ciel clair	283,70	$282,33 \pm 0,19$	347,40	$349,70 \pm 0,056$
MLS nuage bas	266,00	$266,90 \pm 0,15$	412,10	$415,672 \pm 0,0043$
MLS nuage moyen	229,60	$231,74 \pm 0,10$	393,60	$396,64 \pm 0,013$
MLS nuage haut	215,60	$218,78 \pm 0,16$	355,10	$357,69 \pm 0,042$
MLS tous nuages	188,00	$192,42 \pm 0,11$	412,10	$415,674 \pm 0,0043$
SAW ciel clair	200,70	$199,18 \pm 0,13$	168,60	$171,60 \pm 0,056$
SAW nuage bas	196,90	$197,39 \pm 0,097$	249,10	$249,8521 \pm 0,00086$
SAW nuage moyen	188,20	$195,64 \pm 0,079$	245,30	$246,755 \pm 0,0026$
SAW nuage haut	169,50	$169,41 \pm 0,11$	188,70	$190,56 \pm 0,040$
SAW tous nuages	163,90	$168,07 \pm 0,0950$	249,10	$250,0993 \pm 0,00088$

TAB. 5.1: Flux ascendant au sommet de l'atmosphère $F^+(H)$ et flux descendant au sol $F^-(0)$ en $W.m^{-2}$ d'après Fu et al. [32] et d'après le code atmosphérique de Monte-Carlo.

5.3.2 Analyse spectrale

Au paragraphe 5.2.3, nous avions montré le bilan radiatif total $\Psi_{i,k}$ et ses trois composantes $\Psi_{i,k}^{gaz-sol}$, $\Psi_{i,k}^{gaz-espace}$ et $\Psi_{i,k}^{gaz-gaz}$, en fonction de l'altitude, pour chaque bande étroite indiquée k . Dans ce paragraphe, nous avons gardé la même représentation des bilans radiatifs, pour les quatre configurations nuageuses utilisées précédemment.

Les matrices de PNE montrées précédemment montrent que les nuages bas et moyens se comportent comme des écrans radiatifs entre les mailles situées de part et d'autre de ces nuages. Au contraire, les nuages hauts permettent des échanges radiatifs entre mailles situées au-dessous et au-dessus de ce genre de nuages. Ces résultats étaient intégrés sur tout le spectre au paragraphe 5.3.1. Les résultats qui suivent représentent donc la décomposition spectrale de ces PNE en termes de bilans radiatifs (Fig. 5.10-5.17).

Ces figures montrent tout d'abord qu'en présence de nuages bas et moyens (Fig. 5.10-5.11(b) et Fig. 5.14-5.15(b)), les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et le sol, ne peuvent avoir lieu que pour les mailles situées sous les nuages, et dans les régions spectrales à faible absorption. Pour les bandes d'absorption forte (bandes d'absorption de l'eau et du CO_2), le rayonnement émis par le sol est totalement atténué dans la première maille atmosphérique, ce qui rend impossibles les échanges nets entre le sol et les mailles suivantes. De façon similaire, toujours dans le cas des nuages bas et moyens (Fig. 5.10-5.11(c) et Fig. 5.14-5.15(c)), les échanges radiatifs nets entre les mailles atmosphériques et l'espace ne

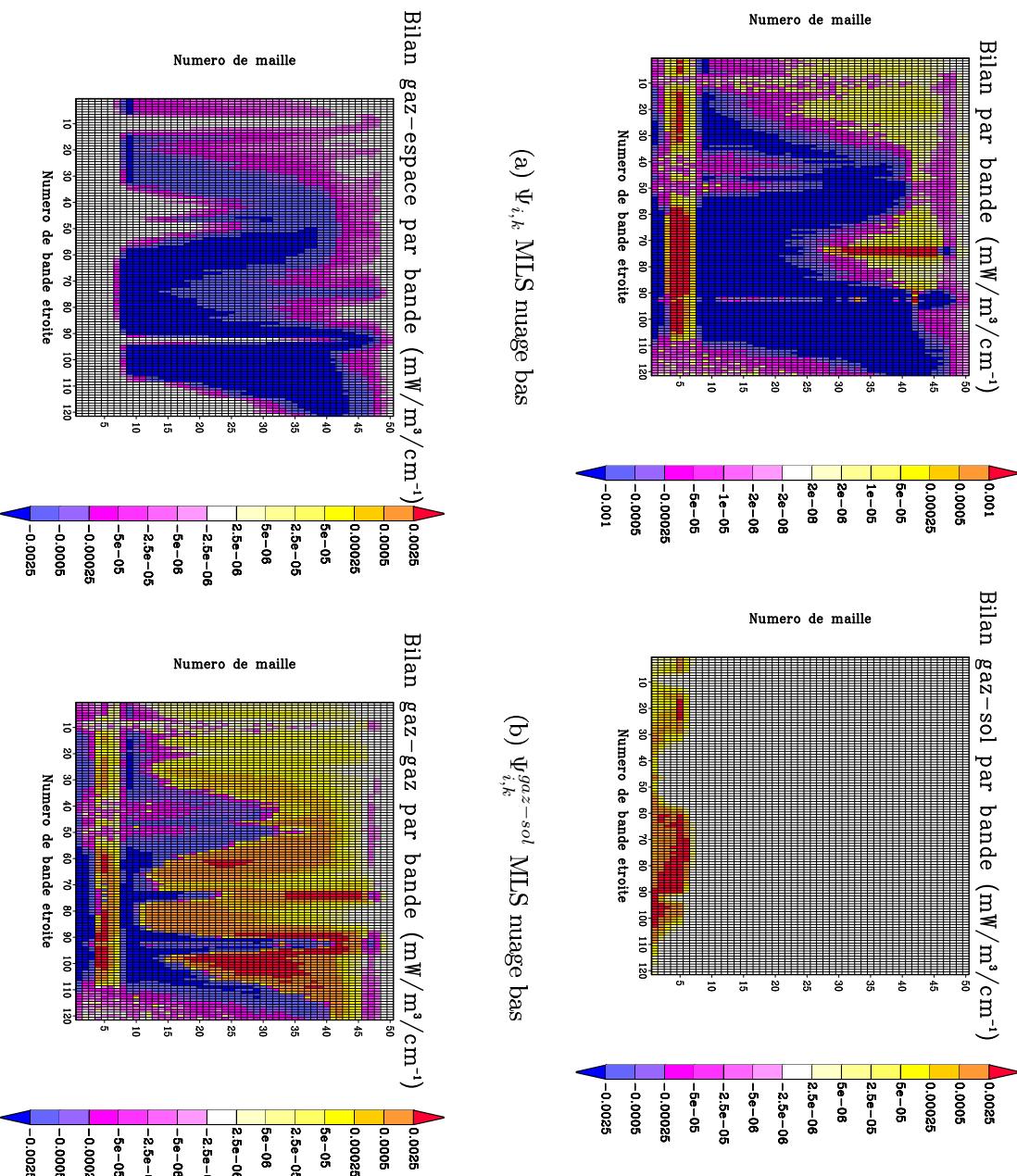


FIG. 5.10: (a) : bilan radiatif total ($mW/m^3/cm^{-1}$) en fonction du numéro de bande étroite et du numéro de maille atmosphérique, pour une configuration MLS nuage bas; (b) : bilan entre chaque maille atmosphérique et le sol ($mW/m^3/cm^{-1}$); (c) : bilan entre chaque maille atmosphérique atmosphérique et l'espace ($mW/m^3/cm^{-1}$); (d) : bilan entre chaque maille atmosphérique et le reste de l'atmosphère ($mW/m^3/cm^{-1}$)

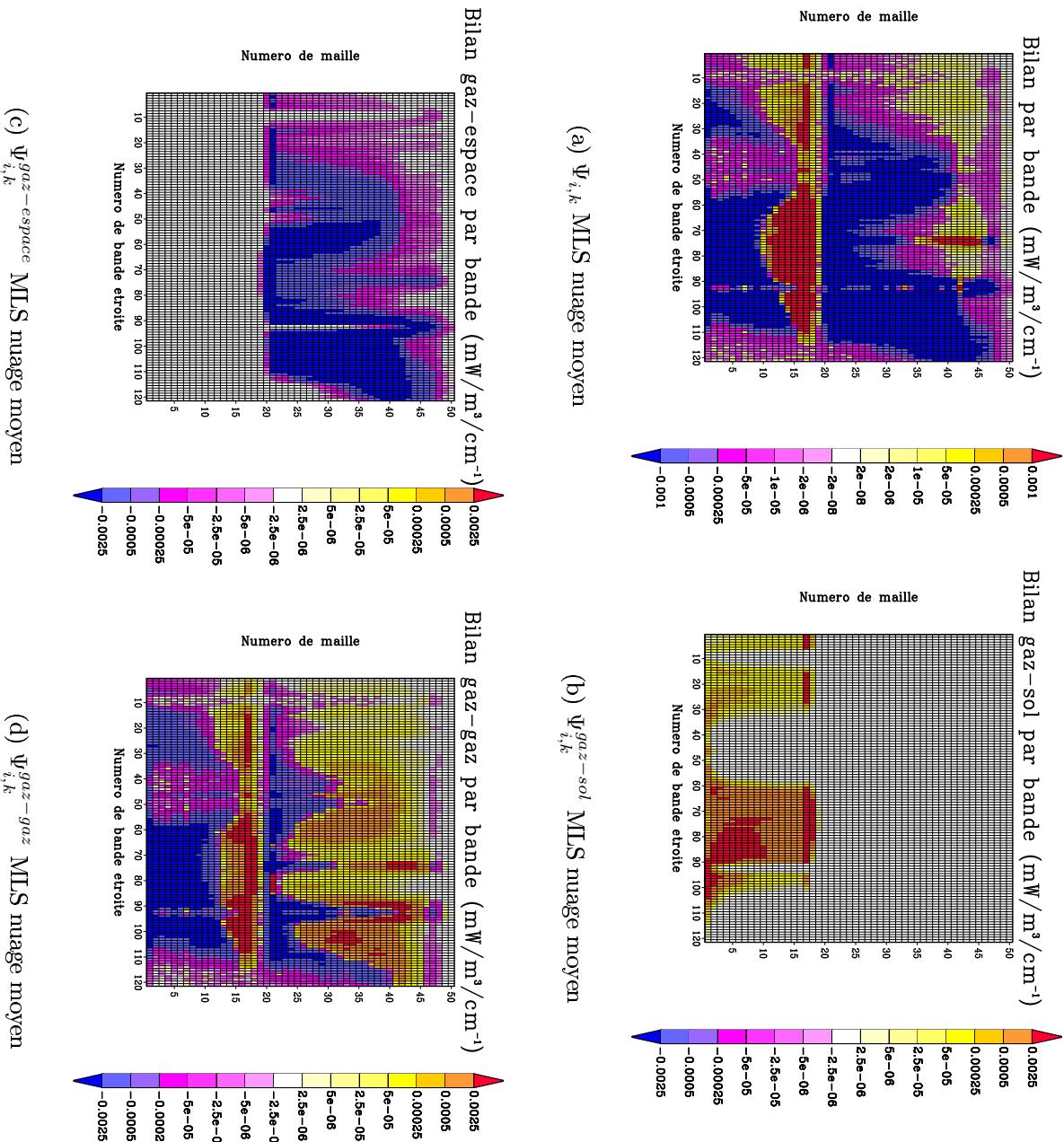


FIG. 5.11: Identique à Fig. 5.10 pour une configuration MLS nuage moyen

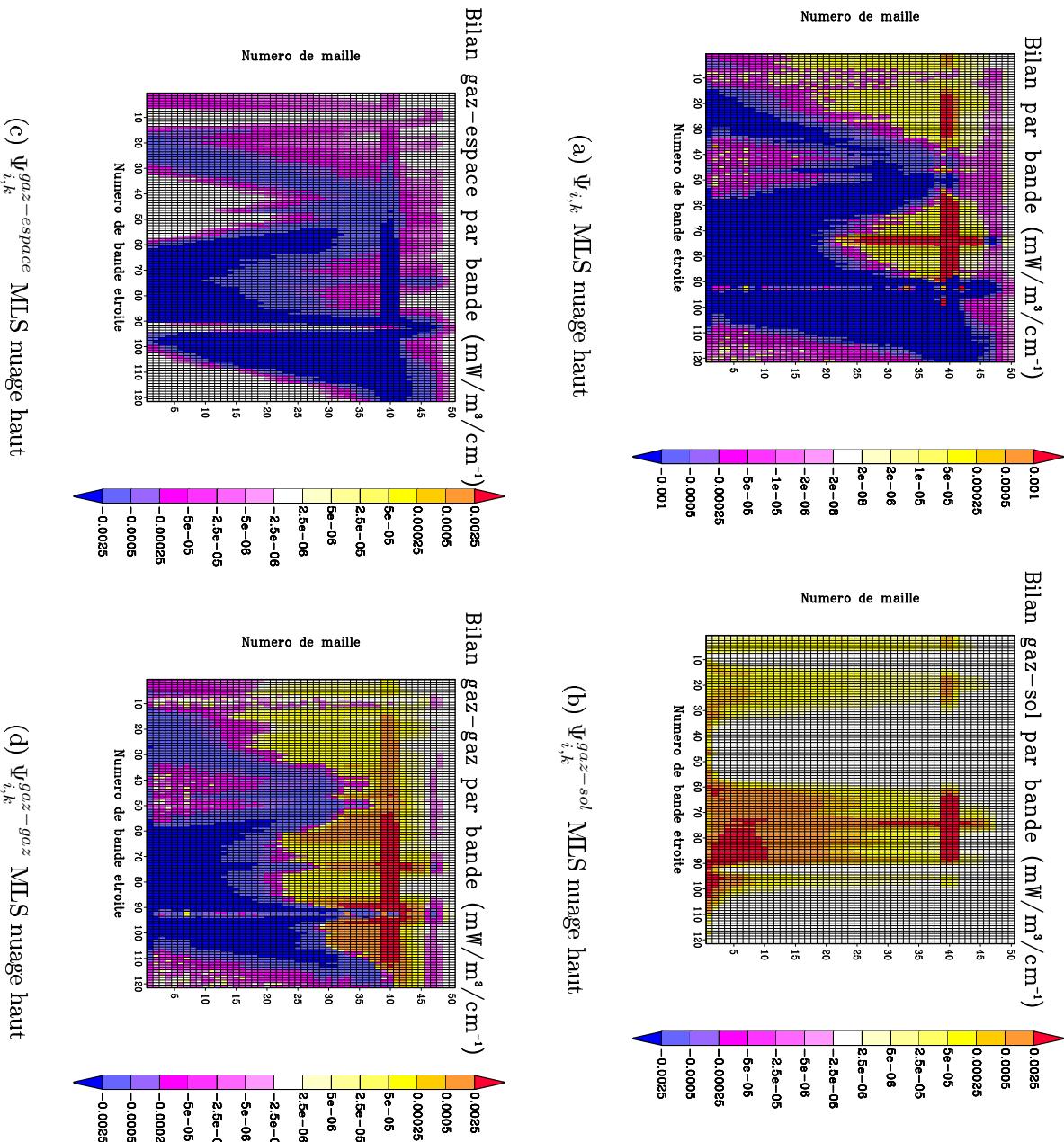


FIG. 5.12: Identique à Fig. 5.10 pour une configuration MLS nuage haut

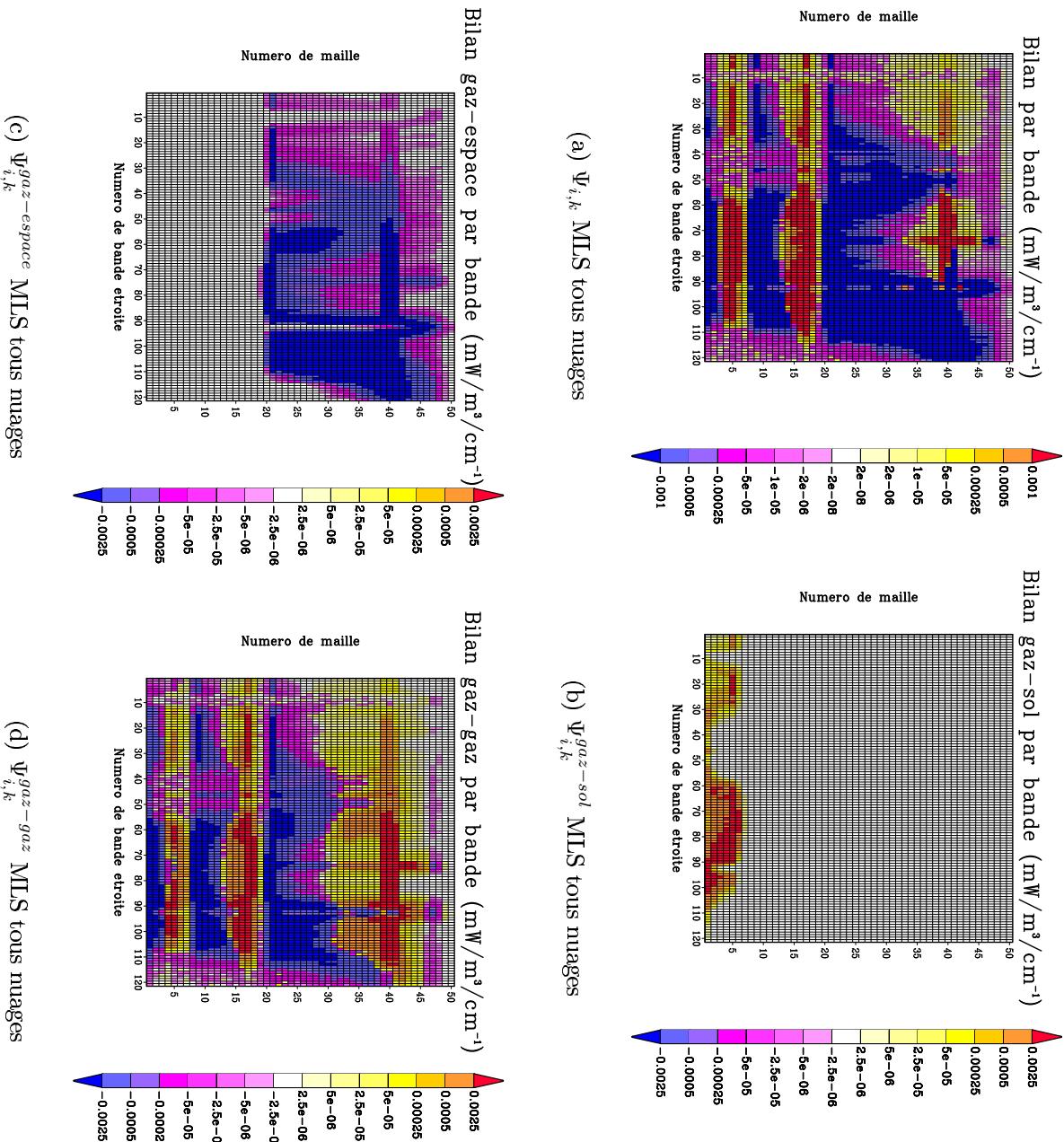


FIG. 5.13: Identique à Fig. 5.10 pour une configuration MLS tous nuages

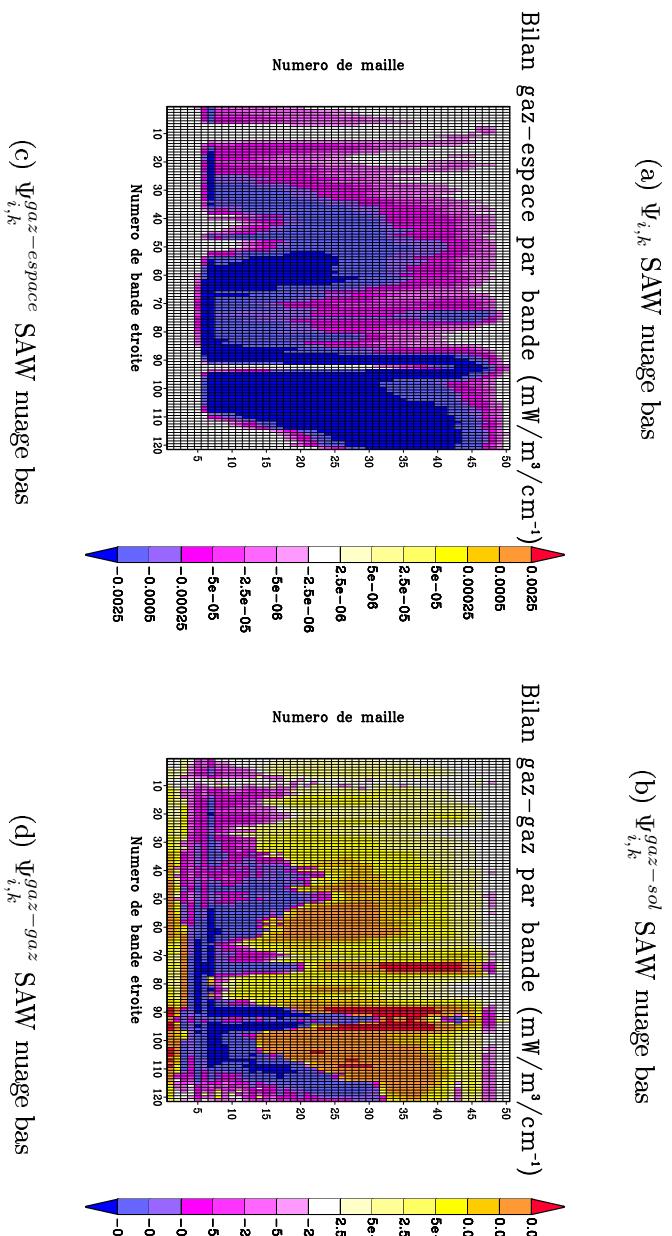
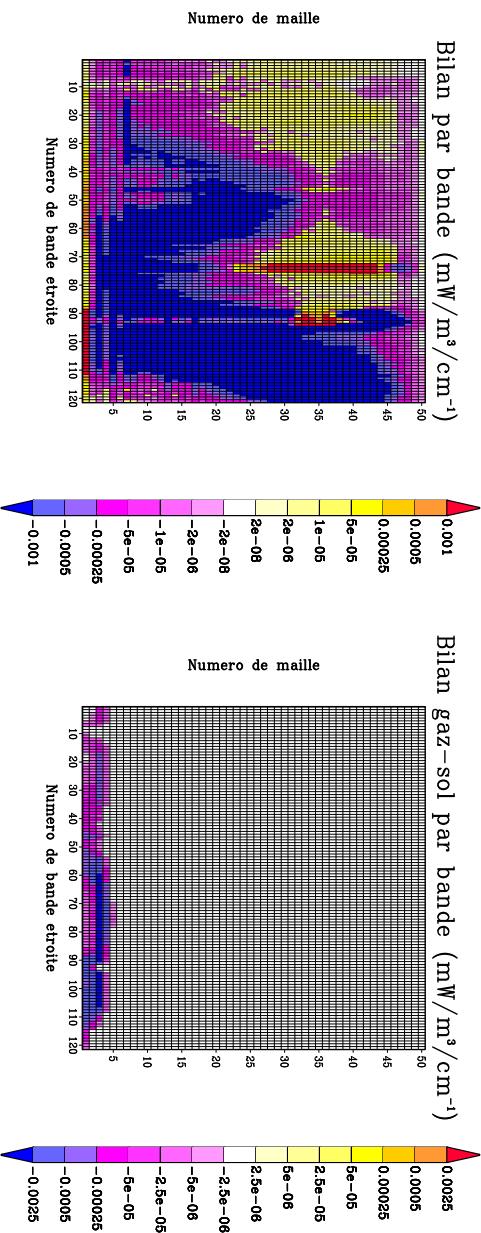


FIG. 5.14: (a) : bilan radiatif total ($mW/m^3/cm^{-1}$) en fonction du numéro de bande étroite et du numéro de maille atmosphérique, pour une configuration SAW nuage bas; (b) : bilan entre chaque maille atmosphérique et le sol ($mW/m^3/cm^{-1}$); (c) : bilan entre chaque maille atmosphérique et l'espace ($mW/m^3/cm^{-1}$); (d) : bilan entre chaque maille atmosphérique et le reste de l'atmosphère ($mW/m^3/cm^{-1}$)

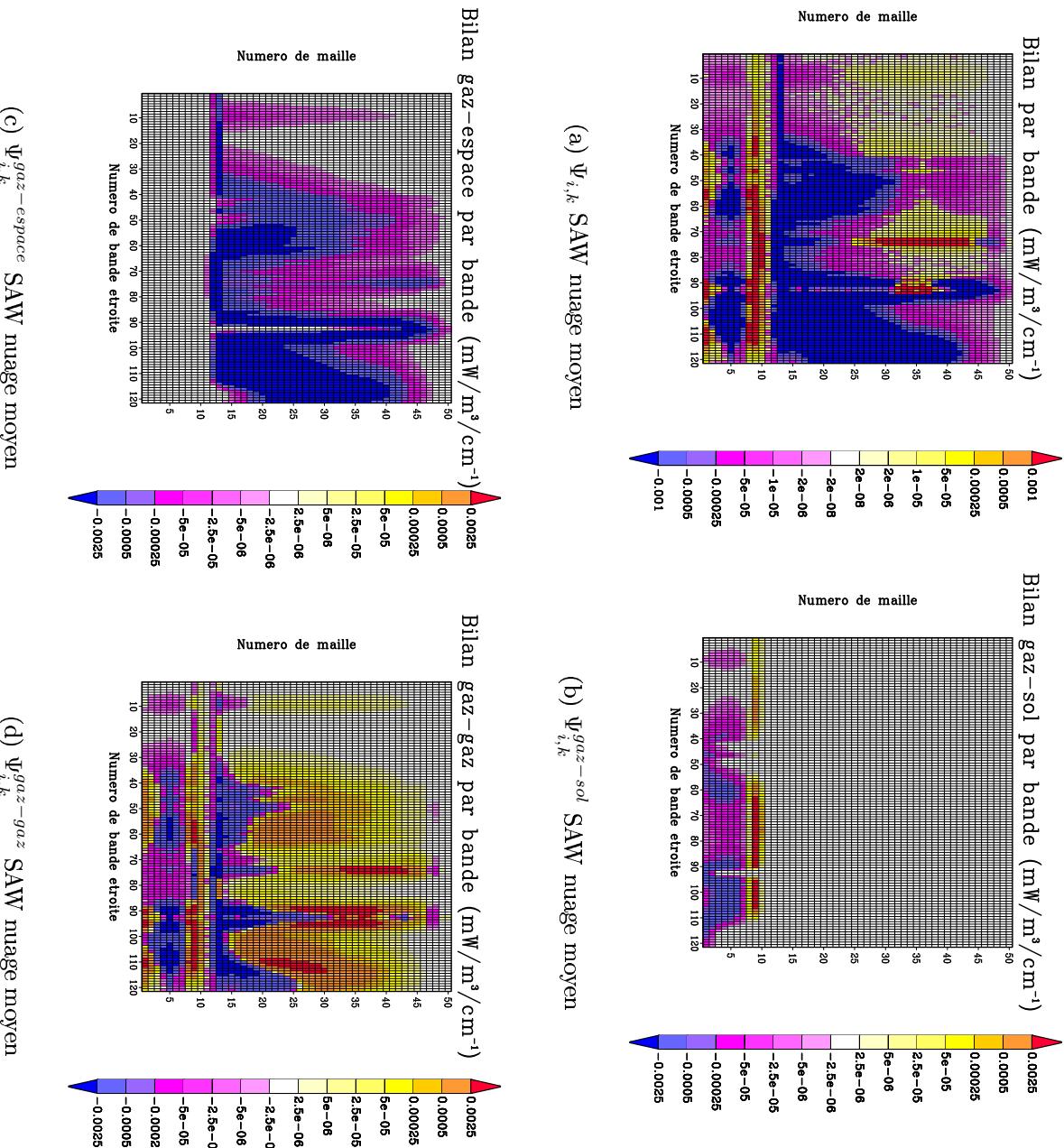


FIG. 5.15: Identique à Fig. 5.14 pour une configuration SAW nuage moyen

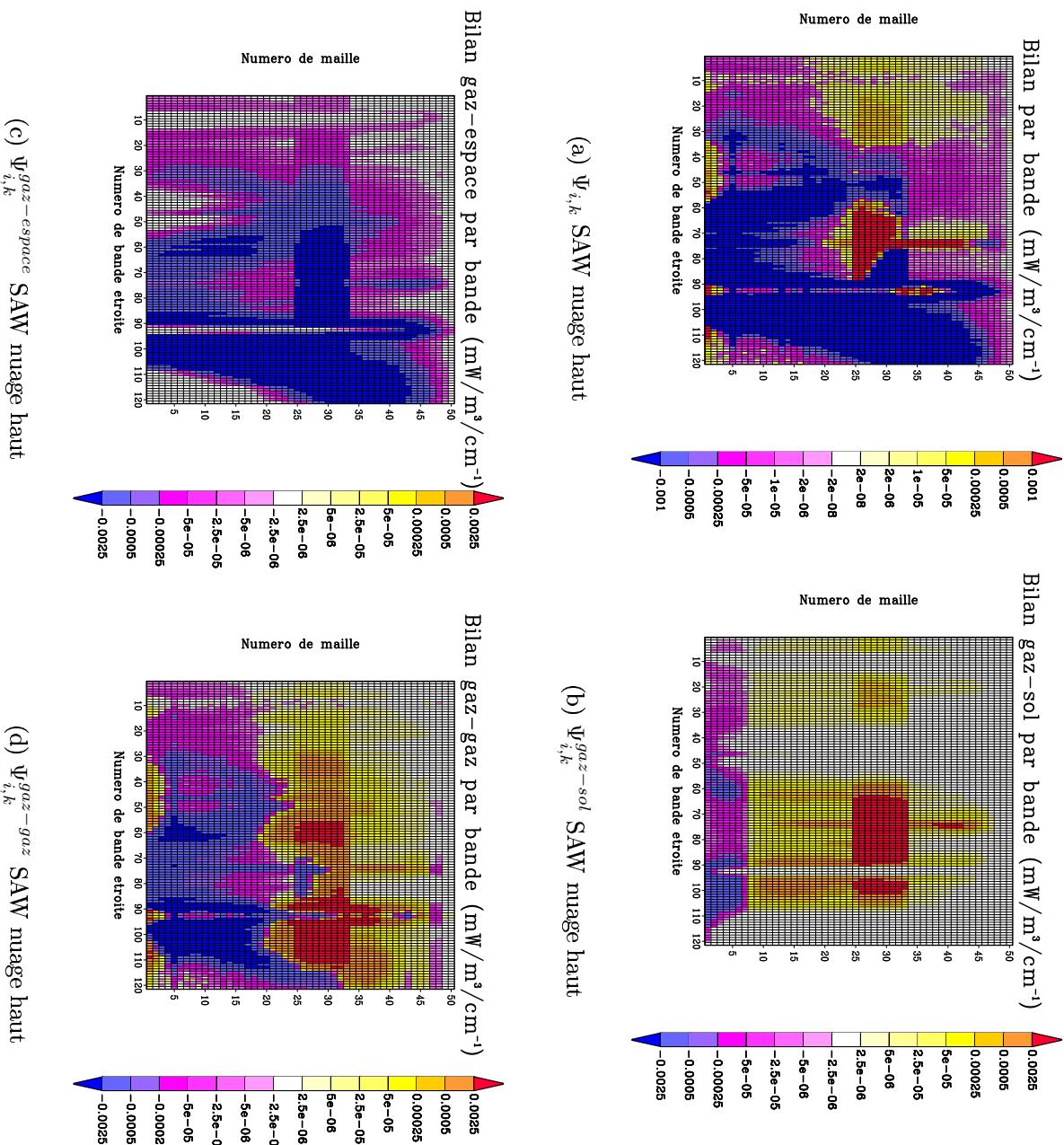


FIG. 5.16: Identique à Fig. 5.14 pour une configuration SAW nuage haut

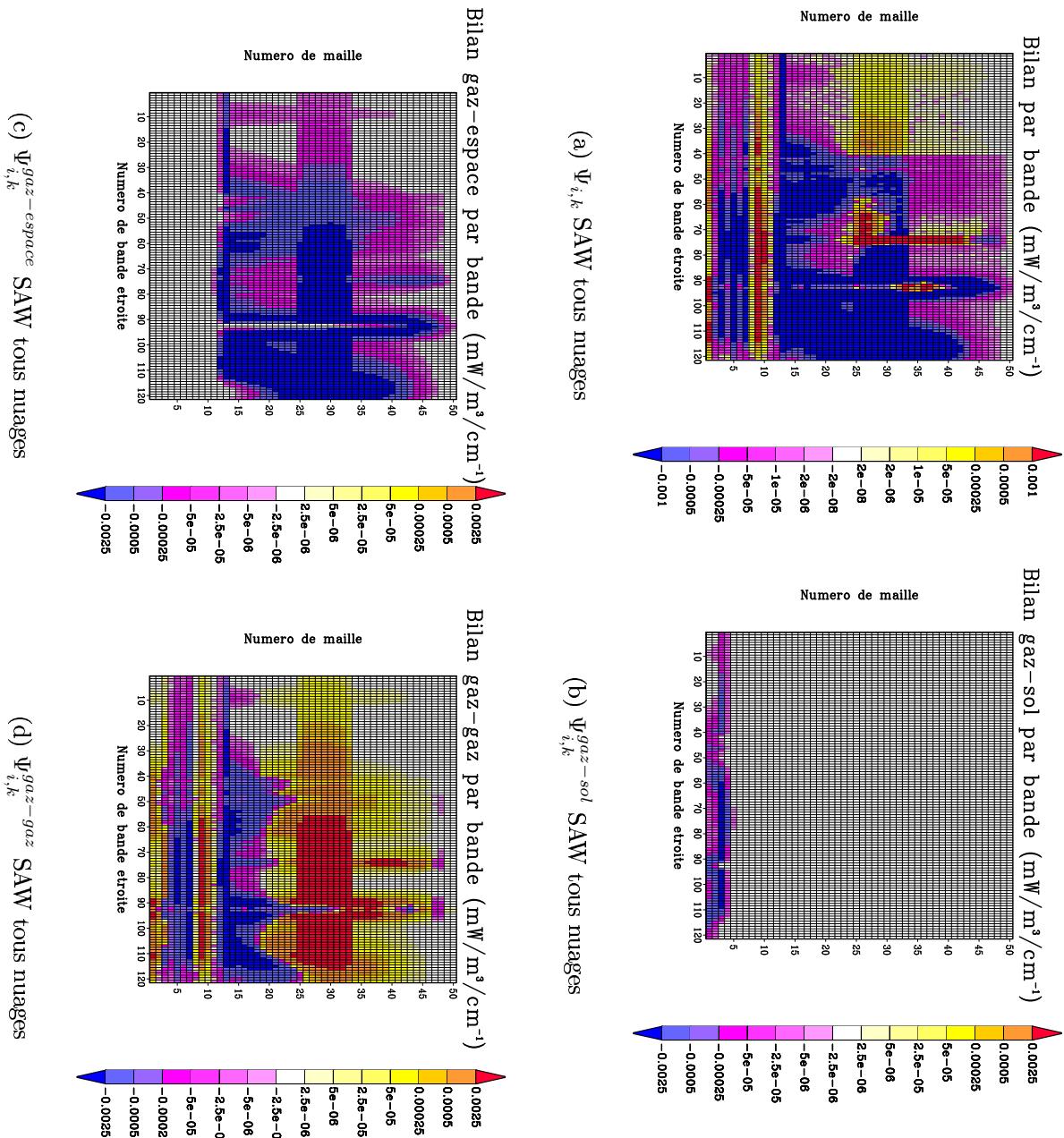


FIG. 5.17: Identique à Fig. 5.14 pour une configuration SAW tous nuages

peuvent avoir lieu que pour les mailles atmosphériques situées au-dessus des nuages, et dans les régions spectrale à faible absorption. L'effet d'écran radiatif des nuages bas et moyens et l'absorption importante du gaz atmosphérique dans le domaine infrarouge s'ajoutent pour annuler tous les échanges radiatifs nets sauf ceux qui se déroulent entre mailles situées d'un même côté des nuages, et seulement dans les régions spectrales à faible absorption.

Dans le cas de nuages hauts (Fig. 5.12 et Fig. 5.16), on ne retrouve pas l'effet d'écran radiatif, comme on l'avait déjà vu au paragraphe 5.3.1 : les échanges radiatifs sont possibles entre le sol et les mailles situées au-dessus du nuage, et entre l'espace et les mailles situées au-dessous du nuage, mais toujours dans les régions spectrales à faible absorption, à cause de l'atténuation par le gaz atmosphérique dans les bandes d'absorption forte.

Enfin, dans le cas des configurations où sont présents tous les nuages (Fig. 5.13 et Fig. 5.17) on retrouve l'effet de segmentation de l'atmosphère en parties radiativement indépendantes les unes des autres. L'analyse spectrale nous révèle toutefois que bon nombre d'échanges nets ne sont pas possibles même à l'intérieur d'une région donnée de l'atmosphère, à cause de l'atténuation par le gaz atmosphérique dans les bandes d'absorption de l'eau et du CO_2 .

5.4 Effets de la diffusion

Les effets de la diffusion dans la plage infrarouge sont traditionnellement négligés dans la communauté GCM. Cependant, les besoins croissants en précision¹ rendent maintenant nécessaire la prise en compte des effets de la diffusion dans le calcul des transferts radiatifs infrarouges [20, 22, 32, 61, 75, 77]. Afin de mettre au point une paramétrisation des transferts radiatifs infrarouges qui tienne compte des effets de la diffusion, nous allons dans ce chapitre présenter quels sont les effets de la diffusion sur les résultats obtenus dans les configurations précédemment utilisées : tout d'abord, un paragraphe sera consacré aux effets de la diffusion sur le bilan radiatif total du sol et de l'espace; nous verrons ensuite quelle est l'influence du phénomène de diffusion sur les matrices de PNE et les profils de taux de chauffage atmosphérique dans le cas d'une atmosphère nuageuse, et enfin ces résultats seront décomposés sur le spectre pour montrer quelles sont les plages spectrales affectées par la diffusion.

¹Par exemple, les bilans radiatifs du sol et de l'espace doivent être connus avec une précision de l'ordre de 1 %

5.4.1 Effets de la diffusion sur le bilan radiatif total du sol et de l'espace

Configuration	Ψ_{sol} A.A. ($W.m^{-2}$)	$\Delta\Psi_{sol}$ ($W.m^{-2}$)	$\Delta\Psi_{sol}$ (%)
MLS nuage bas	-8,89 \pm 0,0049	0,323 \pm 0,0098	-2,69 \pm 0,10
MLS nuage moyen	-29,45 \pm 0,015	0,79 \pm 0,20	-3,68 \pm 0,05
MLS nuage haut	-69,73 \pm 0,044	0,747 \pm 0,086	-1,07 \pm 0,12
MLS tous nuages	-8,89 \pm 0,0049	0,327 \pm 0,0097	-3,67 \pm 0,11
SAW nuage bas	-2,27 \pm 0,00084	0,0760 \pm 0,0017	-3,34 \pm 0,076
SAW nuage moyen	-1,07 \pm 0,0027	0,114 \pm 0,0053	-10,64 \pm 0,49
SAW nuage haut	-70,99 \pm 0,044	2,38 \pm 0,092	-3,35 \pm 0,13
SAW tous nuages	-2,50 \pm 0,00087	-0,124 \pm 0,0017	-4,95 \pm 0,07

TAB. 5.2: Effets de la diffusion sur le bilan radiatif total du sol ($W.m^{-2}$). La première colonne présente la configuration nuageuse. La seconde colonne présente le bilan radiatif total du sol Ψ_{sol} en $W.m^{-2}$ calculé par le code atmosphérique dans le cadre de l'approximation d'absorption (A.A.). La troisième colonne montre les effets de la diffusion sur le bilan total du sol $\Delta\Psi_{sol}$ en $W.m^{-2}$, différence du bilan radiatif calculé en tenant compte de la diffusion et du bilan radiatif calculé en négligeant la diffusion (A.A.). L'incertitude associée est l'écart-type statistique de Monte-Carlo. La quatrième colonne montre $\Delta\Psi_{sol}$ exprimé en termes de pourcentage, ainsi que son erreur statistique associée.

Configuration	Ψ_{espace} A.A. ($W.m^{-2}$)	$\Delta\Psi_{espace}$ ($W.m^{-2}$)	$\Delta\Psi_{espace}$ (%)
MLS nuage bas	285,11 \pm 0,16	-2,52 \pm 0,32	-0,89 \pm 0,11
MLS nuage moyen	245,55 \pm 0,097	-3,87 \pm 0,20	-1,57 \pm 0,081
MLS nuage haut	236,61 \pm 0,16	-8,79 \pm 0,34	-3,71 \pm 0,14
MLS tous nuages	206,25 \pm 0,10	-8,79 \pm 0,22	-4,26 \pm 0,10
SAW nuage bas	222,79 \pm 0,055	-16,70 \pm 0,15	-7,49 \pm 0,067
SAW nuage moyen	198,72 \pm 0,076	-3,11 \pm 0,16	-1,56 \pm 0,078
SAW nuage haut	180,57 \pm 0,11	-6,28 \pm 0,23	-3,48 \pm 0,13
SAW tous nuages	175,05 \pm 0,085	-6,91 \pm 0,18	-3,95 \pm 0,103

TAB. 5.3: Identique à table 5.2 p.171 pour le bilan radiatif de l'espace Ψ_{espace} .

Les tables 5.2 et 5.3 représentent les effets de la diffusion sur les bilans totaux du sol Ψ_{sol} et de l'espace Ψ_{espace} , pour chaque configuration nuageuse précédemment utilisée. Les calculs ont été réalisés à l'aide du code atmosphérique, en utilisant $N = 10^6$ événements aléatoires. Les calculs effectués sous l'hypothèse de l'approximation d'absorption (AA) ont été réalisés en imposant une épaisseur optique de diffusion nulle pour les nuages.

On peut constater que le pourcentage de bilan radiatif total du sol dû aux effets de diffusion vont de 1 à 6 %, avec cependant un maximum à 10 % pour la configuration SAW nuage moyen. Les écarts-type statistiques de Monte-Carlo ne dépassent jamais 0,5 %. Pour le bilan radiatif de l'espace, la diffusion contribue à hauteur de 1 à 5 %, avec des écarts-type de Monte-Carlo en-dessous de 0,2 %. Comme le fait remarquer [68], l'effet de la diffusion sur les flux au sommet de l'atmosphère est le plus important dans le cas de nuages hauts.

Le fait que le phénomène de diffusion puisse ne pas être pris en compte dans des calculs de transfert radiatif dans le domaine infrarouge dépend entièrement du niveau de précision requis sur les résultats : pour des estimations grossières, l'approximation d'absorption peut être suffisante, et permet d'obtenir rapidement des résultats. Dans le cas où on désire obtenir une meilleure précision (moins de 5 % d'erreur) sur les résultats, la diffusion doit être prise en compte.

5.4.2 Effets de la diffusion sur les matrices de PNE et profils de taux de chauffage atmosphérique

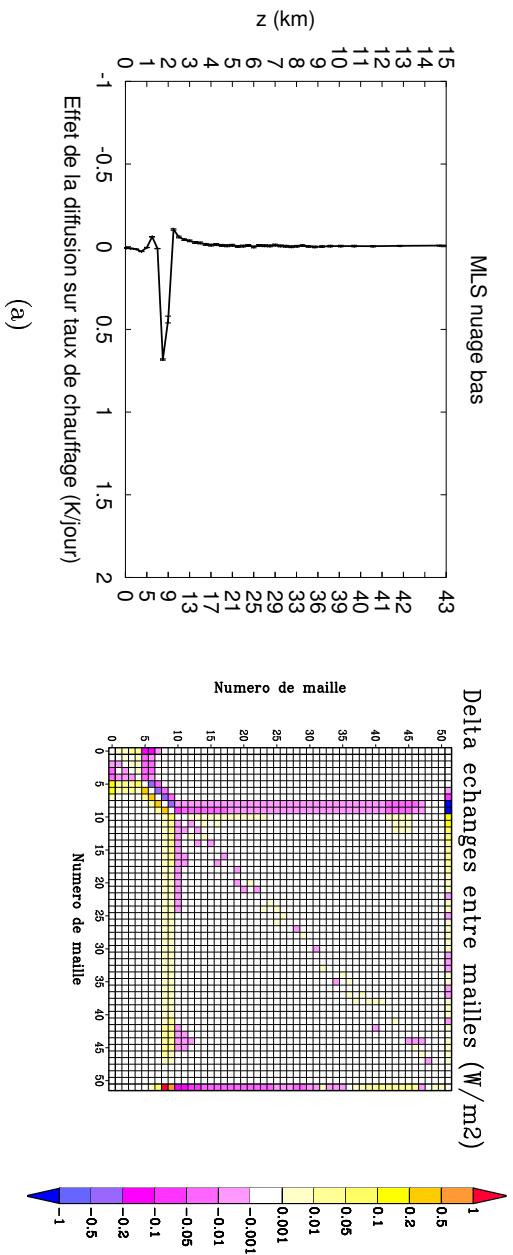


FIG. 5.18: (a) effets de la diffusion ($K/jour$) sur le profil de taux de chauffage atmosphérique en configuration MLS nuage bas; (b) effets de la diffusion ($W.m^{-2}$) sur la matrice des PNE en configuration MIS nuage bas.

Les figures 5.18(a)-5.25(a) montrent l'effet de la diffusion sur les taux de chauffage atmosphérique pour toutes les configurations nuageuses. Ces résultats sont obtenus comme

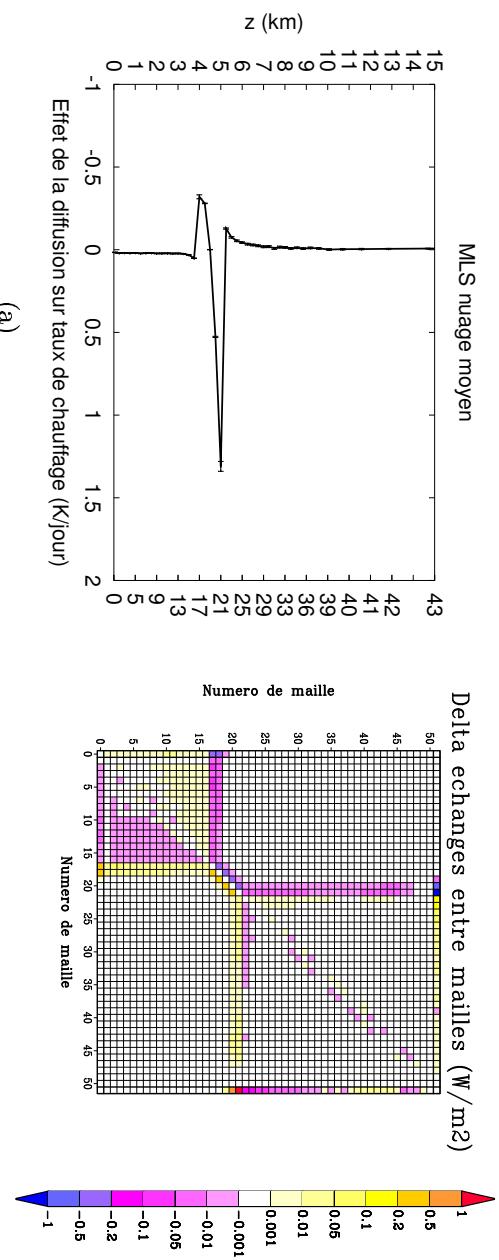


FIG. 5.19: (a) effets de la diffusion ($K/jour$) sur le profil de taux de chauffage atmosphérique en configuration MLS nuage moyen ; (b) effets de la diffusion ($W.m^{-2}$) sur la matrice des PNE en configuration MLS nuage moyen.

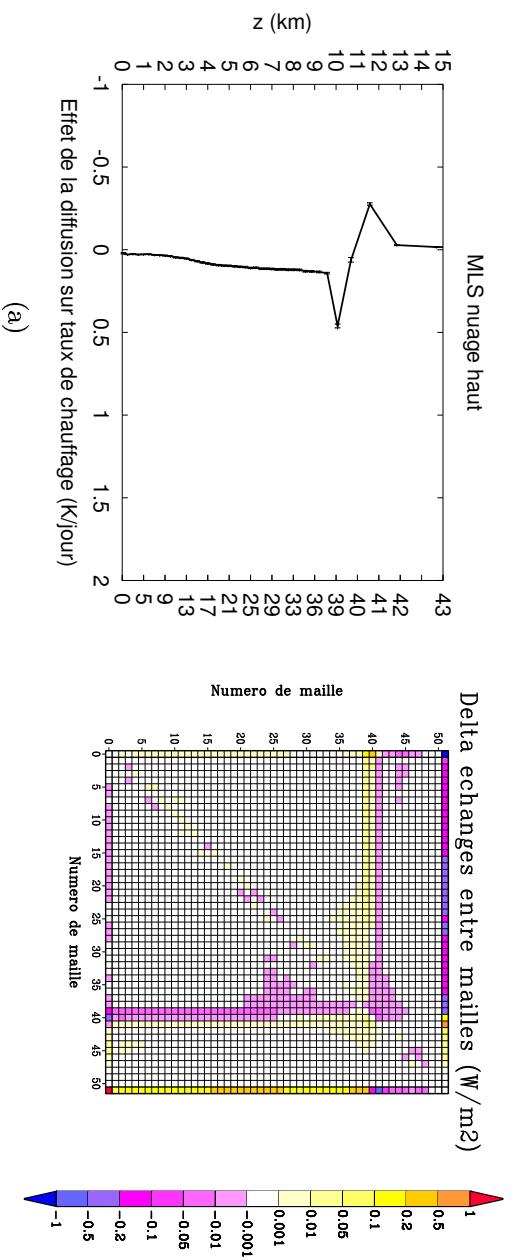


FIG. 5.20: (a) effets de la diffusion ($K/jour$) sur le profil de taux de chauffage atmosphérique en configuration MLS nuage haut ; (b) effets de la diffusion ($W.m^{-2}$) sur la matrice des PNE en configuration MLS nuage haut.

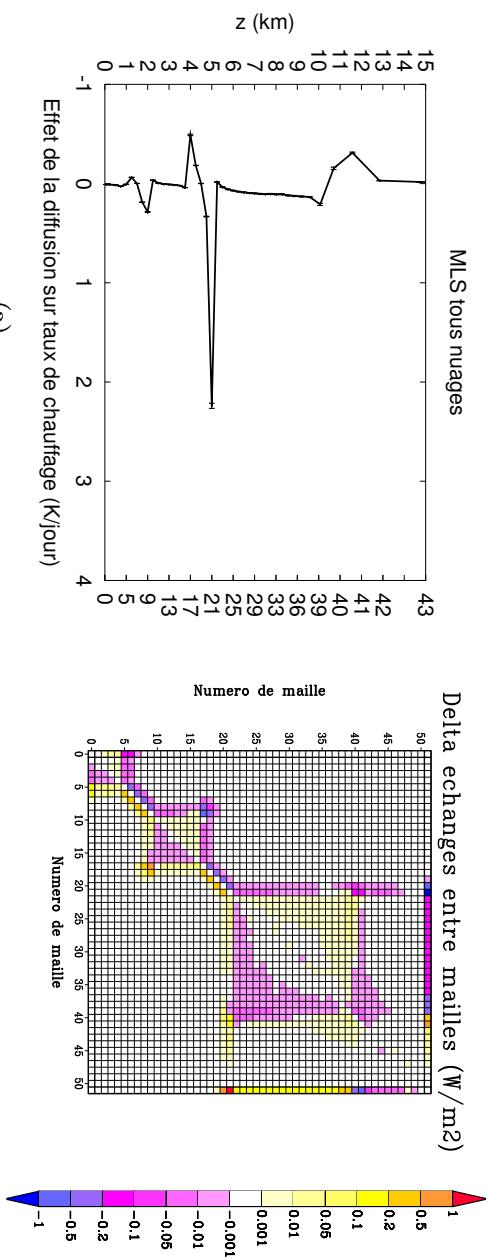


FIG. 5.21: (a) effets de la diffusion ($K/jour$) sur le profil de taux de chauffage atmosphérique en configuration MLS tous nuages ; (b) effets de la diffusion ($W.m^{-2}$) sur la matrice des PNE en configuration MLS tous nuages.

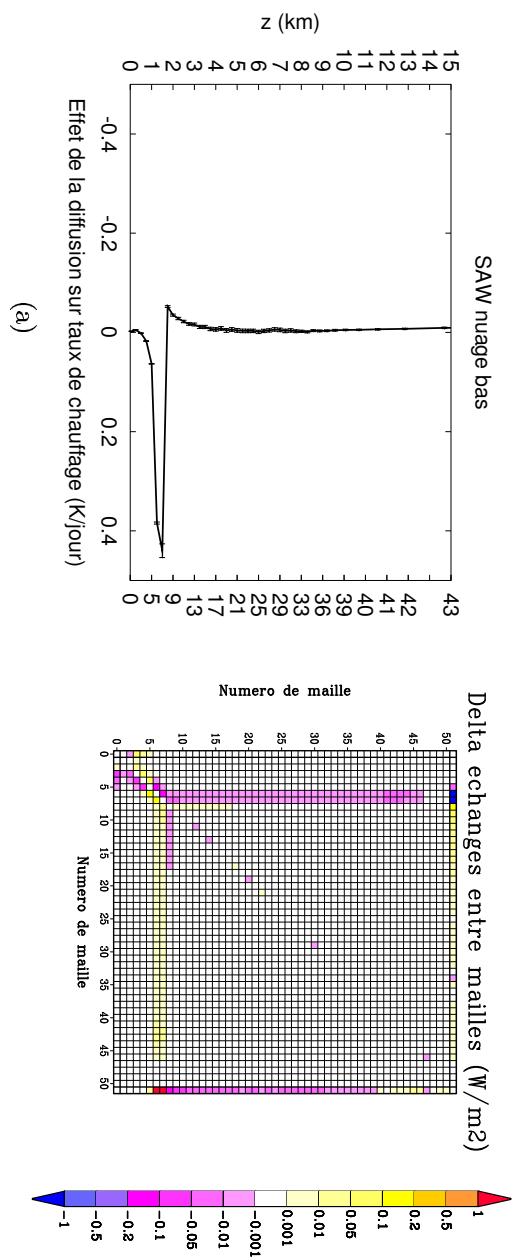


FIG. 5.22: (a) effets de la diffusion ($K/jour$) sur le profil de taux de chauffage atmosphérique en configuration SAW nuage bas ; (b) effets de la diffusion ($W.m^{-2}$) sur la matrice des PNE en configuration SAW nuage bas.

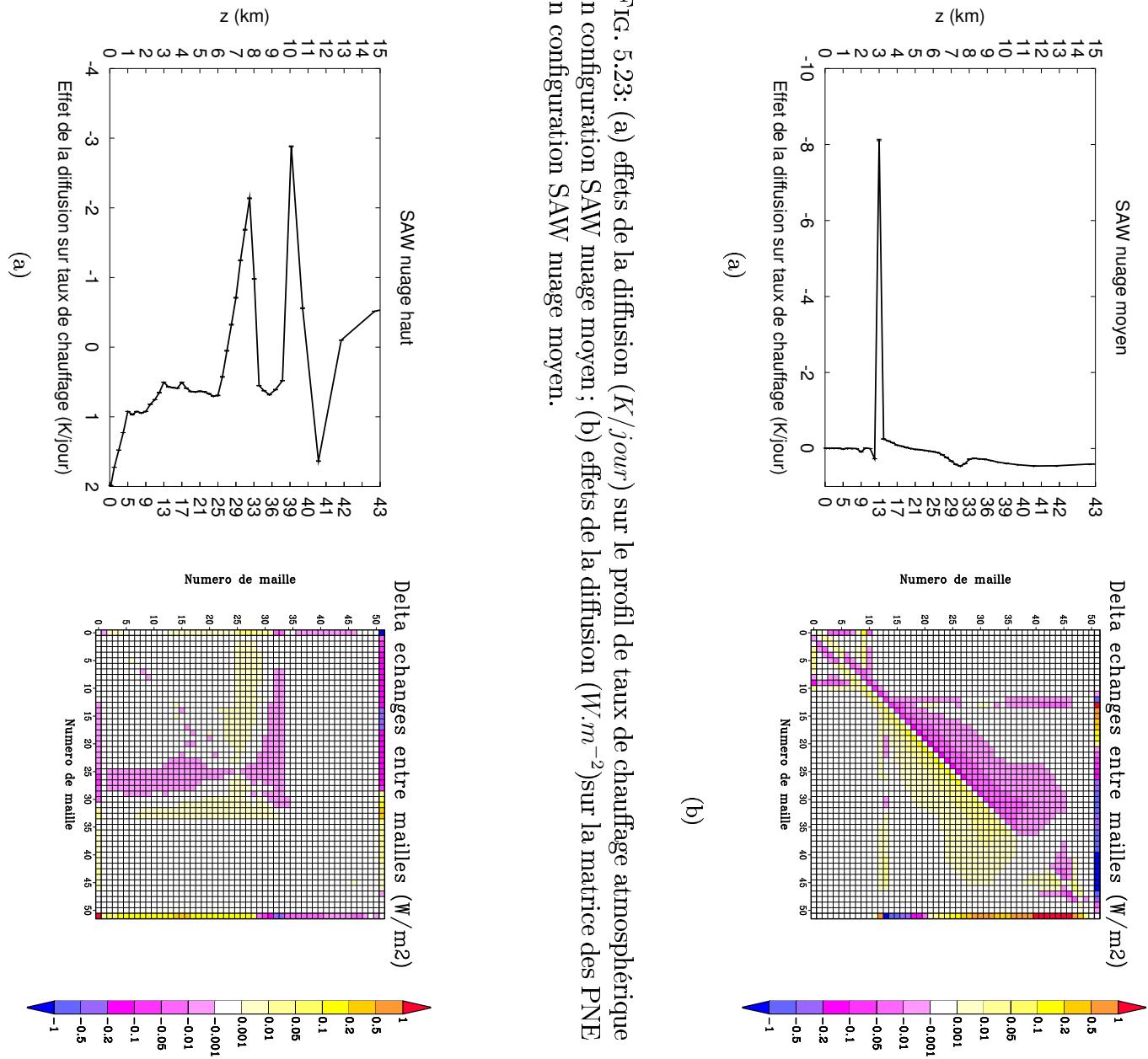


FIG. 5.23: (a) effets de la diffusion ($K/jour$) sur le profil de taux de chauffage atmosphérique en configuration SAW nuage moyen ; (b) effets de la diffusion ($W.m^{-2}$) sur la matrice des PNE en configuration SAW nuage moyen.

FIG. 5.24: (a) effets de la diffusion ($K/jour$) sur le profil de taux de chauffage atmosphérique en configuration SAW nuage haut ; (b) effets de la diffusion ($W.m^{-2}$) sur la matrice des PNE en configuration SAW nuage haut.

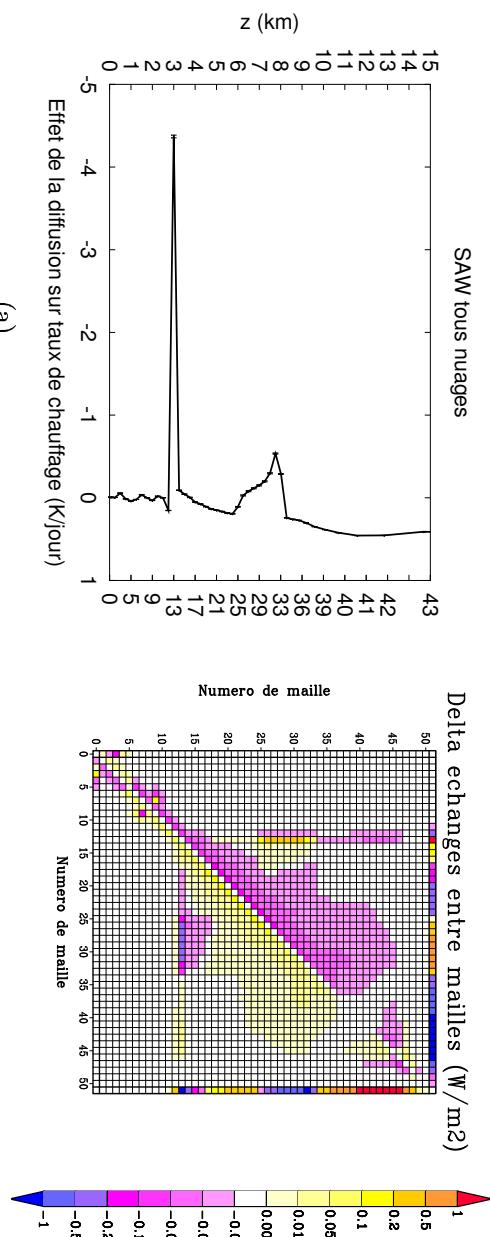


FIG. 5.25: (a) effets de la diffusion ($K/jour$) sur le profil de taux de chauffage atmosphérique en configuration SAW tous nuages ; (b) effets de la diffusion ($W.m^{-2}$) sur la matrice des PNE en configuration SAW tous nuages.

la différence entre les résultats du code atmosphérique en tenant compte du phénomène de diffusion, et les résultats du code en imposant une épaisseur optique de diffusion nulle pour les mailles nuageuses (AA). Ces résultats montrent que la diffusion affecte principalement les bords des nuages, et surtout le haut des nuages. L'effet est faible pour les nuages bas et moyens : en comparant les figures 5.18(a) à 5.6(a), 5.19(a) à 5.7(a), 5.22(a) à 5.6(b) et 5.23(a) à 5.7(b), on voit que la diffusion ne modifie les taux de chauffage atmosphérique que d'au maximum 3,5 %. Pour les nuages bas et moyens, l'effet de la diffusion est de diminuer la valeur absolue du taux de chauffage pour les bords des nuages, ce qui se traduit par une diminution du taux de chauffage moyen sur l'ensemble du nuage.

Dans le cas des nuages hauts, l'effet de la diffusion est cette fois-ci d'augmenter (d'environ 10 %) la valeur des taux de chauffage dans les mailles de bord des nuages (figures 5.20(a) et 5.8(a)). Par contre, comme dans le cas des nuages bas et moyens, le taux de chauffage moyen sur l'ensemble du nuage est diminué en valeur absolue.

Tentons ici d'apporter quelques éléments permettant d'interpréter l'effet de la diffusion sur ces taux de chauffage. Nous allons construire un raisonnement simplifié sur la base de quelques hypothèses : tout d'abord, nous allons supposer que quelles que soient les sources avec lesquelles échangent les nuages, le rayonnement incident sur les nuages est isotrope ;

de plus, nous allons faire l'hypothèse de nuages isothermes. Cette seconde hypothèse se justifie bien pour des échanges entre un nuage et le sol ou l'espace, étant donné les écarts de température importants que l'on rencontre dans ces cas là. Elle l'est moins pour les échanges avec les couches de gaz adjacentes.

Sous ces hypothèses, l'intensité de l'échange entre les sources et l'intégralité du nuage est pilotée par $\int_0^{+\infty} [1 - \exp(-k_a l)] p(l) dl$, où k_a est le coefficient d'absorption à l'intérieur du nuage et l est la longueur des trajets optiques de multidiffusion dans le nuage en absence d'absorption. A l'aide de cette propriété, nous allons donc commencer par raisonner sur le bilan total du nuage. Nous parlerons par la suite des redistributions internes d'énergie du fait de la diffusion.

Pour un nuage purement absorbant ($k_s = 0$), le plus petit trajet optique à l'intérieur du nuage est de longueur $l = e$, où e est l'épaisseur du nuage. Il faut donc remplacer la borne inférieure de l'intégrale précédente par e . On retrouve, dans ce cas, que le nuage se comporte comme un corps noir à la limite optiquement épaisse en absorption ($k_a \cdot e \gg 1$).

Si le nuage est diffusant ($k_s \neq 0$), il faut tenir compte de la présence de trajets optiques de diffusion très courts. Dans ce cas là, la borne inférieure de l'intégrale est bien zéro, et on ne retrouve plus que le nuage se comporte comme un corps noir à la limite optiquement épaisse en absorption.

La question qui se pose alors est : quel va être l'effet de la diffusion sur le bilan total du nuage ? Même si la longueur moyenne des trajets optiques $\langle l \rangle$ est une constante quelles que soient les propriétés de diffusion du nuage (cf. [4]), l'effet de la diffusion va être de créer un grand nombre de trajets optiques très courts et quelques trajets optiques infinitiment longs : la diffusion va élargir la distribution des longueurs (augmentation de la variance de l).

- Pour les nuages optiquement minces en absorption, la présence de diffusion ne va rien changer : on trouvera toujours que $\int_0^{+\infty} [1 - \exp(-k_a l)] p(l) dl \approx k_a \langle l \rangle$, constant quelles que soient les propriétés de diffusion du nuage, même si la distribution des longueurs a été significativement élargie.
- Pour des nuages non optiquement minces en absorption (ce qui, en pratique, est le cas général pour l'atmosphère terrestre), la diffusion va faire diminuer $\int_0^{+\infty} [1 - \exp(-k_a l)] p(l) dl$, du fait des propriétés de convexité de l'exponentielle. L'échange total du nuage avec les sources radiatives va donc diminuer du fait du phénomène de diffusion. C'est bien ce que nous retrouvons pour toutes les configurations nuageuses :

1. Dans le cas des nuages bas et moyens on voit que le bilan total du nuage est négatif (figures 5.6(a)(b)-5.7(a)(b)), et que sa valeur absolue est diminuée par la

diffusion (figures 5.18(a)-5.19(a) et 5.22(a)-5.23(a)). En effet, les deux maxima du profil de taux de chauffage, en haut et en bas du nuage, sont tous les deux atténués proportionnellement, de façon comparable.

2. Dans le cas des nuages hauts, il faut voir sur les figures 5.8(a)(b) que le bilan total du nuage est là aussi négatif, et que même si l'effet de la diffusion est d'augmenter localement les maxima de taux de chauffage, (cf. figures 5.20(a) et 5.24(a)) le taux de chauffage est plus diminué sur la partie supérieure du nuage qu'il n'est augmenté sur la partie inférieure du nuage. Au total, l'effet de la diffusion va bien dans le sens d'une diminution en valeur absolue du taux de chauffage total du nuage.

La diffusion a également un effet sur la spatialisation des taux de chauffage : on a vu que l'effet de la diffusion, dans le cas des nuages hauts, est d'augmenter en valeur absolue les maxima de taux de chauffage (en bord de nuage). On peut voir cet effet en comparant les figures 5.8(a)(b)) aux figures 5.20(a) et 5.24(a) : si, globalement, l'effet de la diffusion est de diminuer le taux de chauffage total du nuage, les maxima de taux de chauffage en haut et en bas du nuage sont par contre augmentés en valeur absolue. La diffusion va concentrer les échanges sur les bords des nuages, même si au total le nuage échange moins avec le reste du système. A la limite optiquement épaisse (que ce soit en absorption ou en diffusion), le nuage va se comporter comme une paroi opaque.

Ces figures montrent également que la diffusion peut avoir une influence non négligeable sur les PNE entre mailles non nuageuses. Ces effets ne sont pas dûs à la diffusion dans les mailles exemptes de nuages (diffusion de Rayleigh), qui a des effets négligeables dans l'infrarouge, mais aux effets de rétrodiffusion des nuages. Par exemple, le rayonnement ascendant émis par une maille non nuageuse (claire) sera absorbé par les mailles claires situées au-dessus, puis partiellement rétrodiffusé par un nuage optiquement bas ou moyen. La partie rétrodiffusée sera ensuite absorbée par les mêmes mailles atmosphériques claires au-dessus de la maille d'émission. Les échanges nets entre la première maille et toutes les mailles qui se situent au-dessus (jusqu'au nuage) seront augmentés. Cependant, dans le cas général, les effets de la diffusion sur les PNE entre mailles claires sont faibles.

5.4.3 Analyse spectrale

Les conclusions sur les effets de la diffusion sur la décomposition spectrale des bilans radiatifs (Fig. 5.26-5.33) sont globalement liées à celles du paragraphe 5.4.2. En ce qui concerne les échanges nets entre les nuages et le sol et les échanges nets entre les nuages et l'espace,

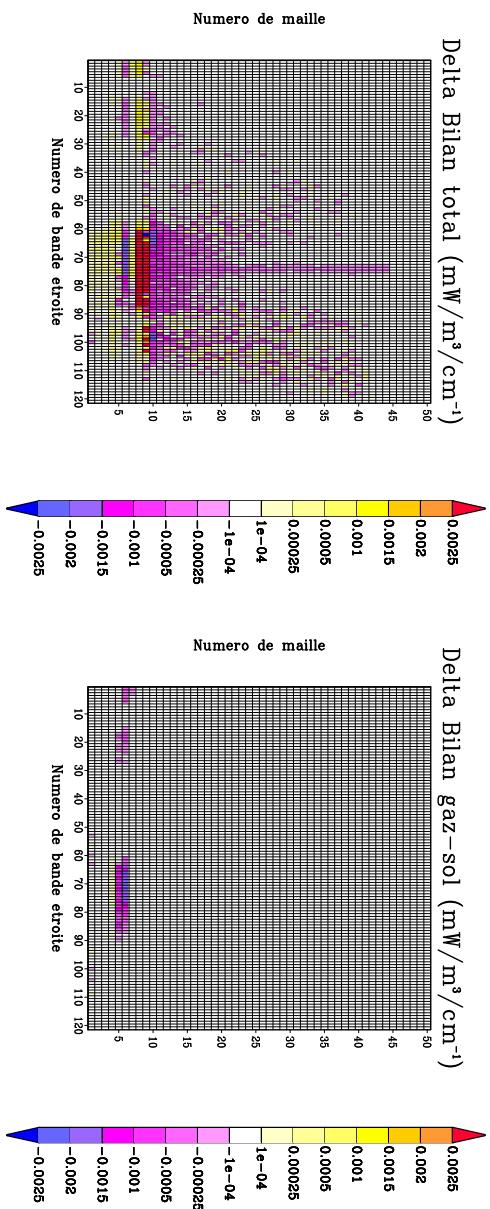
(a) $\Delta \Psi_{i,k}$ (b) $\Delta \Psi_{i,k}^{gaz-sol}$ (c) $\Delta \Psi_{i,k}^{gaz-esp}$ (d) $\Delta \Psi_{i,k}^{gaz-gaz}$

FIG. 5.26: (a) : effets de la diffusion sur le bilan radiatif total $\Psi_{i,k}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$) en fonction du numéro de bande étroite et du numéro de maille atmosphérique, pour une configuration MLS nuage bas ; (b) : effets de la diffusion sur les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et le sol $\Psi_{i,k}^{gaz-sol}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$) pour la même configuration ; (c) : effets de la diffusion sur les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et l'espace $\Psi_{i,k}^{gaz-esp}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$) pour la même configuration ; (d) : effets de la diffusion sur les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et le reste de l'atmosphère $\Psi_{i,k}^{gaz-gaz}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$) pour la même configuration.

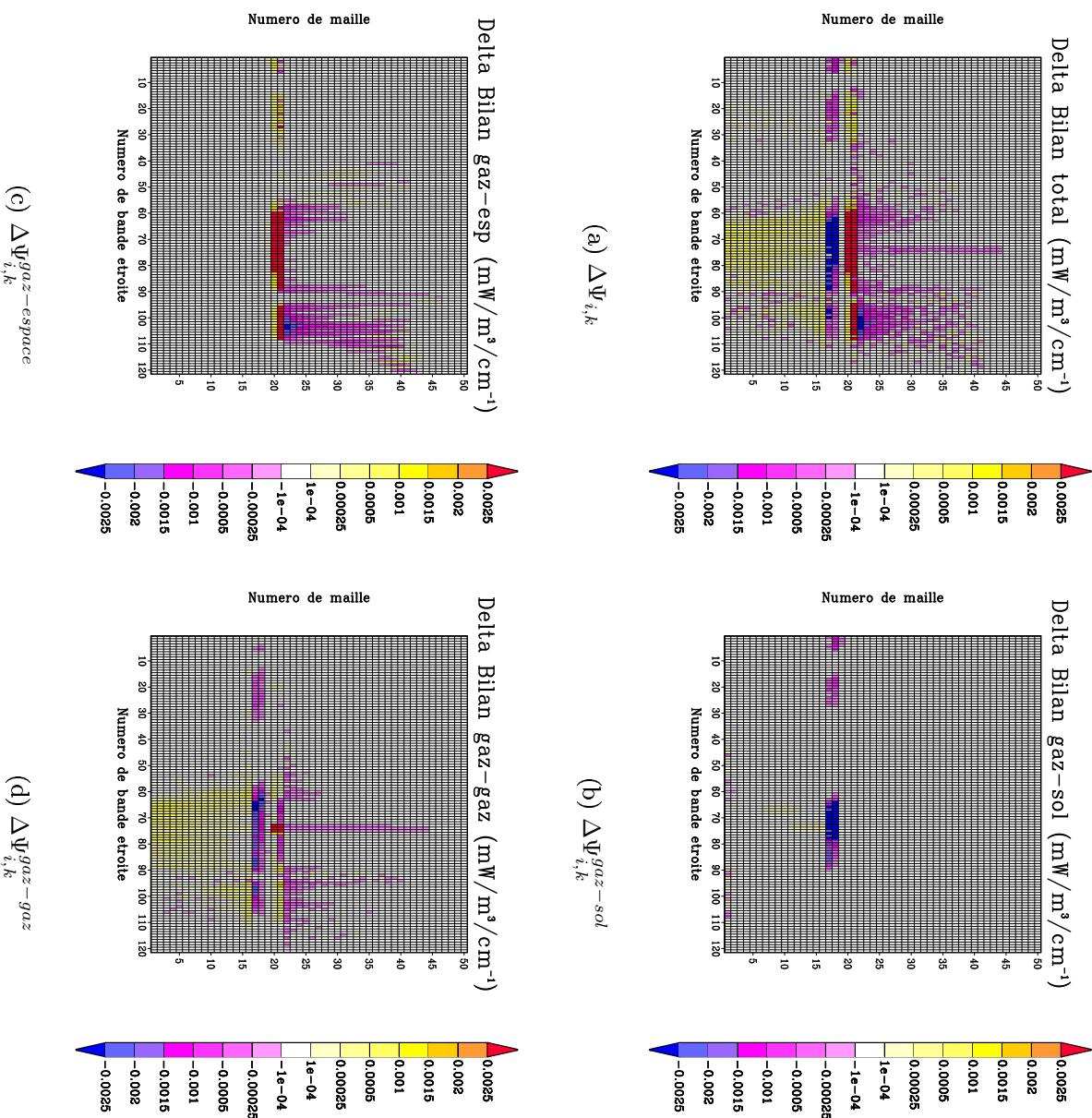


FIG. 5.27: (a) : effets de la diffusion sur le bilan radiatif total $\Psi_{i,k}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$) en fonction du numéro de bande étroite et du numéro de maille atmosphérique, pour une configuration MLS nuage moyen ; (b) : effets de la diffusion ($\Psi_{i,k}^{gaz-sol}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$)) sur les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et le sol $\Psi_{i,k}^{gaz-sol}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$) pour la même configuration ; (c) : effets de la diffusion sur les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et l'espace $\Psi_{i,k}^{gaz-espace}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$) pour la même configuration ; (d) : effets de la diffusion sur les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et le reste de l'atmosphère $\Psi_{i,k}^{gaz-gaz}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$) pour la même configuration.

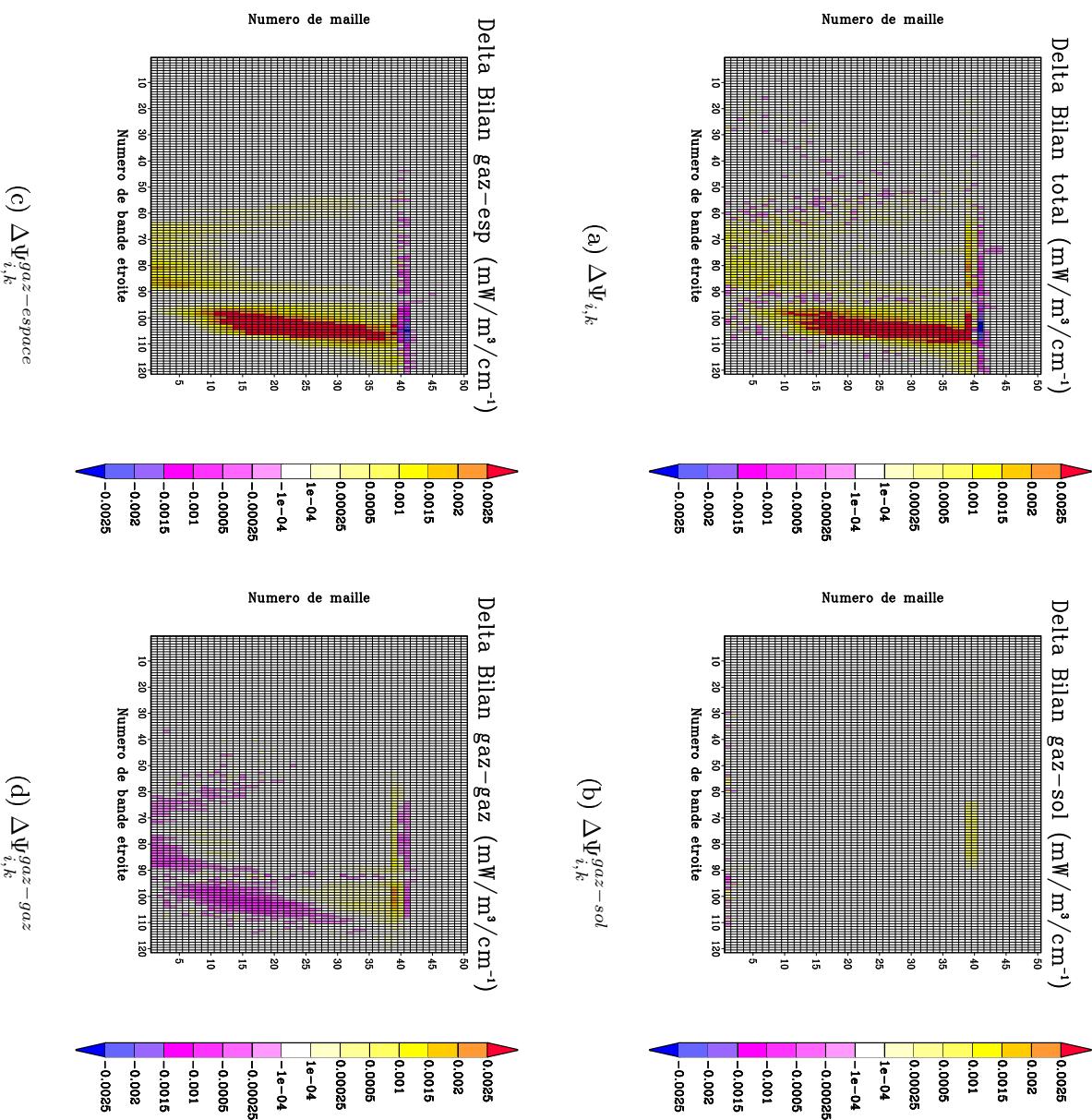


FIG. 5.28: (a) : effets de la diffusion sur le bilan radiatif total $\Psi_{i,k}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$) en fonction du numéro de bande étroite et du numéro de maille atmosphérique, pour une configuration MLS nuage haut; (b) : effets de la diffusion sur les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et le sol $\Psi_{i,k}^{gaz-sol}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$) pour la même configuration; (c) : effets de la diffusion sur les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et l'espace $\Psi_{i,k}^{gaz-espace}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$) pour la même configuration; (d) : effets de la diffusion sur les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et le reste de l'atmosphère $\Psi_{i,k}^{gaz-gaz}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$) pour la même configuration.

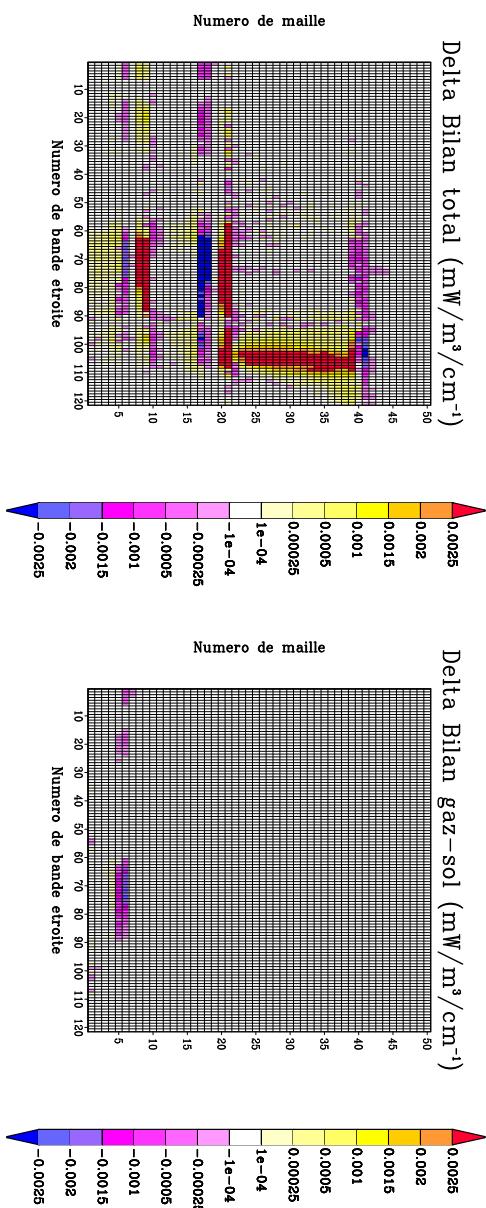


FIG. 5.29: (a) : effets de la diffusion sur le bilan radiatif total $\Psi_{i,k}$ ($\text{mW}/\text{m}^3/\text{cm}^{-1}$) en fonction du numéro de bande étroite et du numéro de maille atmosphérique, pour une configuration M.S tous nuages ; (b) : effets de la diffusion sur les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et le sol $\Psi_{i,k}^{gaz-sol}$ ($\text{mW}/\text{m}^3/\text{cm}^{-1}$) pour la même configuration ; (c) : effets de la diffusion sur les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et l'espace $\Psi_{i,k}^{gaz-espace}$ ($\text{mW}/\text{m}^3/\text{cm}^{-1}$) pour la même configuration ; (d) : effets de la diffusion sur les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et le reste de l'atmosphère $\Psi_{i,k}^{gaz-gaz}$ ($\text{mW}/\text{m}^3/\text{cm}^{-1}$) pour la même configuration.

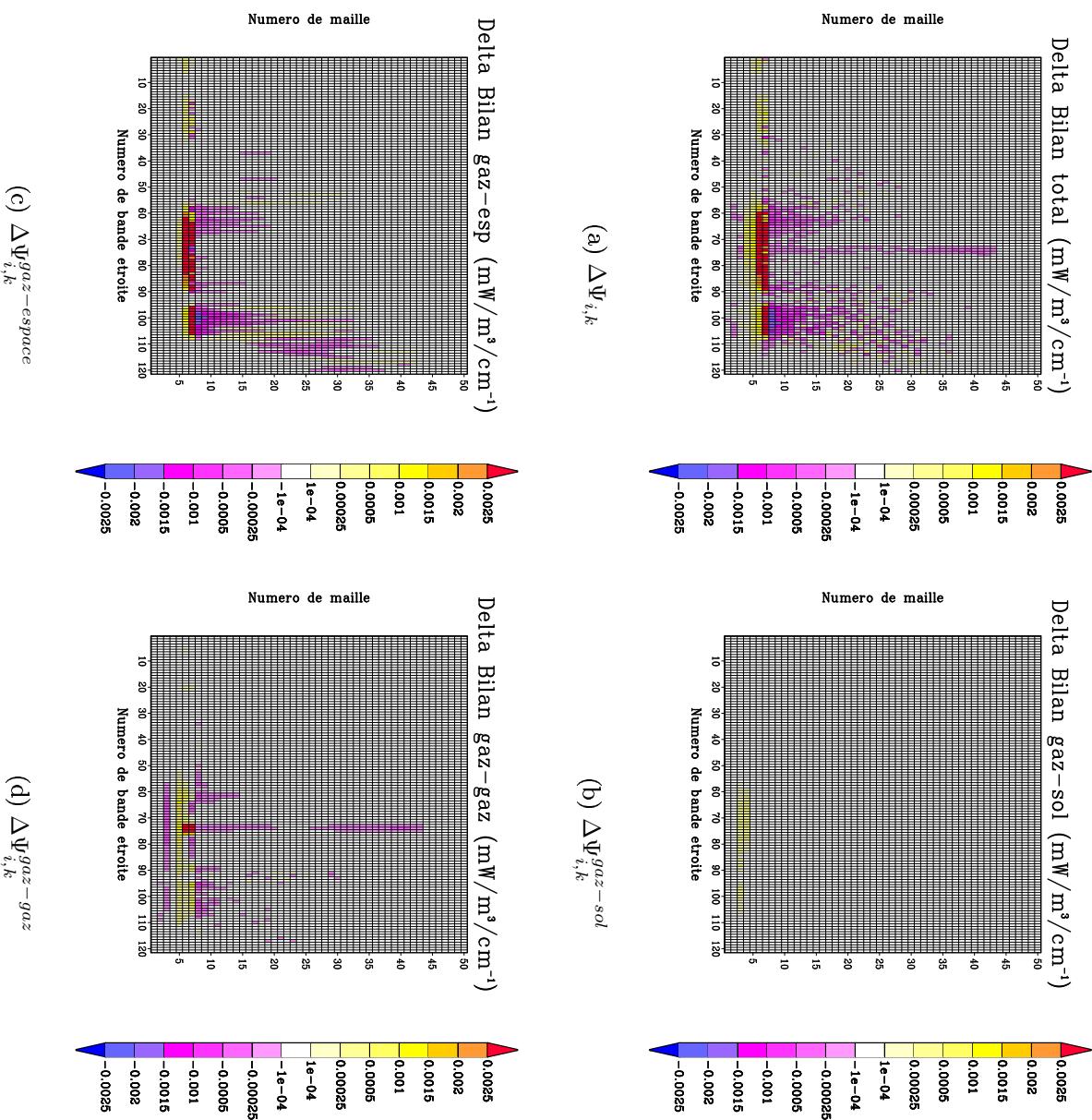


FIG. 5.30: (a) : effets de la diffusion sur le bilan radiatif total $\Psi_{i,k}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$) en fonction du numéro de bande étroite et du numéro de maille atmosphérique, pour une configuration SAW nuage bas; (b) : effets de la diffusion sur les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et le sol $\Psi_{i,k}^{gaz-sol}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$) pour la même configuration; (c) : effets de la diffusion sur les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et l'espace $\Psi_{i,k}^{gaz-espace}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$) pour la même configuration ; (d) : effets de la diffusion sur les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et le reste de l'atmosphère $\Psi_{i,k}^{gaz-gaz}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$) pour la même configuration.

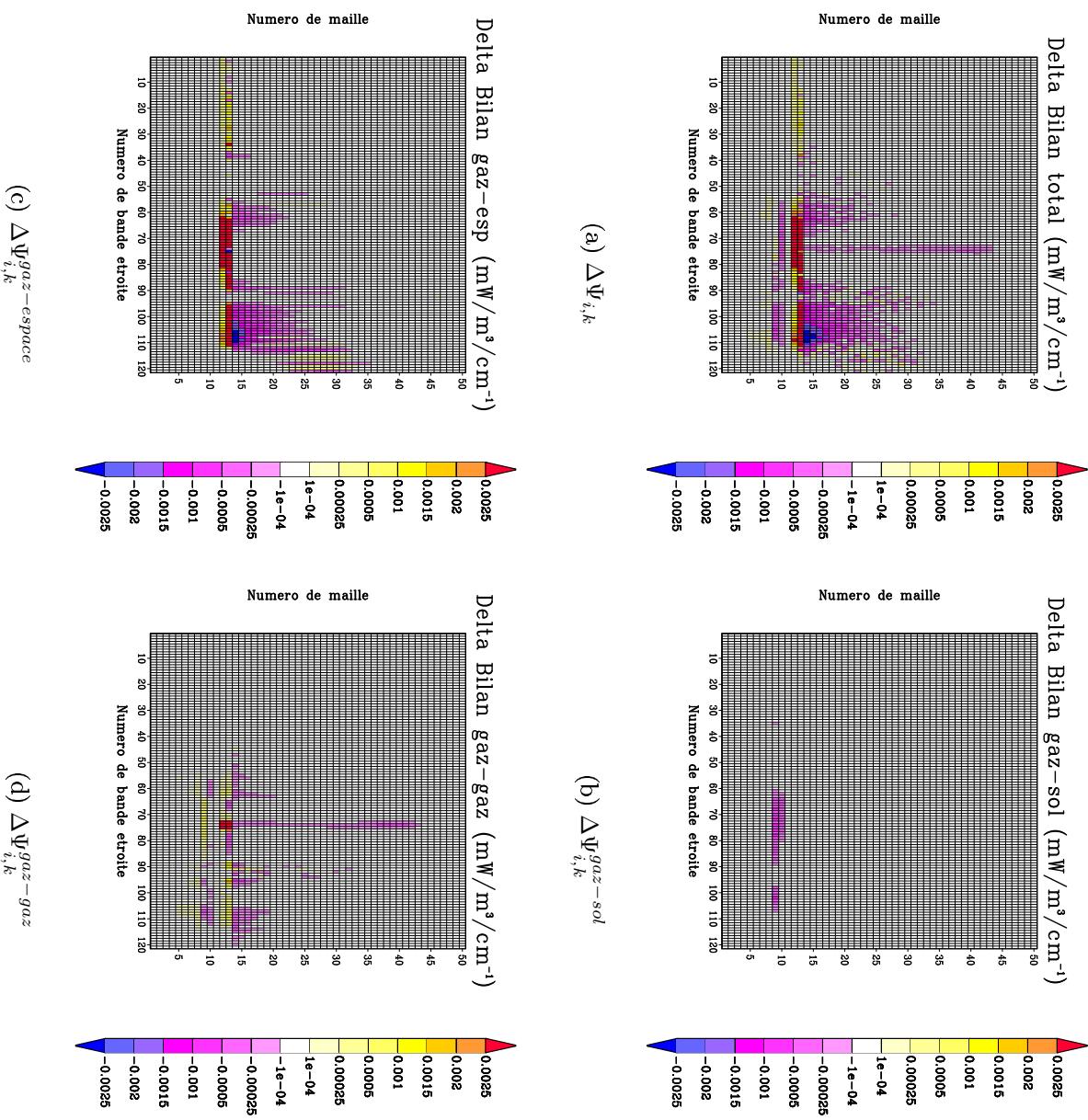


FIG. 5.31: (a) : effets de la diffusion sur le bilan radiatif total $\Psi_{i,k}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$) en fonction du numéro de bande étroite et du numéro de maille atmosphérique, pour une configuration SAW nuage moyen ; (b) : effets de la diffusion ($\Psi_{i,k}^{gaz-sol}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$)) sur les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et le sol $\Psi_{i,k}^{gaz-sol}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$) pour la même configuration ; (c) : effets de la diffusion sur les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et l'espace $\Psi_{i,k}^{gaz-espace}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$) pour la même configuration ; (d) : effets de la diffusion sur les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et le reste de l'atmosphère $\Psi_{i,k}^{gaz-gaz}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$) pour la même configuration.

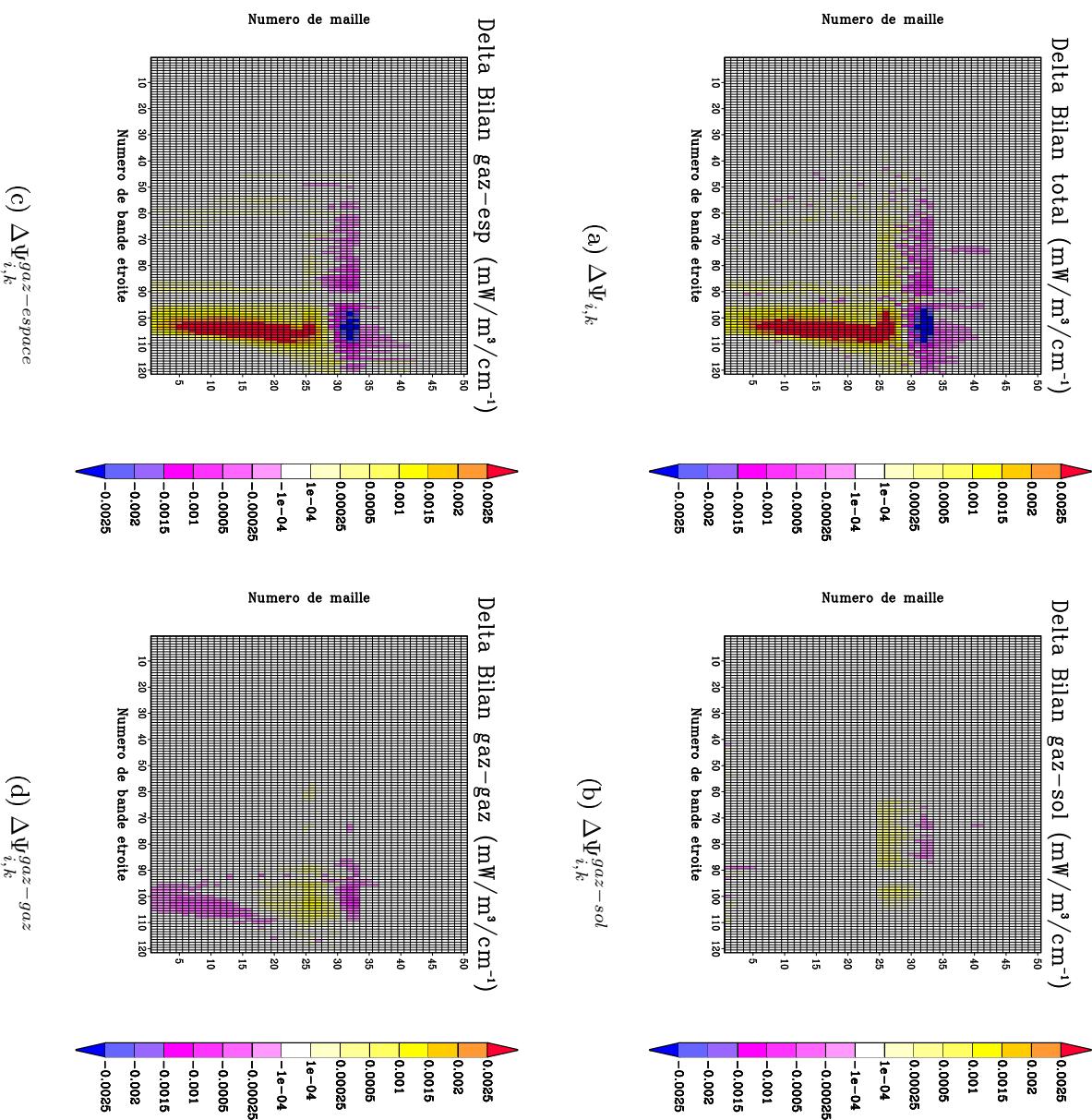


FIG. 5.32: (a) : effets de la diffusion sur le bilan radiatif total $\Psi_{i,k}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$) en fonction du numéro de bande étroite et du numéro de maille atmosphérique, pour une configuration SAW nuage haut ; (b) : effets de la diffusion sur les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et le sol $\Psi_{i,k}^{gaz-sol}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$) pour la même configuration ; (c) : effets de la diffusion sur les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et l'espace $\Psi_{i,k}^{gaz-esp}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$) pour la même configuration ; (d) : effets de la diffusion sur les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et le reste de l'atmosphère $\Psi_{i,k}^{gaz-gaz}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$) pour la même configuration.

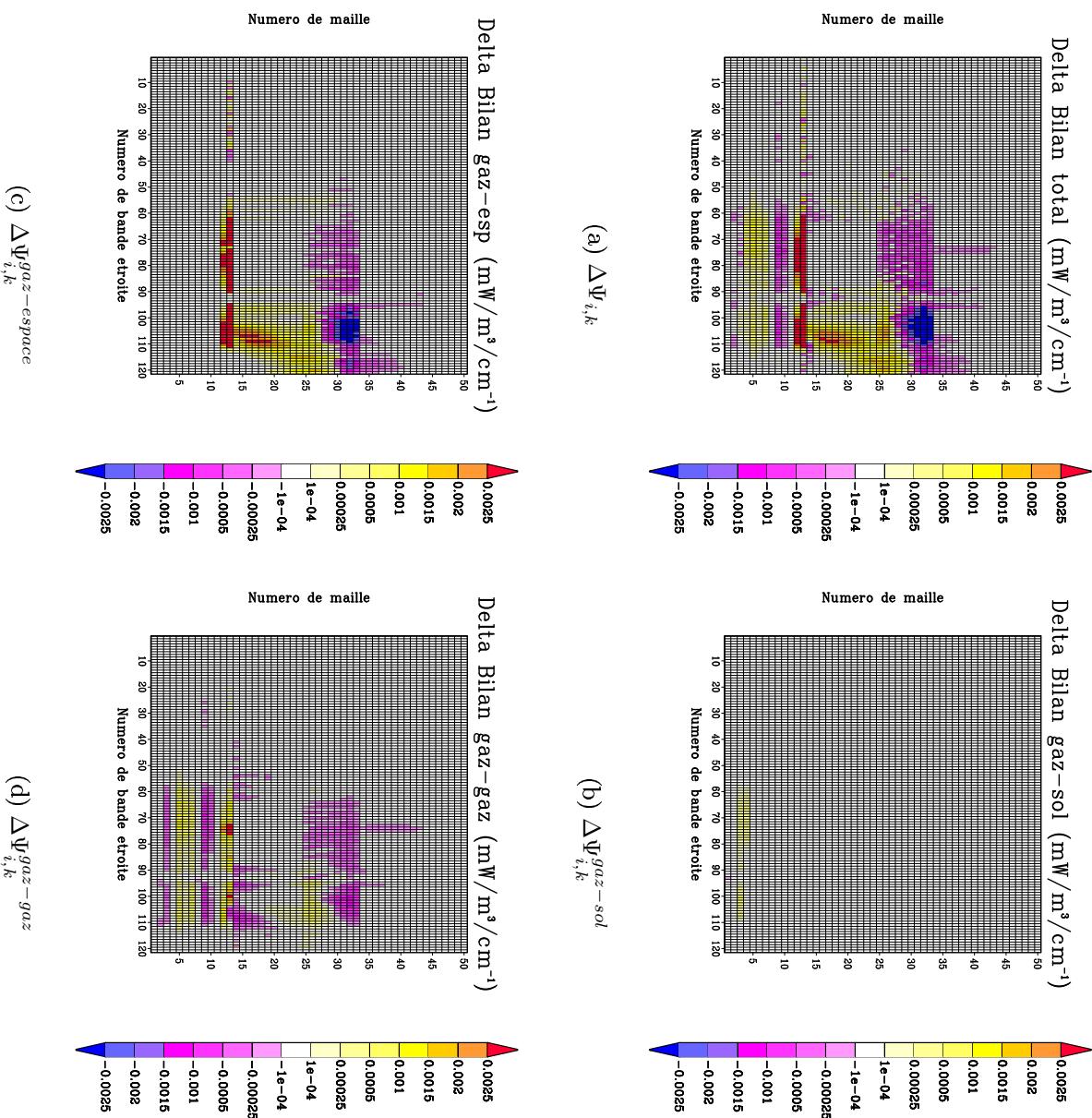


FIG. 5.33: (a) : effets de la diffusion sur le bilan radiatif total $\Psi_{i,k}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$) en fonction du numéro de bande étroite et du numéro de maille atmosphérique, pour une configuration SAW tous nuages ; (b) : effets de la diffusion sur les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et le sol $\Psi_{i,k}^{gaz-sol}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$) pour la même configuration ; (c) : effets de la diffusion sur les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et l'espace $\Psi_{i,k}^{gaz-espace}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$) pour la même configuration ; (d) : effets de la diffusion sur les échanges nets entre chaque maille atmosphérique et le reste de l'atmosphère $\Psi_{i,k}^{gaz-gaz}$ ($mW/m^3/cm^{-1}$) pour la même configuration.

la diffusion va modifier la distribution des longueurs de trajets optiques, ce qui aura pour effet de diminuer le bilan total du nuage et de modifier la distribution spatiale des échanges en favorisant les bords des nuages. On retrouve ces observations dans l'ensemble de l'analyse spectrale, pour toutes les régions spectrales de faible absorption, où les échanges sont possibles entre les mailles nuageuses et le sol ou l'espace (ou les autres nuages pour la configuration où tous les nuages sont présents).

Finalement, on a vu que les échanges gaz-gaz peuvent être modifiés par les effets de la diffusion : les échanges entre une maille nuageuse et le reste de l'atmosphère sont modifiés du fait que le nuage va rétrodiffuser une partie de l'énergie incidente à sa surface ; d'un autre côté, les échanges nets entre deux mailles atmosphériques claires peuvent être augmentés par les effets de réflexion apparente sur les nuages : la fraction d'énergie incidente à la surface des nuages et qui est rétrodiffusée va de nouveau pouvoir être absorbée par les mailles de gaz claires. Encore une fois, ces effets impliquant des échanges à longue distance ne peuvent apparaître que dans les régions spectrales de faible absorption.

Chapitre 6

Conclusion

6.1 Synthèse

Le travail qui est présenté a notamment conduit à la mise au point d'un code de calcul permettant une simulation des transferts radiatifs au sein des atmosphères planétaires, dans le domaine spectral infrarouge. Ce code est basé sur un algorithme utilisant la méthode de Monte-Carlo dans une formulation en Puissances Netttes Échangées prenant en compte les phénomènes d'émission, d'absorption et de diffusion du rayonnement. Le modèle spectral utilisé est un modèle en k-distributions prenant en compte les hétérogénéités du milieu au travers de l'hypothèse C-K. D'autre part, les propriétés spectrales du gaz sont calculées à l'aide d'un code [88] utilisant les données de la base spectroscopique HITRAN [69]. Les propriétés spectrales des particules en suspension dans l'atmosphère sont quant à elles obtenues à l'aide d'un code basé sur la théorie de Mie [66], qui permet notamment de calculer le facteur d'asymétrie de la fonction de phase de ces particules en suspension. Le code de transfert radiatif de Monte-Carlo utilise ce facteur d'asymétrie comme paramètre de la fonction de phase de Henyey-Greenstein.

Les lois de pondération utilisées par l'algorithme de Monte-Carlo ont été mises au point dans un souci de généralité. Il en résulte que le code de transfert radiatif est utilisable pour différentes atmosphères planétaires. Ce code reste utilisable dans les atmosphères purement absorbantes comme dans les atmosphères fortement diffusantes. Aussi, son utilisation peut être par exemple envisagée aussi bien pour les atmosphères de Mars, de la Terre, que de Vénus.

Ce outil de simulation permet une analyse détaillée des transferts radiatifs atmosphé-

riques dans le domaine infrarouge, en termes de Puissances Nettes Échangées, l'espoir étant que les résultats de cette analyse puissent ensuite être utilisés pour mettre au point une paramétrisation efficace des transferts radiatifs infrarouges dans un GCM.

A titre d'exemple, on peut citer le cas d'un travail de paramétrisation effectué pour l'atmosphère de Mars [21], et basé sur une analyse physique de ce type. L'atmosphère de Mars est constituée à 95 % de CO_2 , et elle est dénuée de nuages, à l'exception de quelques nuages d'eau d'épaisseur optique faible. Le phénomène de diffusion du rayonnement peut donc être négligé, sauf dans le cas des tempêtes de poussière qui peuvent prendre des dimensions planétaires. La plus grande partie du temps, la composition atmosphérique est stable, avec pour seule variabilité un cycle de pression ayant pour origine la condensation du CO_2 atmosphérique durant la saison froide. Les PNE $\Psi_{(i,j),\nu}$ sont calculées comme le produit d'un facteur optico-géométrique $\xi_{(i,j),\nu}$ et du terme $B_\nu(i) - B_\nu(j)$, différence des luminances de corps noir entre la maille i et la maille j (cf. équation 5.4 p. 146). L'analyse en PNE a permis de montrer que seuls certains termes dominants ont besoin d'être mis à jour fréquemment dans le GCM : il s'agit des échanges nets à courte distance entre mailles de gaz, les échanges nets entre les parois (sol et espace) et chacune des mailles atmosphériques, ainsi que l'échange net entre le sol et l'espace. La contribution des autres échanges nets étant faible, ils ne sont recalculés qu'à une fréquence beaucoup plus faible, ce qui fait que le temps de calcul associé est négligeable. Le temps de calcul lié à cette paramétrisation est donc proportionnel à m , m étant le nombre de mailles atmosphériques verticales utilisé par le GCM.¹

Dans l'exemple précédent, l'analyse en Puissances Nettes Échangées n'a pas été réalisée à l'aide d'un code de calcul basé sur une méthode de Monte-Carlo. En fait, une paramétrisation traditionnelle a été utilisée (identique à celle qui est actuellement utilisée dans le GCM terrestre), qui a été reformulée en PNE. En ce qui nous concerne, dans le cas de l'atmosphère terrestre, il n'a pas été possible de suivre une logique équivalente, étant donné que se posent également de nouveaux problèmes de précision associés à la volonté de prendre en compte les effets de la diffusion. La paramétrisation existante ne permettait pas ce travail. Le code de Monte-Carlo avait donc comme but de permettre de réaliser toutes les analyses nécessaires, avec un excellent niveau de précision. De façon générale en rayonnement, la méthode de Monte-Carlo est connue pour offrir une grande souplesse dans ces contextes d'analyse ; cependant, les méthodes de Monte-Carlo usuelles, lorsqu'elles sont utilisées pour la partie infrarouge du spectre, rencontrent le problème récurrent de la convergence numérique aux fortes épaisseurs optiques (épaisseurs optiques d'absorption ou de diffusion). En ce

¹La paramétrisation précédente des transferts radiatifs infrarouges, en raison de corrélations spectrales dans le modèle spectral utilisé, nécessitait le calcul des transmittivités entre chaque paire de mailles atmosphériques, et son temps de calcul était donc proportionnel à m^2 .

qui concerne les systèmes optiquement épais en absorption, nous avons pu contourner cette difficulté en utilisant la solution proposée par A. de Lataillade [13, 15]. Nous avons ensuite étendu la démarche aux systèmes qui présentent de fortes épaisseurs optiques de diffusion. L'algorithme de Monte-Carlo qui résulte de ces deux améliorations méthodologiques (ainsi que de diverses optimisations statistiques pensées spécifiquement pour les problèmes atmosphériques) apparaît, dans notre contexte, comme un outil d'analyse confortable pour l'étude du rayonnement atmosphérique aux fréquences infrarouges.

Parmi les éléments de souplesse qu'offre la méthode de Monte-Carlo, et que nous n'avons pas exploités jusqu'ici, mais qui méritent une attention particulière, nous pouvons citer la possibilité d'identifier simplement la contribution à chaque résultat de diverses sous-familles de l'espace des chemins optiques. Concrètement, on pourrait envisager de quantifier la contribution à chaque taux de chauffage atmosphérique associée :

- aux échanges directs entre les éléments du système (trajects optiques n'ayant subi aucune diffusion).
- aux échanges qui sont construits avec une seule diffusion, avec n diffusions, etc.
- aux échanges construits après une réflexion, au sol ou par un nuage.
- aux échanges construits à partir d'un chemin de multiréflexion entre différents nuages.
- etc.

D'autre part, nous avons déjà mentionné qu'il serait facile de modifier l'algorithme existant pour déterminer la sensibilité de chaque grandeur calculée à n'importe quel paramètre du problème atmosphérique.

6.2 Vers une paramétrisation des transferts radiatifs dans un GCM terrestre

Dans l'état actuel d'avancement de ce travail, nous ne sommes pas en mesure de proposer une paramétrisation opérationnelle des transferts radiatifs atmosphériques infrarouges dans un Modèle de Circulation Générale terrestre tel que celui du LMD. Le présent travail a permis de développer un outil d'analyse de ces transferts radiatifs, et de proposer de premiers éléments d'analyse de ces transferts en termes de Puissances Netttes Échangées.

Même si dans cette conclusion nous allons présenter des pistes qui nous semblent actuellement dignes d'être suivies pour mener à bien un futur travail de paramétrisation sur la base de ces éléments d'analyse, ces premières idées restent à mettre en pratique et à tester. La mise au point d'une paramétrisation dans cet esprit, demande certainement un

investissement supplémentaire de l'ordre de deux à trois ans pour être menée à terme.

6.2.1 Méthodes numériques classiques pour la représentation de la diffusion

Dans le travail de Fu et al. [32], est explorée la possibilité d'utiliser un certain nombre d'approches de paramétrisation avec prise en compte du phénomène de diffusion. Des profils de taux de chauffage atmosphérique sont calculés, pour les mêmes configurations que celles qui ont été utilisées dans le chapitre précédent, par cinq méthodes différentes :

- La méthode de référence, une méthode aux ordonnées discrètes utilisant une discrétilisation angulaire sur 128 directions, notée D128S.
- La méthode dénommée “approximation d'absorption”, et notée A.A., qui consiste à résoudre analytiquement l'ETR monochromatique sans diffusion sur une direction. Dans [32], cette méthode est utilisée pour une direction caractérisée par $1/\cos(\theta) = 1,66$, où θ est la direction azimuthale.
- Une méthode à deux flux (méthode des ordonnées discrètes utilisée sur une direction) qui utilise une résolution sur une direction θ avec $1/\cos(\theta) = 1,66$, notée D2S.
- Une méthode aux ordonnées discrètes utilisant une quadrature sur 4 directions, notée D4S.
- Enfin, une méthode où le terme source par diffusion de l'ETR est tout d'abord calculé par la méthode D2S, puis injecté dans la méthode D4S. Cette méthode est notée D2/4S.

Les résultats des méthodes A.A., D2S, D4S et D2/4S sont comparés avec ceux de la méthode de référence, D128S. Fu et al. montrent que les erreurs relatives aux méthodes A.A. et D2S sont comparables, tandis que les méthodes D4S et D2/4S aboutissent à des erreurs du même ordre de grandeur, inférieures aux erreurs des deux autres méthodes. Finalement, c'est la méthode D2/4S qui est recommandée comme proposant le meilleur compromis entre précision et temps de calcul.

En ce qui nous concerne, les informations que nous retirons de cet article nous permettent d'effectuer une brève mise au point concernant les méthodes du transfert radiatif qui ne nous semblent pas pouvoir être utilisées pour développer une nouvelle paramétrisation des transferts radiatifs infrarouges, avec prise en compte du phénomène de diffusion, pour l'atmosphère terrestre. En particulier, on constate qu'une méthode à deux flux classique, qui prend en compte le phénomène de diffusion, ne donne pas des résultats plus précis que

l'approximation d'absorption utilisée sur une direction.² En d'autres termes, une méthode numérique permettant de modéliser les transferts radiatifs atmosphériques infrarouges prenant en compte le phénomène de diffusion n'est satisfaisante qu'à partir du moment où elle réalise une intégration angulaire (même en utilisant une quadrature simple sur quatre directions comme la méthode D4S). Les méthodes à deux flux classiques utilisent des hypothèses fortes quant à la distribution angulaire de la luminance (cf. annexe D) et ne réalisent pas une véritable intégration angulaire. En particulier, l'algorithme mis au point par O.B. Toon [82], largement utilisé dans le domaine de la modélisation des transferts radiatifs atmosphériques, ne peut pas être employée ici sans utilisation de la technique "source function", qui s'appuie sur une idée similaire à la méthode D2/4S présentée plus haut. Nous avons exploré rapidement dans une première phase de ce travail le comportement de l'algorithme de Toon avec l'hypothèse "hemispheric mean" et une technique "source function" avec une quadrature à huit directions (cf. annexe E), mais nous aboutissons à des erreurs parfois conséquentes sur le calcul des taux de chauffage, ce qui semble en contradiction avec les conclusions de Fu [32] sur la méthode D2/4S. Nous n'avons pas poussé plus avant cette analyse.

6.2.2 Utilisation d'une formulation en PNE pour mise au point d'une paramétrisation

Le code atmosphérique mis au point au cours de ce travail a permis une analyse des transferts radiatifs infrarouges en termes de Puissances Netttes Échangées. Ce genre d'analyse présente plusieurs avantages dans la perspective de la mise au point d'une paramétrisation des transferts radiatifs pour un Modèle de Circulation Générale :

- Les taux de chauffage atmosphérique étant décomposables sous forme d'une somme d'échanges nets (cf. Eq. 5.8 et Eq. 5.9), les échanges nets qui pilotent les transferts radiatifs sont facilement identifiables. Autrement dit, il est facile d'identifier les termes d'échanges nets qui doivent être représentés par une paramétrisation des transferts radiatifs, et ceux qui peuvent être ignorés car contribuant de façon négligeable aux taux de chauffage. Une paramétrisation basée sur une analyse en PNE permet de recalculer moins de termes à chaque pas de temps du calcul GCM. Les résultats présentés dans ce chapitre montrent par exemple que seuls certains termes des matrices de PNE sont essentiels à la reconstruction des taux de chauffage : dans une configuration ciel clair, il s'agit essentiellement des échanges nets à courte distance entre mailles de gaz, et des

²A la différence des équations 4.68, 4.69 et 4.67 qui donnent une solution analytique à l'EPR monochromatique sans diffusion, mais avec une intégration angulaire exacte, voir aussi annexe A.5

échanges nets entre chaque surface et les mailles de gaz, ainsi que de l'échange entre le sol et l'espace. Dans une configuration nuageuse, il faut également tenir compte des échanges avec les mailles des bords des nuages dans le cas d'un nuage optiquement épais, et avec toutes les mailles nuageuses dans le cas d'un nuage optiquement mince.

- D'autre part, sur la base de la formulation présentée par la relation 5.4 p. 146, il est possible de comparer les temps caractéristiques d'évolution des facteurs optico-géométriques $\xi_{(i,j),\nu}$ (dépendant principalement des concentrations d'absorbant) et des différences de luminance noire $[B_\nu(i) - B_\nu(j)]$ (dépendant des seules variations de température). Si par exemple les termes $[B_\nu(i) - B_\nu(j)]$ évoluent de façon beaucoup plus rapide que les facteurs optico-géométriques $\xi_{(i,j),\nu}$, il est possible d'envisager de garder constants pendant un certain laps de temps les $\xi_{(i,j),\nu}$, dont le calcul est numériquement très coûteux, et de ne prendre en compte durant ce laps de temps que les variations de luminance noire associées à la variation du profil de température.

- Une analyse en termes d'échanges nets permet également de choisir des modèles physiques différents pour le calcul des différents termes sans pour autant introduire de biais en ce qui concerne la conservation de l'énergie ou le second principe. Par exemple, dans le cas terrestre, il est facile de voir que la prise en compte du phénomène de diffusion n'est pas nécessaire pour le calcul des échanges à courte distance entre mailles de ciel clair. On peut par exemple utiliser l'approximation d'absorption sur une direction pour calculer ces termes. Par contre, pour le calcul des échanges nets entre surfaces et entre une surface et une maille de gaz claire, il est nécessaire de tenir compte du phénomène de diffusion. Comme on l'a vu précédemment, il n'est pas envisageable d'utiliser une méthode numérique simple comme une méthode à deux flux pour calculer ces termes. Ces échanges nets pourraient par exemple être calculés en utilisant une approximation d'absorption et en affectant une réflectivité totale moyenne aux parois (sol, bords des nuages) afin de tenir compte de la rétrodiffusion.

6.3 Perspectives

Les perspectives envisageables sont de deux ordres : d'une part, toutes les améliorations qui pourraient être apportées à l'outil de simulation des transferts radiatifs atmosphériques ; et d'autre part, les utilisations possibles de cet outil d'analyse.

6.3.1 En termes d'améliorations de l'outil d'analyse

Tout au cours du texte, nous avons mentionné des extensions ou améliorations dont le code de Monte-Carlo pourrait bénéficier. On peut notamment citer :

- La possibilité de prendre en compte les hétérogénéités verticales des propriétés optiques (coefficients d'absorption, de diffusion, albédo de diffusion simple, facteur d'asymétrie de la fonction de phase) des différents constituants de l'atmosphère (gaz, nuages), au travers d'un profil vertical donné (par exemple un profil linéaire). En effet, si le code prend actuellement en compte les hétérogénéités verticales de température, les propriétés optiques des constituants de l'atmosphère sont considérées homogènes dans chaque maille atmosphérique.
- L'utilisation d'un modèle statistique de nuages pour choisir aléatoirement la composition du nuage au cours du suivi de rayon. Cette technique est communément utilisée en combustion, dans des applications consistant à étudier le couplage entre le rayonnement et la turbulence.
- Le code de transfert radiatif pourrait être ré-écrit pour des applications en configuration tridimensionnelle, ce qui permettrait, par exemple, d'étudier les effets tridimensionnels des nuages. Un code de transfert radiatif infrarouge tridimensionnel basé sur la méthode de Monte-Carlo, mis au point récemment lors du travail de thèse de P. Perez [62] et utilisant des techniques issues du domaine de la synthèse d'images, permet de traiter des configurations tridimensionnelles complexes en présence d'un milieu participant purement absorbant. L'extension de ce code aux milieux diffusants, en s'inspirant des optimisations décrites au chapitre 4, est prévu dans le cadre du projet de recherche de M. Roger à l'École des Mines d'Albi, qui a pour objet l'étude de systèmes de combustion en présence de particules diffusives. Lorsque ce code sera disponible, il sera directement utilisable pour des applications atmosphériques.
- Enfin, comme il est mentionné plus haut, il est envisageable de modifier le code de transfert radiatif pour mener des études de sensibilité. Il a été montré [14] que la méthode de Monte-Carlo permettait de calculer, à faible coût de calcul supplémentaire, la sensibilité de n'importe quel résultat à n'importe quel paramètre du système. Actuellement, la possibilité de réaliser une analyse de sensibilité n'a pas été mise en pratique dans notre code de transfert radiatif.

6.3.2 En termes d'utilisation de l'outil d'analyse

Dans un futur proche, le LMD et le Laboratoire d'Énergétique vont également s'intéresser au développement d'un premier modèle simple de circulation générale pour la planète Vénus. Par modèle "simple", on entend un GCM basé sur l'utilisation d'un nombre minimal de paramètres, dans le but d'identifier les phénomènes physiques qui dominent la dynamique de la circulation générale atmosphérique. La mise au point de ce GCM simplifié a pour motivation la possibilité d'aider aux interprétations des données des instruments PFS et VIRTIS de la prochaine mission spatiale Vénus-Express. Les objectifs généraux à moyen terme concernent la compréhension de la dynamique (et en particulier de la superrotation atmosphérique) et de la chimie de l'atmosphère de Vénus. A l'aide de ce modèle, et des données d'observation fournies par les instruments de la mission Vénus-Express, on analysera en particulier (extrait du projet *Développement d'un modèle de circulation générale climatique de Vénus pour interpréter les résultats de la mission Vénus-Express* proposé par F. Hourdin à l'ESA en tant que co-investigateur sur les instruments PFS et VIRTIS) :

- La dynamique zonale et sa variabilité. Un modèle de circulation atmosphérique peut-il reproduire les vents observés ? La variabilité des jets est-elle bien représentée et dans quelle mesure est-elle reliée à l'activité ondulatoire ? Le vent zonal (observé et simulé) montre-t-il des régions d'instabilité dynamique ?
- La circulation mérienne moyenne (existence d'une cellule de Hadley et intensité). Les contraintes proviendront à la fois du suivi des nuages et des variations latitudinales des espèces chimiques comme CO ou OCS sous les nuages. Cette partie nécessite l'inclusion de la composante chimique dans le modèle.
- Les ondes planétaires dans la couche basse des nuages. Ces ondes transportent-elles de la quantité de mouvement vers l'équateur ? Quelle est leur intensité ? Cette intensité est-elle corrélée au degré d'instabilité de l'écoulement moyen ?
- La stratification verticale et la convection nuageuse. L'atmosphère est-elle stable, neutre, ou instable ? Dans quelles gammes d'altitudes ? Quel est le degré de mélange vertical par la turbulence ou la convection ? Comment explique-t-on la structure fragmentaire des nuages sur Vénus ?
- La composition chimique. Comment la dynamique influence-t-elle les distributions ? Quel rôle jouent les interactions entre nuages et phase gazeuse ? Variabilité de la composition troposphérique, et lien notamment avec la question du volcanisme.

La première phase de ce projet consiste à développer un code de transfert radiatif spécifique pour traiter le domaine de l'infrarouge (pour le domaine visible, des taux de chauffage

précalculés seront utilisés dans un premier temps [12]). Le code de Monte-Carlo sera adapté à l'atmosphère de Vénus, par utilisation de nouvelles données C-K [6] spécifiques, pour le domaine infrarouge. Le code de transfert radiatif sera donc identique à celui de la Terre, avec utilisation de nouvelles données spectrales.

La paramétrisation des transferts radiatifs infrarouges du Modèle de Circulation Générale de Vénus utilisera, dans un premier temps, une méthode simple : le calcul des PNE se fera d'après la relation 5.4 p. 146. Chaque matrice monochromatique des facteurs optico-géométriques sera calculée une fois pour toute de façon précise à l'aide du code de Monte-Carlo. Chaque PNE sera ensuite calculée comme le produit d'un facteur optico-géométrique (constant au cours du temps) et d'une différence de luminances noires (variable au cours du temps).

Annexe A

Liste de configurations plan-parallèle avec résultat connu pour validation des codes de transfert radiatif

Cette annexe présente un catalogue de solutions analytiques utilisables pour la validation des codes de simulation des transferts radiatifs.

Avant d'aller plus loin, il est utile de décrire la méthode utilisée pour obtenir les expressions analytiques des champs de luminance, des flux et des bilans radiatifs dans les configurations plan-parallèle purement absorbantes qui sont présentées dans cette annexe. L'analogie avec le modèle conceptuel d'atmosphère permet de différencier le plan inférieur et le plan supérieur en les désignant sous le terme de "sol" et "espace". La même analogie nous amènera à parler de grandeurs ascendantes et descendantes. Tous les calculs présentés sont monochromatiques, et l'indice ν est omis.

La configuration est celle qui est présentée figure A.1 : une configuration plan-parallèle (les plans, à réflectivité diffuse ou spéculaire, ayant une émissivité fixée), un milieu participant semi-transparent (*gaz*) étant présent entre les deux plans. Si les propriétés optiques du gaz ne peuvent pas être considérées homogènes entre les deux plans, l'atmosphère sera divisée en un certain nombre de mailles ; les propriétés optiques moyennes du milieu seront calculées à la température moyenne de chaque maille, et seront donc considérées comme homogènes à l'intérieur de chaque maille. Quant au profil de luminance noire, il peut être quelconque.

La première méthode permettant d'obtenir l'expression analytique du bilan radiatif ψ_i (moyenné sur une maille de *gaz* i comprise entre les altitudes z_{i-1} et z_i) consiste à connaître,

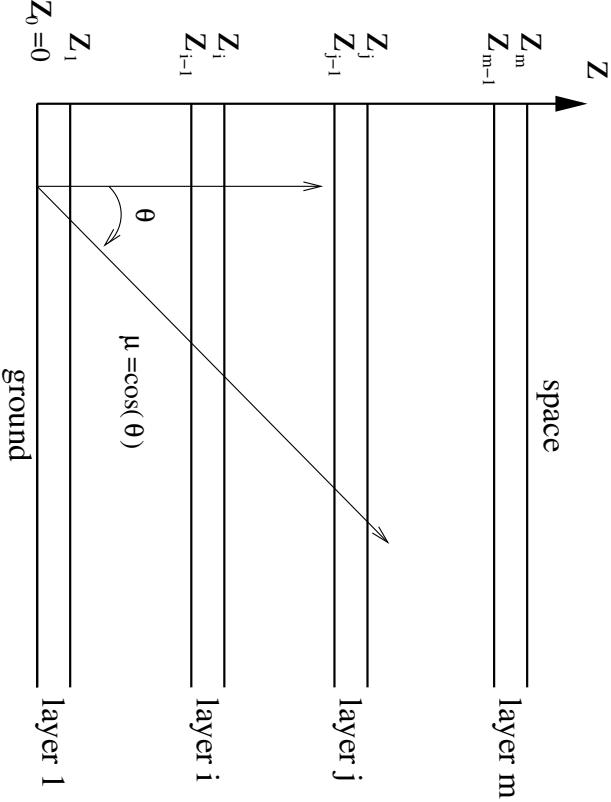


FIG. A.1: Configuration plan-parallèle

dans un premier temps, le champ de luminance montante et de luminance descendante dans tout le gaz.

- Méthode 1a : le bilan à l’altitude z est considéré comme la divergence du flux radiatif total à l’altitude z : $\Psi(z) = \frac{\partial(M^+ - M^-)}{\partial z}$
- Méthode 1b : bilan = émission - absorption, d’où :

$$\Psi(z) = 4\pi k_a(z)B(z) - 2\pi \int_{4\pi} k_a(z)L(z)d\omega$$

Pour appliquer ces deux méthodes, on doit obtenir tout d’abord l’expression de la luminance montante $L^+(z, \mu)$ et de la luminance descendante $L^-(z, \theta)$ à l’altitude z et suivant la direction zénithale repérée par θ ($\mu = \cos(\theta)$), ainsi que leurs dérivées par rapport à z . En effet :

$$M^+(z) = 2\pi \int_0^1 \mu L^+(z, \mu) d\mu \quad (\text{A.1})$$

$$M^-(z) = 2\pi \int_0^1 \mu L^-(z, -\mu) d\mu \quad (\text{A.2})$$

$$\int_{4\pi} L(z)d\omega = 2\pi \int_0^1 L^+(z, \mu) + L^-(z, -\mu) d\mu \quad (\text{A.3})$$

D'où l'expression de $\Psi(z)$ par la méthode 1a :

$$\Psi(z) = 2\pi \int_0^1 \mu \left(\frac{\partial L^+(z, \mu)}{\partial z} - \frac{\partial L^-(z, -\mu)}{\partial z} \right) d\mu \quad (\text{A.4})$$

Et par la méthode 1b :

$$\Psi(z) = 4\pi k_a B(z) - 2\pi k_a \int_0^1 (L^+(z, \mu) + L^-(z, -\mu)) d\mu \quad (\text{A.5})$$

La seconde méthode permettant d'obtenir l'expression analytique du bilan radiatif consiste à utiliser une décomposition en Puissances Netttes Échangées (PNE) :

$$\Psi_{i,0} = \int_{2\pi} d\omega \int_{z_{i-1}}^{z_i} \mu k_a(z) (B(z) - B_g) \exp \left(- \int_0^z \frac{k_a(z')}{\mu} dz' \right) \frac{dz}{\mu} \quad (\text{A.6})$$

$$\Psi_{i,m+1} = \int_{2\pi} d\omega \int_{z_{i-1}}^{z_i} \mu k_a(z) (B(z) - B_s) \exp \left(- \int_z^H \frac{k_a(z')}{\mu} dz' \right) \frac{dz}{\mu} \quad (\text{A.7})$$

$$\Psi_{i,j} = \int_{2\pi} d\omega \int_{z_{i-1}}^{z_j} \int_{z_{j-1}}^{z_j} \mu k_a(z) k_a(z') (B(z) - B(z')) \exp \left(- \int_z^{z'} \frac{k_a(z'')}{\mu} dz'' \right) \frac{dz}{\mu} \frac{dz'}{\mu} \quad (\text{A.8})$$

- i et j sont des mailles de gaz comprises respectivement entre les altitudes z_{i-1} et z_i , z_{j-1} et z_j .
- $\Psi_{i,0}$ est la PNE entre le sol et la maille de gaz i .
- $\Psi_{i,m+1}$ est la PNE entre l'espace et la maille de gaz i .
- $\Psi_{i,j}$ est la PNE entre les mailles de gaz i et j .
- H est la distance entre les deux plans.
- B_g et B_s sont respectivement la luminance de Planck du sol et de l'espace.

Une fois ces PNE calculées, le bilan pour une maille de gaz i est simplement :

$$\Psi(i) = \sum_{j=0}^{m+1} \Psi_{i,j} \quad (\text{A.9})$$

Cette seconde méthode, à l'aide de la formulation en PNE, présente l'avantage de permettre une décomposition du bilan Ψ_i sous la forme :

$$\Psi_i = \Psi_i^{gaz-sol} + \Psi_i^{gaz-espace} + \Psi_i^{gaz-gaz} \quad (\text{A.10})$$

$\Psi_i^{gaz-sol}$ étant la partie de Ψ_i due aux échanges nets entre la maille de gaz i et le sol, $\Psi_i^{gaz-espace}$ la partie de Ψ_i due aux échanges nets entre la maille de gaz i et l'espace, et $\Psi_i^{gaz-gaz}$ la partie de Ψ_i due aux échanges nets entre la maille de gaz i et le reste du gaz.

A.1 Calcul 1D, monocouche, milieu purement absorbant homogène, profil de luminance noire constante

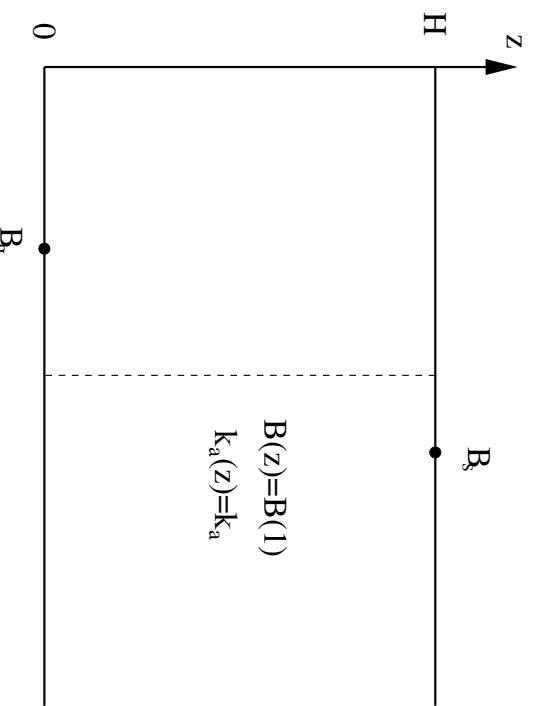


FIG. A.2:

$$\Psi_{1,g} = \left[B(1) - B_g \right] \left(1 - \exp(-k_a H) \right) \quad (\text{A.11})$$

$$\Psi_{1,s} = \left[B(1) - B_s \right] \left(1 - \exp(-k_a H) \right) \quad (\text{A.12})$$

$$\Psi_{g,s} = \left[B_g - B_s \right] \exp(-k_a H) \quad (\text{A.13})$$

A.2 Calcul 1D, 2 mailles de gaz, milieu purement absorbant inhomogène, profil de luminance noire constante

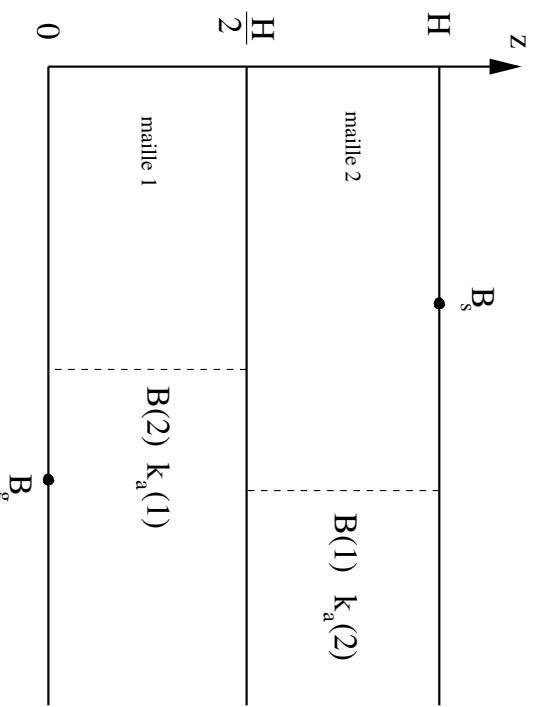


FIG. A.3:

$$\Psi_{1,g} = \left[B(1) - B_g \right] \left[1 - \exp(-k_a(1)\frac{H}{2}) \right] \quad (\text{A.14})$$

$$\Psi_{2,g} = \left[B(2) - B_g \right] \exp(-k_a(1)\frac{H}{2}) \left[1 - \exp(-k_a(2)\frac{H}{2}) \right] \quad (\text{A.15})$$

$$\Psi_{g,s} = \left[B_g - B_s \right] \exp(-(k_a(1) + k_a(2))\frac{H}{2}) \quad (\text{A.16})$$

A.3 Calcul 3D, multicouche, milieu purement absorbant homogène, profil de luminance noire linéaire

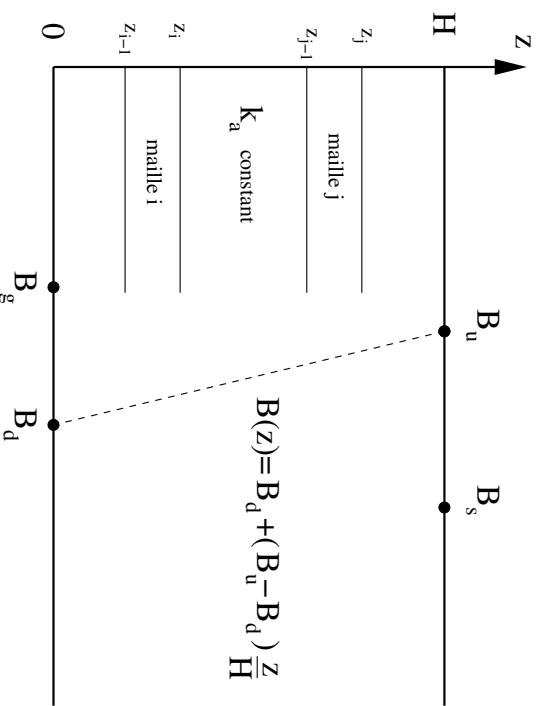


FIG. A.4:

$$\begin{aligned}
 L^+(z, \mu) &= B_g \exp\left(-\frac{k_a z}{\mu}\right) + \left(B_d - \frac{\mu B_u - B_d}{k_a H}\right) \left(1 - \exp\left(-\frac{k_a z}{\mu}\right)\right) \\
 &+ \frac{B_u - B_d}{H} z
 \end{aligned} \tag{A.17}$$

$$\begin{aligned}
 L^-(z, \mu) &= (B_s - B_u - B_d) \exp\left(-\frac{k_a(H-z)}{\mu}\right) \\
 &+ \left(\frac{\mu}{k_a} \frac{B_u - B_d}{H} - B_d\right) \left(1 - \exp\left(-\frac{k_a(H-z)}{\mu}\right)\right) + \frac{B_u - B_d}{H} z
 \end{aligned} \tag{A.18}$$

$$\begin{aligned}\Psi(z) = & 2\pi \left[k_a (B_d - B_g) E_2(k_a z) + k_a (B_u - B_s) E_2(k_a (H - z)) \right. \\ & \left. - \frac{B_u - B_d}{H} E_3(k_a z) + \frac{B_u - B_d}{H} E_3(k_a (H - z)) \right]\end{aligned}\quad (\text{A.19})$$

Pour une maille i comprise entre les altitudes z_{i-1} et z_i :

$$\begin{aligned}\Psi(i) = & 2\pi \left[(B_g - B_d) (E_3(k_a z_i) - E_3(k_a z_{i-1})) + (B_u - B_s) (E_3(k_a (H - z_i)) - E_3(k_a (H - z_{i-1}))) \right. \\ & \left. + \frac{B_u - B_d}{H} (E_4(k_a z_i) - E_4(k_a z_{i-1}) + E_4(k_a (H - z_i)) - E_4(k_a (H - z_{i-1}))) \right]\end{aligned}\quad (\text{A.20})$$

$$\begin{aligned}\Psi_{0,i} = & 2\pi \left[\left(B_g - B_d - \frac{B_u - B_d}{H} z_{i-1} \right) E_3(k_a z_{i-1}) + \left(\frac{B_u - B_d}{H} z_i - B_g + B_d \right) E_3(k_a z_i) \right. \\ & \left. + \frac{B_u - B_d}{H} E_4(k_a z_i) - \frac{B_u - B_d}{H} E_4(k_a z_{i-1}) \right]\end{aligned}\quad (\text{A.21})$$

$$\begin{aligned}\Psi_{m+1,i} = & 2\pi \left[\left(B_s - B_d - \frac{B_u - B_d}{H} z_{i-1} \right) E_3(k_a z_{i-1}) + \left(\frac{B_u - B_d}{H} z_i - B_s + B_d \right) E_3(k_a z_i) \right. \\ & \left. + \frac{B_u - B_d}{H} E_4(k_a z_i) - \frac{B_u - B_d}{H} E_4(k_a z_{i-1}) \right]\end{aligned}\quad (\text{A.22})$$

Enfin, pour deux mailles i et j ($j > i$) comprises entre les altitudes z_{i-1} et z_i , z_{j-1} et z_j :

$$\begin{aligned}
\Psi_{i,j} = & 2\pi \frac{B_u - B_d}{H} \left[(z_{j-1} - z_i) E_3(k_a(z_{j-1} - z_i)) - (z_{j-1} - z_{i-1}) E_3(k_a(z_{j-1} - z_{i-1})) \right. \\
& - (z_j - z_i) E_3(k_a(z_j - z_i)) + (z_j - z_{i-1}) E_3(k_a(z_j - z_{i-1})) \\
& + \frac{2}{k_a} \left(E_4(k_a(z_{j-1} - z_i)) - E_4(k_a(z_{j-1} - z_{i-1})) \right) \\
& \left. - \frac{2}{k_a} \left(E_4(k_a(z_j - z_i)) - E_4(k_a(z_j - z_{i-1})) \right) \right]
\end{aligned} \tag{A.23}$$

A.4 Calcul 3D, multicouche, milieu purement absorbant homogène, profil de luminance noire parabolique

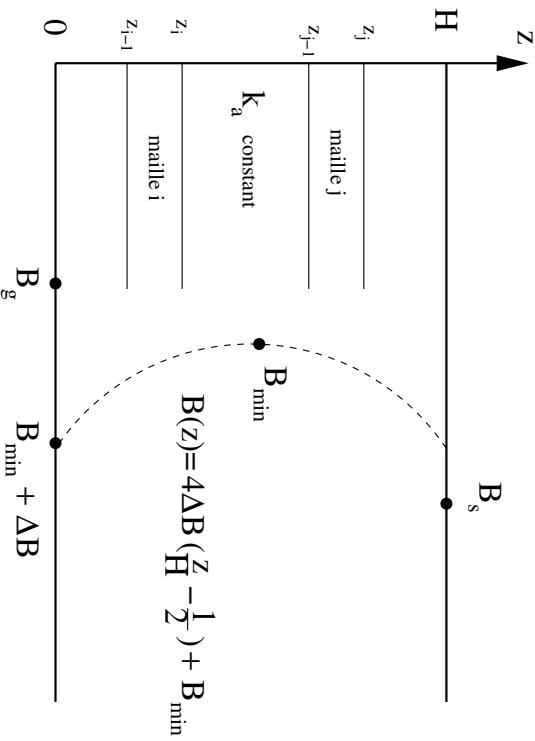


FIG. A.5:

$$\begin{aligned}
 L^+(z, \mu) = & \left[B_g - \frac{8\Delta B}{H^2} \frac{\mu^2}{k_a^2} - \frac{4\Delta B}{H} \frac{\mu}{k_a} - (B_{min} + \Delta B) \right] \exp\left(-\frac{k_a z}{\mu}\right) \\
 & + \frac{4\Delta B}{H^2} z^2 - \frac{4\Delta B}{H} \left(\frac{2}{H} \frac{\mu}{k_a} + 1 \right) z + \frac{8\Delta B}{H^2} \frac{\mu^2}{k_a 2} + \frac{4\Delta B}{H} \frac{\mu}{k_a} + \Delta B + B_{min}
 \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

$$\begin{aligned}
 L^-(z, \mu) = & \left[B_s - \frac{4\Delta B}{H} \frac{\mu}{k_a} - \frac{8\Delta B}{H^2} \frac{\mu^2}{k_a^2} - (B_{min} + \Delta B) \right] \exp\left(-\frac{k_a (H-z)}{\mu}\right) \\
 & + \frac{4\Delta B}{H^2} z^2 + \frac{4\Delta B}{H} \left(\frac{2}{H} \frac{\mu}{k_a} - 1 \right) z + \frac{8\Delta B}{H^2} \frac{\mu^2}{k_a 2} - \frac{4\Delta B}{H} \frac{\mu}{k_a} + \Delta B + B_{min}
 \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

$$\begin{aligned}\Psi(z) = & 2\pi \left[k_a (B_{min} + \Delta B - B_g) E_2(k_a z) + k_a (B_{min} + \Delta B - B_s) E_2(k_a(H - z)) \right. \\ & \left. + \frac{4\Delta B}{H} (E_3(k_a z) + E_3(k_a(H - z))) + \frac{8\Delta B}{H^2 k_a} (E_4(k_a z) + E_4(k_a(H - z))) \right] - \frac{16\Delta B}{3H^2 k_a]}\end{aligned}\quad (\text{A.26})$$

Pour une maille i comprise entre les altitudes z_{i-1} et z_i :

$$\begin{aligned}\Psi_i = & 2\pi \left[-(B_{min} + \Delta B - B_g) (E_3(k_a z_i) - E_3(k_a z_{i-1})) \right. \\ & + (B_{min} + \Delta B - B_s) (E_3(k_a(H - z_i)) - E_3(k_a(H - z_{i-1}))) \\ & + \frac{4\Delta B}{H k_a} (-E_4(k_a z_i) + E_4(k_a z_{i-1}) + E_4(k_a(H - z_i)) - E_4(k_a(H - z_{i-1}))) \\ & + \frac{8\Delta B}{H^2 k_a^2} (-E_5(k_a z_i) + E_5(k_a z_{i-1}) + E_5(k_a(H - z_i)) - E_5(k_a(H - z_{i-1}))) \\ & \left. - \frac{16\Delta B}{3H^2 k_a} (z_i - z_{i-1}) \right]\end{aligned}\quad (\text{A.27})$$

$$\begin{aligned}\Psi_{0,i} = & 2\pi \left[\left(B_g - B_{min} - \Delta B + \frac{4\Delta B}{H} z_{i-1} - \frac{4\Delta B}{H^2} z_{i-1}^2 \right) E_3(k_a z_{i-1}) \right. \\ & - \left(B_g - B_{min} - \Delta B + \frac{4\Delta B}{H} z_i - \frac{4\Delta B}{H^2} z_i^2 \right) E_3(k_a z_i) \\ & + \frac{4\Delta B}{k_a H} \left(1 - \frac{2}{H} z_{i-1} \right) E_4(k_a z_{i-1}) - \frac{4\Delta B}{k_a H} \left(1 - \frac{2}{H} z_i \right) E_4(k_a z_i) \\ & \left. - \frac{8\Delta B}{H^2 k_a^2} (E_5(k_a z_{i-1}) - E_5(k_a z_i)) \right]\end{aligned}\quad (\text{A.28})$$

$$\begin{aligned}
\Psi_{m+1,i} = & 2\pi \left[\left(B_s - B_{min} - \Delta B + \frac{4\Delta B}{H} z_i - \frac{4\Delta B}{H^2} z_i^2 \right) E_3(k_a(H - z_i)) \right. \\
& - \left(B_s - B_{min} - \Delta B + \frac{4\Delta B}{H} z_{i-1} - \frac{4\Delta B}{H^2} z_{i-1}^2 \right) E_3(k_a(H - z_{i-1})) \\
& + \frac{4\Delta B}{k_a H} \left(1 - \frac{2}{H} z_{i-1} \right) E_4(k_a(H - z_{i-1})) - \frac{4\Delta B}{k_a H} \left(1 - \frac{2}{H} z_i \right) E_4(k_a(H - z_i)) \\
& \left. - \frac{8\Delta B}{H^2 k_a^2} \left(E_5(k_a(H - z_i)) - E_5(k_a(H - z_{i-1})) \right) \right] \tag{A.29}
\end{aligned}$$

Enfin, pour deux mailles i et j ($j > i$) comprises entre les altitudes z_{i-1} et z_i , z_{j-1} et z_j :

$$\begin{aligned}
\Psi_{i,j} = & \frac{8\pi\Delta B}{H} \left[\left(z_{j-1} - z_i - \frac{z_{j-1}^2 - z_i^2}{H} \right) E_3(k_a(z_{j-1} - z_i)) \right. \\
& + \left(z_{j-1} - z_{i-1} - \frac{z_{j-1}^2 - z_{i-1}^2}{H} \right) E_3(k_a(z_{j-1} - z_{i-1})) + \left(z_j - z_i - \frac{z_j^2 - z_i^2}{H} \right) E_3(k_a(z_j - z_i)) \\
& - \left(z_j - z_{i-1} - \frac{z_j^2 - z_{i-1}^2}{H} \right) E_3(k_a(z_j - z_{i-1})) - \frac{2}{k_a} \left(1 - \frac{z_i + z_{j-1}}{H} \right) E_4(k_a(z_{j-1} - z_i)) \\
& + \frac{2}{k_a} \left(1 - \frac{z_{i-1} + z_{j-1}}{H} \right) E_4(k_a(z_{j-1} - z_{i-1})) + \frac{2}{k_a} \left(1 - \frac{z_i + z_j}{H} \right) E_4(k_a(z_j - z_i)) \\
& \left. - \frac{2}{k_a} \left(1 - \frac{z_{i-1} + z_j}{H} \right) E_4(k_a(z_j - z_{i-1})) \right] \tag{A.30}
\end{aligned}$$

A.5 Calcul 3D, multicouche, milieu purement absorbant inhomogène, profil de luminance noire linéaire entre bas et haut de maille

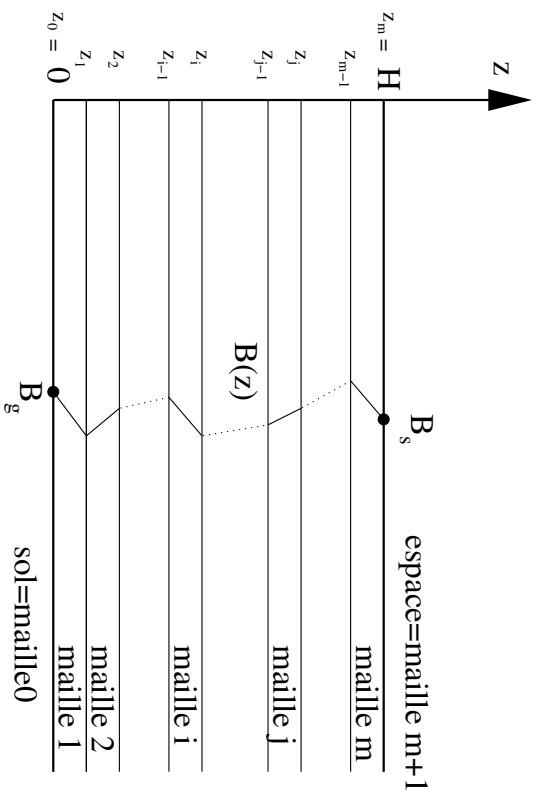


FIG. A.6:

$$\begin{aligned}
 \Psi_{(0,i),\nu} = & 2\pi \left[\left(B_\nu(z_{i-1}) - B_{g,\nu} \right) E_3(\tau_{g-z_{i-1}}) - \left(B_\nu(z_{i-1}) - B_{g,\nu} + \Delta B_\nu(i)(z_i - z_{i-1}) \right) \right. \\
 & E_3 \left(\tau_{g-z_{i-1}} + k_{a,\nu}(i)(z_i - z_{i-1}) \right) \\
 & \left. + \frac{\Delta B_\nu(i)}{k_{a,\nu}(i)} \left(E_4(\tau_{g-z_{i-1}}) - E_4(\tau_{g-z_{i-1}} + k_{a,\nu}(i)(z_i - z_{i-1})) \right) \right] \quad (\text{A.31})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Psi_{(m+1,i),\nu} = & 2\pi \left[\left(B_\nu(z_{i-1}) - B_s + \Delta B_\nu(i)(z_i - z_{i-1}) \right) E_3(\tau_{z_i-H}) - \right. \\
& \left(B_\nu(z_{i-1}) - B_s \right) E_3 \left(\tau_{z_i-H} + k_{a,\nu}(i)(z_i - z_{i-1}) \right) \\
& \left. - \frac{\Delta B_\nu(i)}{k_{a,\nu}(i)} \left(E_4(\tau_{z_i-H}) - E_4 \left(\tau_{z_i-H} + k_{a,\nu}(i)(z_i - z_{i-1}) \right) \right) \right] \quad (\text{A.32})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Psi_{(i,j),\nu} = & 2\pi \left[\left(B_\nu(z_{i-1}) - B_\nu(z_{j-1}) + \Delta B_\nu(i)(z_i - z_{i-1}) \right) E_3(\tau_{z_i-z_{j-1}}) \right. \\
& - \left(B_\nu(z_{i-1}) - B_\nu(z_{j-1}) \right) E_3 \left(\tau_{z_i-z_{j-1}} + k_{a,\nu}(i)(z_i - z_{i-1}) \right) \\
& - \left(B_\nu(z_{i-1}) - B_\nu(z_{j-1}) + \Delta B_\nu(i)(z_i - z_{i-1}) \right. \\
& - \Delta B_\nu(j)(z_j - z_{j-1}) \Big) E_3 \left(\tau_{z_i-z_{j-1}} + k_{a,\nu}(j)(z_j - z_{j-1}) \right) \\
& + \left(B_\nu(z_{i-1}) - B_\nu(z_{j-1}) - \Delta B_\nu(j)(z_j - z_{j-1}) \right) E_3 \left(\tau_{z_i-z_{j-1}} \right. \\
& \left. + k_{a,\nu}(i)(z_i - z_{i-1}) + k_{a,\nu}(j)(z_j - z_{j-1}) \right) \\
& + \left(\frac{\Delta B_\nu(i)}{k_{a,\nu}(i)} + \frac{\Delta B_\nu(j)}{k_{a,\nu}(j)} \right) \left(E_4 \left(\tau_{z_i-z_{j-1}} + k_{a,\nu}(i)(z_i - z_{i-1}) \right) \right. \\
& + E_4 \left(\tau_{z_i-z_{j-1}} + k_{a,\nu}(j)(z_j - z_{j-1}) \right) - E_4 \left(\tau_{z_i-z_{j-1}} \right) \\
& \left. - E_4 \left(\tau_{z_i-z_{j-1}} + k_{a,\nu}(i)(z_i - z_{i-1}) + k_{a,\nu}(j)(z_j - z_{j-1}) \right) \right) \quad (\text{A.33})
\end{aligned}$$

Avec :

- $\Delta B_\nu(i)$: pente du profil de $B_\nu(z)$ dans la maille i.
- $\Delta B_\nu(j)$: pente du profil de $B_\nu(z)$ dans la maille j.
- $\tau_{g-z_{i-1}} = \sum_{l=1}^{i-1} k_{a,\nu}(l) [z(l) - z(l-1)]$: épaisseur optique entre le sol et z_{i-1} .
- $\tau_{z_i-H} = \sum_{l=i+1}^m k_{a,\nu}(l) [z(l) - z(l-1)]$: épaisseur optique entre z_i et H.
- $\tau_{z_i-z_{j-1}} = \sum_{l=i+1}^{j-1} k_{a,\nu}(l) [z(l) - z(l-1)]$: épaisseur optique entre z_i et z_{j-1} .
- $k_{a,\nu}(i)$: coefficient d'absorption (constant) dans la maille i.
- $k_{a,\nu}(j)$: coefficient d'absorption (constant) dans la maille j.

Annexe B

Fonctions Exponentielles Intégrales

Une des formes possibles sous lesquelles on trouve couramment la fonction E_n , exponentielle intégrale d'ordre n ($n \geq 0$), est la suivante :

$$E_n(x) = \int_1^{\infty} \frac{1}{t^n} \exp(-xt) dt \quad (\text{B.1})$$

En transfert radiatif, on trouve plutôt la forme suivante, car directement interprétable dans les configurations plan-parallèle :

$$E_n(x) = \int_0^1 \mu^{n-2} \exp\left(-\frac{x}{\mu}\right) d\mu \quad (\text{B.2})$$

Les fonctions exponentielles intégrales présentent la propriété de récurrence suivante (cf. [73]), très utile en transfert radiatif, pour $n \geq 2$:

$$\frac{d}{dx} E_n(x) = -E_{n-1}(x) \quad (\text{B.3})$$

et pour $n = 1$:

$$\frac{d}{dx} E_1(x) = -\frac{1}{x} \exp(-x) \quad (\text{B.4})$$

D'autre part, la connaissance de la propriété suivante s'avère également souvent nécessaire :

$$\int E_n(x) dx = -E_{n+1}(x) \quad (\text{B.5})$$

Enfin, il est utile de rappeler la valeur de $E_n(0)$, pour $n \geq 2$:

$$E_n(0) = \frac{1}{n-1} \quad (\text{B.6})$$

et pour $n = 1$:

$$E_1(0) = +\infty \quad (\text{B.7})$$

Annexe C

La méthode P_1

Cette annexe constitue un exemple d'application des méthodes P_n (cf. paragraphe 3.2.2). L'exemple suivant est donné pour le cas d'une configuration plan-parallèle où le milieu semi-transparent compris entre les deux plans est homogène.

La méthode P_1 consiste tout d'abord à décomposer la luminance $L(\tau, \mu)$ en tronquant la série contenue dans l'équation 3.4 à l'ordre 1. On obtient, après évaluation des polynômes de Legendre :

$$L(\tau, \mu) = \frac{1}{4\pi} [G(\tau) + 3\mu q_r(\tau)] \quad (\text{C.1})$$

Les deux moments de la luminance ont dans ce cas une signification physique :

$$\begin{aligned} G(\tau) &= \int_{4\pi} L(\tau, \mu) d\omega \\ q_r(\tau) &= \int_{4\pi} \mu L(\tau, \mu) d\omega \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

Le champ de luminance est donc estimée comme la somme d'un terme $G(\tau)$ qui est une densité surfacique d'énergie, qui dépend de la position τ mais pas de la direction, et d'un terme $\mu q_r(\tau)$ qui dépend de la direction, avec $q_r(\tau)$ la densité surfacique de flux.

Remplacer $L(\tau, \mu)$ dans la relation 3.3 par l'expression C.1 permet d'obtenir :

$$\mu \frac{\partial G(\tau)}{d\tau} + 3\mu^2 \frac{q_r(\tau)}{d\tau} + G(\tau) + 3q\mu(\tau) = 4\pi(1 - \omega_0)B(\tau) + \omega_0 [G(\tau) + 3gq_r(\tau)] \quad (\text{C.4})$$

où $g = \int_{-1}^1 \mu' \Phi(\mu, \mu') d\mu'$ est le paramètre d'asymétrie de la fonction de phase (voir exemple paragraphe 4.6.2.2).

Pour obtenir le système d'équations permettant de résoudre $G(\tau)$ et $q_r(\tau)$, on multiplie l'expression C.4 par $\mu^0 = 1$ et par $\mu^1 = \mu$, puis on intègre les expressions obtenues pour toutes les directions zénithales.

Pour effectuer l'intégration angulaire, on a besoin de considérer une forme pour la fonction de phase $\Phi(\mu, \mu')$. Dans cet exemple, on considère une fonction de phase quelconque, dont le paramètre d'asymétrie est g .

Après intégration angulaire, on obtient les deux relations suivantes :

$$\frac{1}{1 - \omega_0} \frac{\partial q_r(\tau)}{\partial \tau} = 4\pi B(\tau) \quad (\text{C.5})$$

$$q_r(\tau) = -D \frac{\partial G(\tau)}{\partial \tau} \quad (\text{C.6})$$

L'obtention d'expressions pour $q_r(\tau)$ et $G(\tau)$ nécessite l'utilisation de conditions aux limites. Dans le cas de la méthode P_1 , ceci constitue le problème de Milne. Dans le cas général des méthodes P_n , on peut utiliser les conditions aux limites de Marshak (cf. [73]).

Avec $D = \frac{1}{3(1-\omega_0)g}$ appelé fort injustement "coefficent de diffusion" (car il est sans unité, alors que l'unité d'un coefficient de diffusion est le $m^2 s^{-1}$), à cause de l'équation C.6 qui peut être assimilée à une équation de diffusion du rayonnement. L'annexe D présente une discussion sur la valeur de ce coefficient.

On voit que les conditions aux limites doivent être exprimées pour les moments du champ de luminance $G(\tau)$ et $q_r(\tau)$, et non pas pour le champ de luminance $L(\tau, \mu)$ lui-même.

Annexe D

La méthode S_0

La méthode S_0 s'applique seulement dans le cas d'une configuration plan-parallèle, qui convient bien au traitement des transferts radiatifs atmosphériques. Elle consiste à faire l'hypothèse que les grandeurs ascendantes et descendantes sont totalement découplées, c'est à dire que l'on peut écrire l'équation de transfert radiatif pour une direction ascendante et une direction descendante, le long de la coordonnée τ , épaisseur optique comptée positivement le long de la verticale descendante, $\tau \in [0, \tau_H]$. En exprimant ces deux équations en termes de flux ascendant $F^+(\tau)$ et de flux descendant $F^-(\tau)$, on obtient le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial F^+(\tau)}{\partial \tau} = \gamma_1 F^+(\tau) - \gamma_2 F^-(\tau) - (1 - \omega_0) B(\tau) \\ \frac{\partial F^-(\tau)}{\partial \tau} = \gamma_2 F^+(\tau) - \gamma_1 F^-(\tau) + (1 - \omega_0) B(\tau) \end{cases} \quad (\text{D.1})$$

Si on effectue la somme des deux équations du système D.1, on obtient :

$$q_r(\tau) = -D \frac{\partial G(\tau)}{\partial \tau} \quad (\text{D.2})$$

Où les fonctions $q_r(\tau)$ et $G(\tau)$ sont respectivement la densité surfacique de flux radiatif et la densité surfacique d'énergie définies annexe C. Le paramètre D , appelé coefficient de diffusion (également défini en annexe C) est obtenu par : $D = \frac{1}{2(\gamma_1 + \gamma_2)}$

Les coefficients γ_1 et γ_2 n'ont toujours pas été explicités. En fait, ils dépendent du schéma que l'on souhaite appliquer dans la méthode S_0 . Ils sont donnés ci-dessous pour deux schémas couramment utilisés. Dans les deux cas, la fonction de phase est supposée égale à $(1 + g)/4\pi$ sur l'hémisphère de diffusion avant, et à $(1 - g)/4\pi$ sur l'hémisphère de diffusion arrière, g étant le paramètre d'asymétrie de la fonction de phase (cf. paragraphe 4.6.2.2).

- Le schéma “hemispheric mean” : consiste à considérer que la luminance est isotrope par hémisphère. En d’autres termes :

$$\begin{cases} L^+(\tau, \mu) = L^+(\tau) \\ L^-(\tau, -\mu) = L^-(\tau) \end{cases} \quad (\text{D.3})$$

Cette hypothèse n'est pas entièrement dénuée de sens pour l'atmosphère terrestre. D'ailleurs, O.B. Toon l'a utilisée dans son algorithme [82]. Les coefficients γ_1 et γ_2 s'expriment alors :

$$\begin{cases} \gamma_1 = 2 - \omega_0(1 + g) \\ \gamma_2 = \omega_0(1 - g) \end{cases} \quad (\text{D.4})$$

Et on obtient $D = \frac{1}{4(1-\omega_0g)}$. On voit qu'en utilisant la méthode S_0 avec le schéma “hemispheric mean”, la valeur du coefficient de diffusion est différente de la valeur obtenue par la méthode P_1 .

- Le schéma d'Eddington. Il consiste à considérer une distribution du champ de luminance qui tient compte de la direction zénithale, à la différence du schéma “hemispheric mean”. On a $L(\tau, \mu) = L_0(\tau) + \mu L_1(\tau)$, ce qui revient à effectuer une décomposition du champ de luminance en harmoniques sphériques, tronquée à l'ordre 1 (cf. annexe C).

On a alors :

$$\begin{cases} \gamma_1 = \frac{1}{4}(7 - \omega_0(4 + 3g)) \\ \gamma_2 = -\frac{1}{4}(1 - \omega_0(4 - 3g)) \end{cases} \quad (\text{D.5})$$

On obtient, dans ce cas, $D = \frac{1}{3(1-\omega_0g)}$ qui est la valeur trouvée par la méthode P_1 . On voit qu'on arrive au même résultat en utilisant une autre méthode de résolution, mais avec les mêmes hypothèses.

En faisant l'hypothèse que la luminance noire évolue de façon linéaire entre le bas et le haut de la maille ($B(\tau) = B_0 + B_1\tau$), la solution générale du système D.1 est donnée par :

$$\begin{cases} F^+(\tau) = k_1 \exp(\lambda\tau) + \Gamma k_2 \exp(-\lambda\tau) + C^+(\tau) \\ F^-(\tau) = \Gamma k_1 \exp(\lambda\tau) + k_2 \exp(-\lambda\tau) + C^-(\tau) \end{cases} \quad (\text{D.6})$$

Avec :

$$\begin{cases} C^+(\tau) = 2\pi\mu_1 \left[B_0 + B_1 \left(\tau + \frac{1}{\gamma_1 + \gamma_2} \right) \right] \\ C^-(\tau) = 2\pi\mu_1 \left[B_0 + B_1 \left(\tau - \frac{1}{\gamma_1 + \gamma_2} \right) \right] \end{cases} \quad (\text{D.7})$$

D'autre part, les divers paramètres de cette solution sont :

$$\begin{cases} k_1 = \frac{\alpha - C^+(\tau_H) - \Gamma \left(\beta - C^-(0) \right) \exp(-\lambda\tau_H)}{\exp(\lambda\tau_H) - \Gamma^2 \exp(-\lambda\tau_H)} \\ k_2 = \beta - C^-(0) - \Gamma k_1 \end{cases} \quad (\text{D.8})$$

On a du reste $\lambda = \sqrt{\gamma_1^2 - \gamma_2^2}$, $\Gamma = \frac{\gamma_1 - \lambda}{\gamma_2}$ et $\mu_1 = \frac{1 - \omega_0}{\gamma_1 - \gamma_2}$. Les valeurs de k_1 et k_2 données par les relations du système D.8 sont exprimées pour le cas où les parois sont noires. Les conditions aux limites en flux sont données par : $\alpha = F^+(\tau_H)$ et $\beta = F^-(0)$. Dans le cas d'une atmosphère homogène comprise entre deux plans parallèles infinis noirs, on peut par exemple choisir, pour un calcul infrarouge : $\alpha = \pi B(\text{sol})$ et $\beta = 0$.

Les conditions aux limites pour des parois parfaitement réfléchissantes de façon spéculaire s'expriment de la façon suivante :

$$\begin{cases} F^+(\tau_H) = F^-(\tau_H) \\ F^+(0) = F^-(0) \end{cases} \quad (\text{D.9})$$

Ce qui se traduit, par les valeurs suivantes des coefficients k_1 et k_2 :

$$\begin{cases} k_1 = \frac{\left(C^+(0) - C^-(0) \right) \exp(-\lambda\tau_H) + C^-(\tau_H) - C^+(\tau_H)}{\left(1 - \Gamma \right) \left[\exp(\lambda\tau_H) - \exp(-\lambda\tau_H) \right]} \\ k_2 = k_1 + \frac{C^+(0) - C^-(0)}{1 - \Gamma} \end{cases} \quad (\text{D.10})$$

Dans le cas, le plus général possible, où les parois (sol pour la paroi du bas, espace pour la paroi du haut) sont des parois grises avec des émissivités ϵ_{sol} et ϵ_{esp} , les conditions aux limites en flux s'expriment :

$$\begin{cases} F^+(\tau_H) = \epsilon_{sol}\alpha + (1 - \epsilon_{sol})F^-(\tau_H) \\ F^+(0) = \epsilon_{esp}\beta + (1 - \epsilon_{esp})F^+(0) \end{cases} \quad (\text{D.11})$$

Avec $\alpha = \pi B_{sol}$ et $\beta = \pi B_{esp}$.

Les coefficients k_1 et k_2 sont, dans ce cas là, donnés par les relations suivantes :

$$k_1 = \frac{C^-(0) - \epsilon_{esp}\beta - C^+(0)(1 - \epsilon_{esp})}{\Gamma(1 - \epsilon_{esp}) - 1} \exp(-\lambda\tau_H)(1 - \epsilon_{sol} - \Gamma) + \epsilon_{sol} + (1 - \epsilon_{sol})C^-(\tau_H) - C^+(\tau_H)$$

$$k_2 = \frac{\exp(\lambda\tau_H) \left[1 - \Gamma(1 - \epsilon_{sol}) \right] - \frac{(1 - \epsilon_{sol} - \Gamma)(\Gamma - 1 + \epsilon_{esp})}{\Gamma(1 - \epsilon_{esp}) - 1} \exp(-\lambda\tau_H)}{\Gamma(1 - \epsilon_{esp}) - 1} \quad (\text{D.12})$$

$$\quad (\text{D.13})$$

Annexe E

Comparaison des résultats du modèle atmosphérique et du code de Toon

E.1 Algorithme de Toon

L'algorithme de Toon basique est basé sur une méthode à deux flux (cf. chapitre 3 et annexe D) avec hypothèse de luminance isotrope par hémisphère (hémispheric mean). Les flux ascendants et descendants à chaque altitude du maillage de la colonne atmosphérique doivent être calculés en même temps. Une technique d'inversion matricielle est classiquement utilisée pour résoudre le système d'équations couplées. Tandis que Shettle et Weinman [72] et Wiscombe [86] ont directement inversé la matrice, Toon [82] a réorganisé les équations du système pour obtenir une matrice tridiagonale, moins coûteuse à inverser numériquement.

Un des inconvénients d'une méthode S_0 appliquée au transfert radiatif atmosphérique est son manque de précision dans certains cas [47]. Pour remédier à ce problème, Toon a utilisé une technique dite "source function" (comme l'a fait plus tard Fu [32]), qui consiste à réinjecter le champ de luminance obtenu par la méthode S_0 dans le terme source de l'équation de transfert radiatif, résolue sur un certain nombre de directions zénithales, les intégrales étant approximées par des quadratures de Gauss.

Dans la comparaison suivante entre les résultats fournis par le code atmosphérique de Monte-Carlo et l'algorithme de Toon, les résultats fournis par ce dernier seront obtenus à l'aide de la technique "source function".

E.2 Cas tests pour validation en ciel nuageux

Afin de comparer les résultats fournis par le modèle atmosphérique proposé et l'algorithme de Toon, deux profils atmosphériques ont été utilisés : un profil d'hiver aux moyennes latitudes (MLS) et un profil d'hiver en région sub-arctique (SAW). Pour les deux profils, quatre configurations nuageuses ont été retenues :

- Nuage bas
- Nuage moyen
- Nuage haut
- Tous nuages présents (bas, moyen et haut)

Le nuage bas est un nuage d'eau dont l'épaisseur optique totale dans le visible est de 60, qui s'étend entre 1.0 et 2.0 km d'altitude en profil MLS, et de 0.5 à 1.5 km d'altitude pour le profil SAW. Il est caractérisé par un contenu en eau liquide (LWC) de 0.22 g.m^{-3} et les gouttes d'eau qui le composent ont une distribution de taille dont le rayon effectif est $r_e = 5.89 \mu\text{m}$). Le nuage moyen est un nuage d'eau dont l'épaisseur optique totale visible est de 72, qui s'étend de 4.0 à 5.0 km en profil MLS, et de 2.0 à 3.0 km pour le profil SAW, avec un LWC de 0.28 g.m^{-3} et un rayon effectif $r_e = 6.20 \mu\text{m}$). Le nuage haut est un nuage de glace avec une épaisseur optique totale visible de 0,80 qui s'étend de 10 à 12 km en MLS, et de 6 à 8 km en SAW, avec un contenu en glace (IWC) de 0.0048 g.m^{-3} et une distribution de taille de cristaux dont le diamètre effectif est $D_e = 41.5 \mu\text{m}$).

E.3 Comparaison des résultats.

Les figures suivantes (Fig. E.1 et Fig. E.2) présentent les taux de chauffage atmosphérique obtenus à l'aide du modèle atmosphérique de Monte-Carlo et de l'algorithme de Toon, pour les configurations nuageuses précédemment présentées. Tous les calculs réalisés à l'aide du modèle atmosphérique basé sur la méthode de Monte-Carlo ont été effectués à l'aide de 10^6 événements aléatoires par maille.

On peut constater que les résultats fournis par les deux modèles sont du même ordre de grandeur pour toutes les configurations. Dans la majorité des cas, on ne peut souvent pas faire la distinction entre les deux résultats : on ne peut notamment pas voir si les deux résultats sont égaux à l'incertitude statistique de Monte-Carlo près, sauf dans le cas des nuages hauts (Fig. E.1(c) et Fig. E.2(c)) où les deux profils de résultats sont nettement différents. Du reste, l'incertitude statistique a une valeur souvent trop faible pour être lue sur ces figures. Les figures E.1 et E.2 permettent donc de constater que les résultats fournis

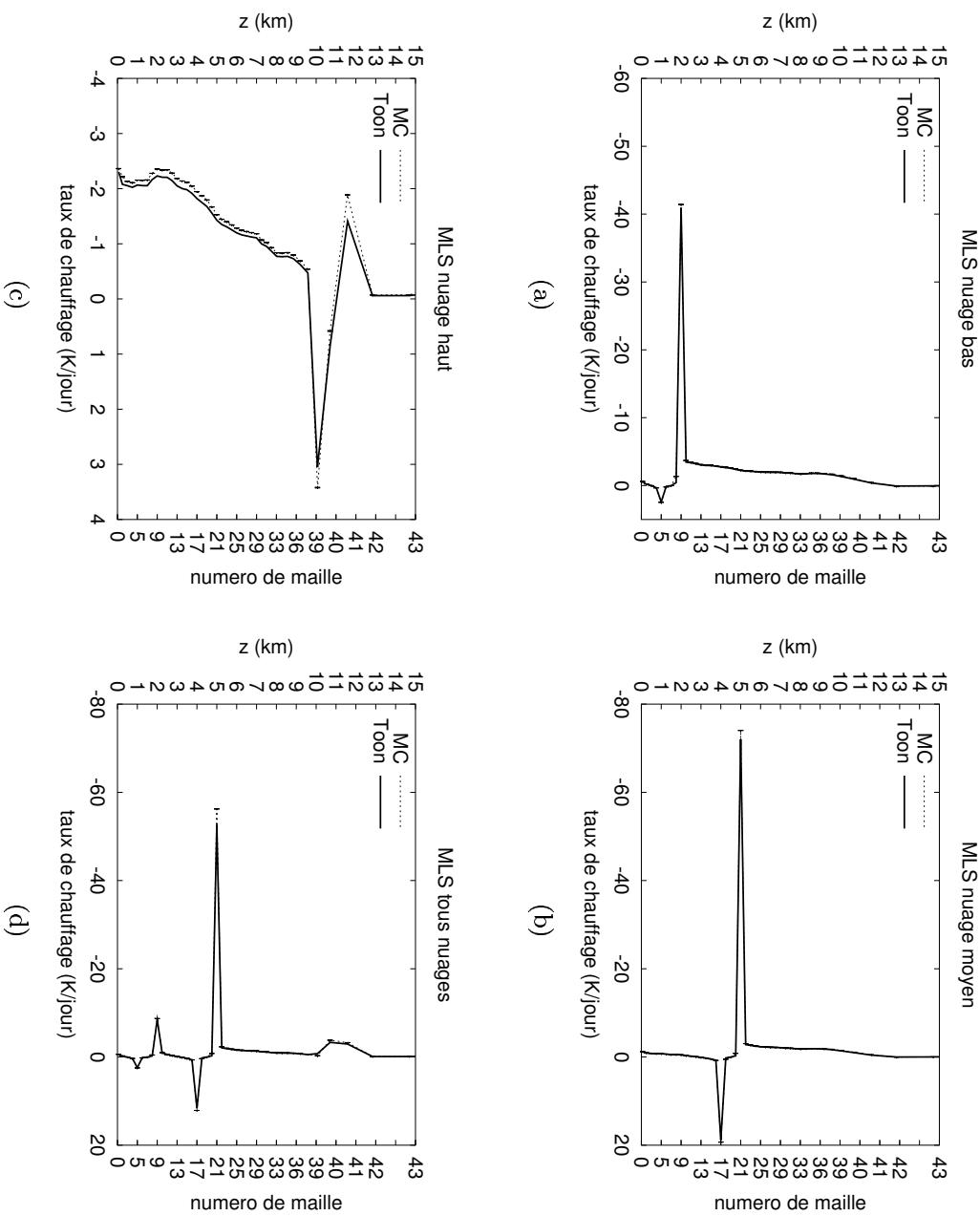


FIG. E.1: (a) : résultats par code de Monte-Carlo et algorithme de Toon avec technique “source fonction” pour une configuration MLS, nuage bas ; (b) : idem, configuration MLS, nuage moyen ; (c) : idem, configuration MLS, nuage haut ; (d) : idem, configuration MLS, tous nuages.

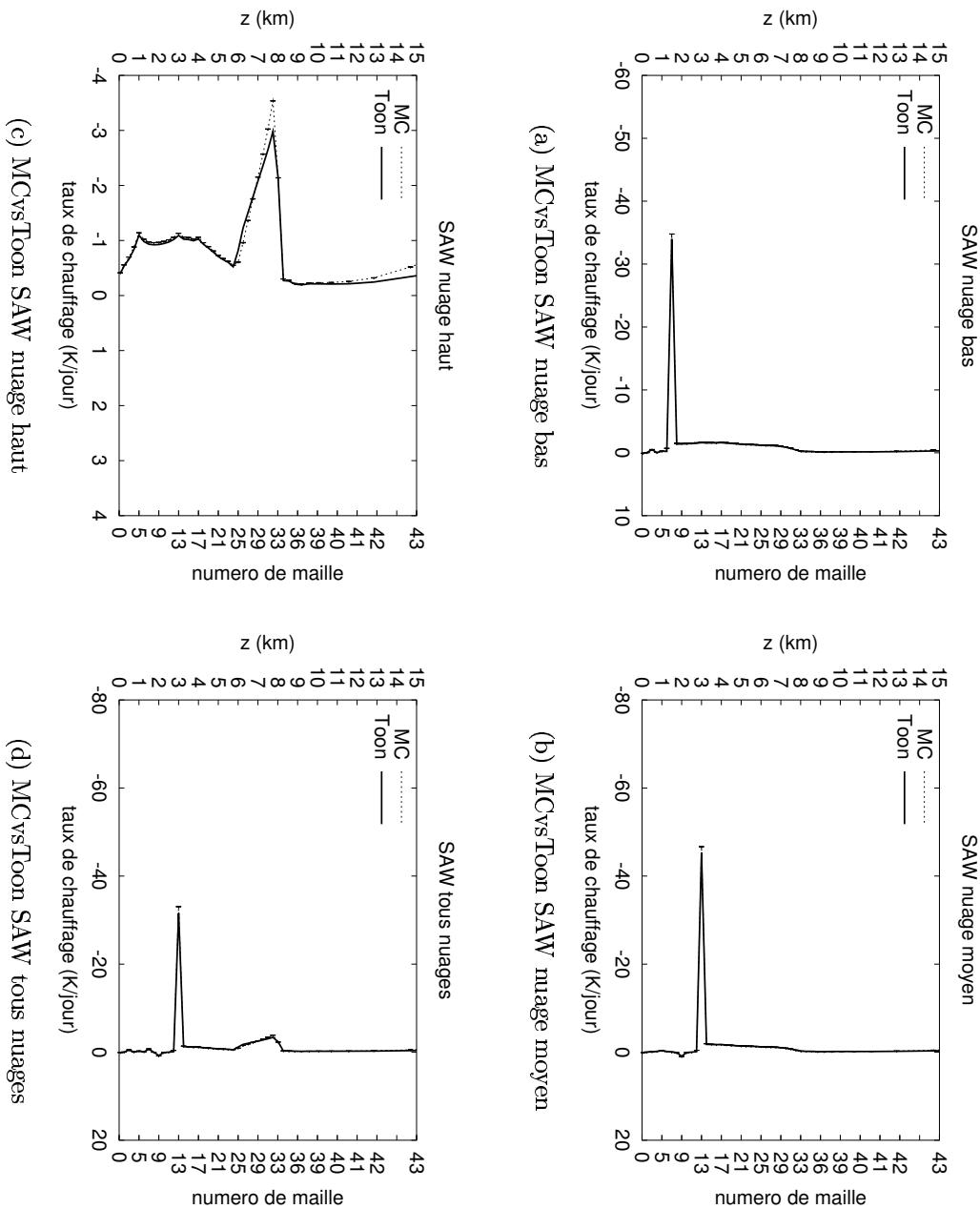


FIG. E.2: (a) : résultats par code de Monte-Carlo et algorithme de Toon avec technique “source function” pour une configuration SAW, nuage bas ; (b) : idem, configuration SAW, nuage moyen ; (c) : idem, configuration SAW, nuage haut ; (d) : idem, configuration SAW, tous nuages.

par les deux modèles suivent la même tendance, sans préciser quelle est la différence entre les résultats.

Les deux séries de figures suivantes (E.3 et E.4) représentent donc la différence entre les résultats fournis par les deux modèles, avec une incertitude qui correspond à l'erreur statistique sur la valeur calculée par le modèle de Monte-Carlo.

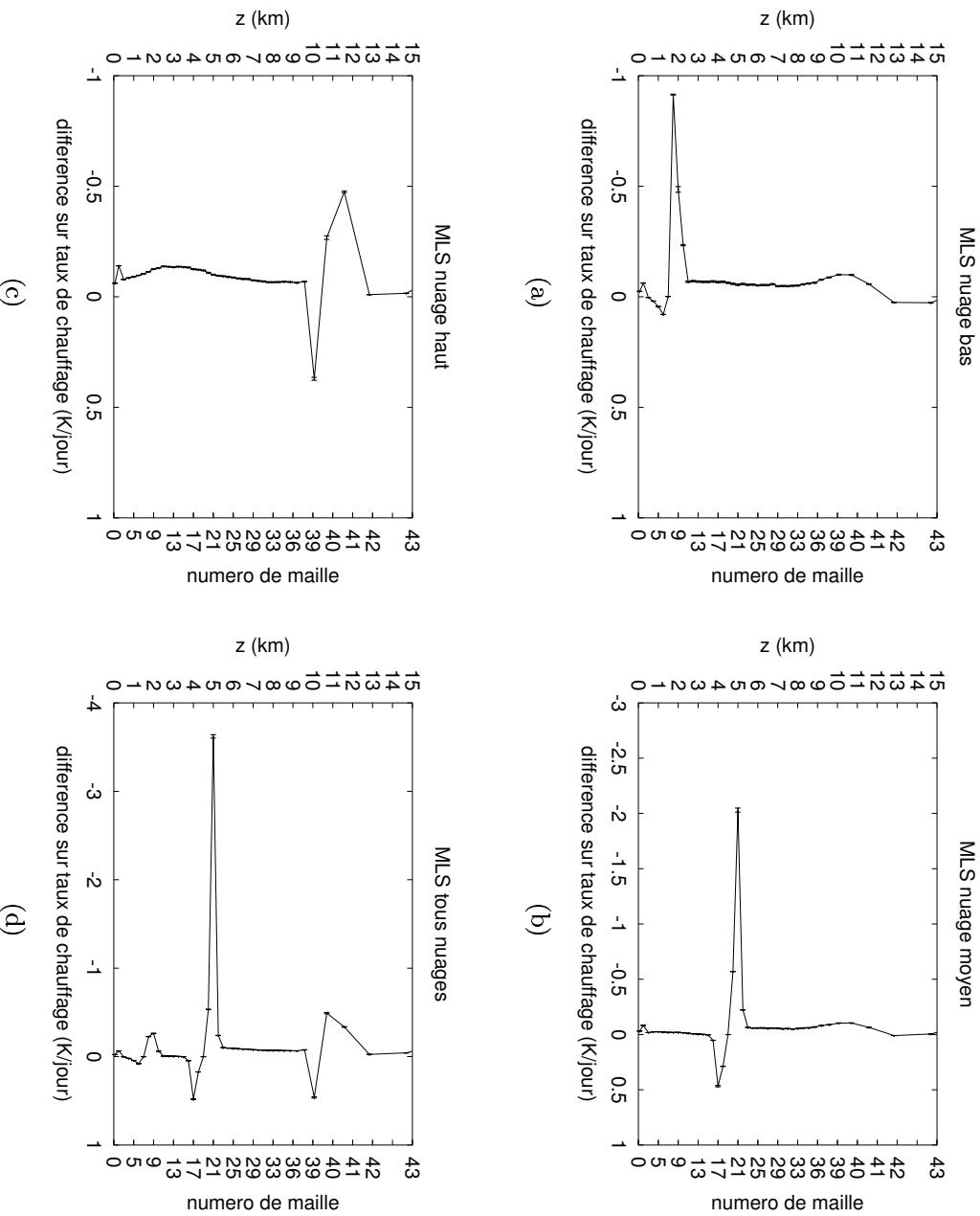


FIG. E.3: (a) : Différence en $K/jour$ entre les résultats du code de Monte-Carlo et algorithme de Toon avec technique “source function” pour une configuration MLS, nuage bas ; (b) : idem, configuration MLS, nuage moyen ; (c) : idem, configuration MLS, nuage haut ; (d) : idem, configuration MLS, tous nuages.

On peut voir sur les figures E.3 et E.4 que les résultats donnés par les deux modèles peuvent avoir jusqu'à environ $4 K/jour$ de différence. Dans Fu et al. [32], le taux de chauffage

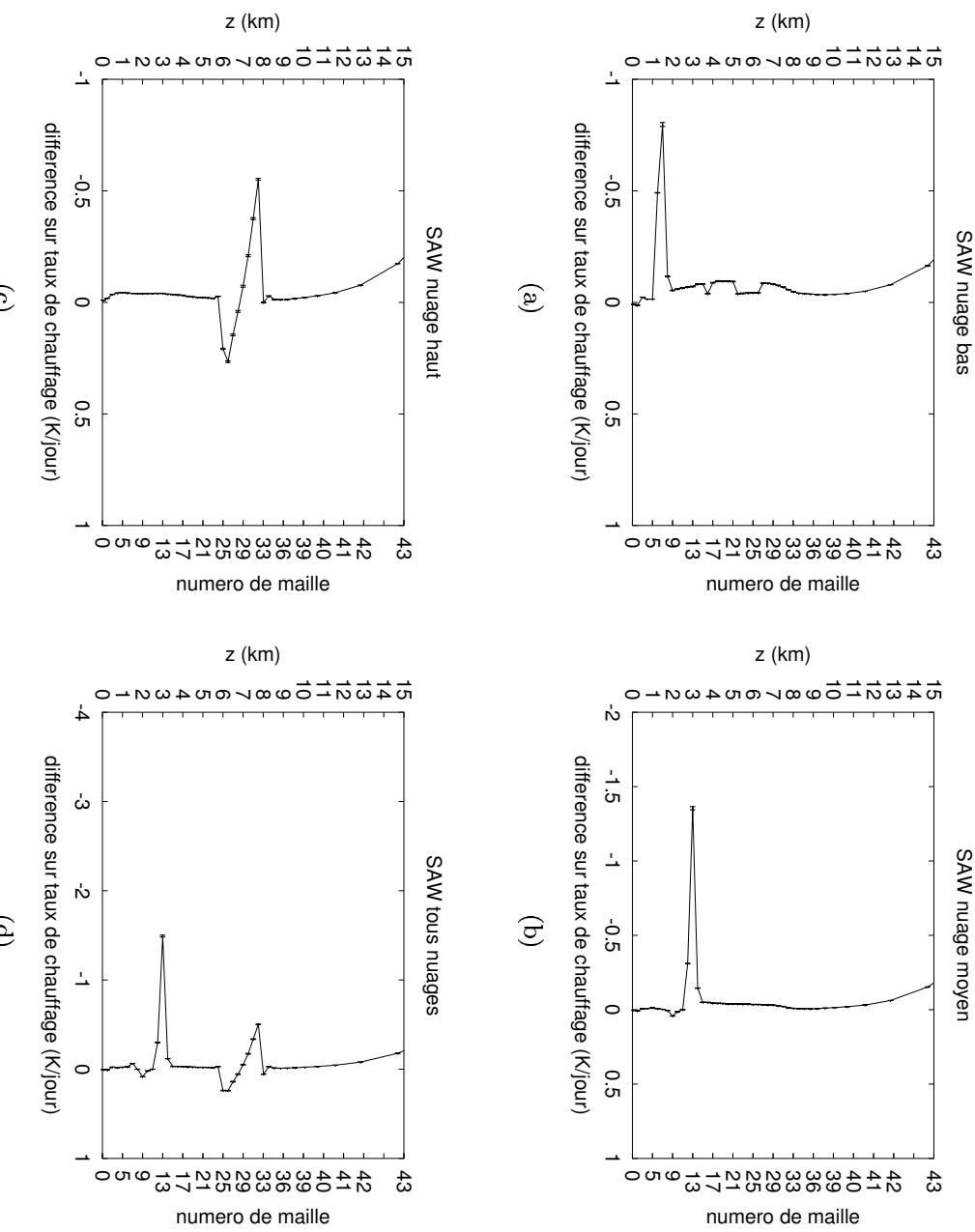


FIG. E.4: (a) : Différence en $K/jour$ entre les résultats du code de Monte-Carlo et algorithme de Toon avec technique “source function” pour une configuration SAW, nuage bas; (b) : idem, configuration SAW, nuage moyen ; (c) : idem, configuration SAW, nuage haut ; (d) : idem, configuration SAW, tous nuages.

atmosphérique est calculé pour les mêmes configurations, par une méthode de référence (D128S) et par diverses autres méthodes numériques, dont une méthode D2S, correspondant à l'algorithme de Toon. Les erreurs maximales trouvées pour la méthode D2S sont également de l'ordre de $4\text{ }K/jour$.

Table des figures

2.1	Émission d'un train d'onde	25
2.2	Définition de la luminance	27
2.3	Définition de l'intensité	28
2.4	Section efficace d'absorption	30
2.5	Établissement de l'ETR	33
2.6	Superposition de deux raies spectrales	36
2.7	Absorption par une colonne de gaz	36
2.8	Spectre du CO_2 sur une bande large	38
2.9	Spectre du CO_2 sur une bande étroite	39
2.10	Spectre de k_a pour deux altitudes	44
3.1	Pression dans l'atmosphère terrestre	51
3.2	Profil de température typique	51
3.3	Épaisseur optique moyenne de l'atmosphère terrestre	53
3.4	Concentration en eau dans l'atmosphère terrestre	54
3.5	Concentration en ozone dans l'atmosphère terrestre	56
3.6	Coefficient d'extinction totale de nuages	58
3.7	Albédo de diffusion simple de nuages	58
3.8	Facteur d'asymétrie de nuages	59
3.9	Principe du "doubling"	66

3.10 Principe du “adding”	67
4.1 Tirages aléatoires dans le premier quadrant	75
4.2 Représentation d'une intégrale A	79
4.3 Fonction inhomogène	80
4.4 Distribution des poids	84
4.5 Discretization of a semi-transparent medium	92
4.6 Boundary-based reformulation of net exchange rates	96
4.7 N for $\omega = 0.01$	101
4.8 Same as Fig. 4.7, except that $\omega = 0.50$	102
4.9 Same as Fig. 4.7, except that $\omega = 0.90$	102
4.10 Same as Fig. 4.7, except that $\omega = 0.9999$	103
4.11 $N < N_s >$ for $\tau_H = 10$	104
4.12 $N < N_s >$ for $\tau_H = 100$	104
4.13 $\operatorname{div}(q_r)$ computed with $\omega = 0.01$	108
4.14 Same as Fig. 4.13 with $\omega = 0.5$	109
4.15 Same as Fig. 4.13 with $\omega = 0.9$	110
4.16 Parabolic black intensity	113
4.17 Couche isotherme, diffusion arrière	120
4.18 Transmission et réflexion pour $\tau_H = 0,1$	121
4.19 Transmission et réflexion pour $\tau_H = 1,0$	122
4.20 Transmission et réflexion pour $\tau_H = 10$	122
4.21 3D diffusion isotrope pour $\tau_H = 0.1$	124
4.22 3D diffusion isotrope pour $\tau_H = 1$	124
4.23 3D diffusion isotrope pour $\tau_H = 10$	125
4.24 Milieu diffusant de façon isotrope	126

4.25	Maillage GCM d'une atmosphère planétaire	128
4.26	Configuration atmosphérique	129
4.27	Comportement aux fortes épaisseurs optiques	131
4.28	$p(k)$ vs $ \Psi_k / \sum_{k=1}^{Nb} \Psi_k $	137
5.1	Profils de $T(z)$ pour MLS et SAW	148
5.2	Taux de chauffage MLS ciel clair	149
5.3	Taux de chauffage SAW ciel clair	149
5.4	Bilan radiatif MLS ciel clair	152
5.5	Bilan radiatif SAW ciel clair	153
5.6	PNE et taux de chauffage MLS et SAW nuage bas	156
5.7	PNE et taux de chauffage MLS et SAW nuage moyen	157
5.8	PNE et taux de chauffage MLS et SAW nuage haut	158
5.9	PNE et taux de chauffage MLS et SAW tous nuages	159
5.10	Bilan radiatif MLS nuage bas	162
5.11	Bilan radiatif MLS nuage moyen	163
5.12	Bilan radiatif MLS nuage haut	164
5.13	Bilan radiatif MLS tous nuages	165
5.14	Bilan radiatif SAW nuage bas	166
5.15	Bilan radiatif SAW nuage moyen	167
5.16	Bilan radiatif SAW nuage haut	168
5.17	Bilan radiatif SAW tous nuages	169
5.18	Effets de la diffusion sur les taux de chauffage et la matrice des PNE MLS nuage bas	172
5.19	Effets de la diffusion sur les taux de chauffage et la matrice des PNE MLS nuage moyen	173
5.20	Effets de la diffusion sur les taux de chauffage et la matrice des PNE MLS nuage haut	173

5.21	Effets de la diffusion sur les taux de chauffage et la matrice des PNE MLS tous nuages	174
5.22	Effets de la diffusion sur les taux de chauffage et la matrice des PNE SAW nuage bas	174
5.23	Effets de la diffusion sur les taux de chauffage et la matrice des PNE SAW nuage moyen	175
5.24	Effets de la diffusion sur les taux de chauffage et la matrice des PNE SAW nuage haut	175
5.25	Effets de la diffusion sur les taux de chauffage et la matrice des PNE SAW tous nuages	176
5.26	Effets de la diffusion sur le bilan radiatif MLS nuage bas	179
5.27	Effets de la diffusion sur le bilan radiatif MLS nuage moyen	180
5.28	Effets de la diffusion sur le bilan radiatif MLS nuage haut	181
5.29	Effets de la diffusion sur le bilan radiatif MLS tous nuages	182
5.30	Effets de la diffusion sur le bilan radiatif SAW nuage bas	183
5.31	Effets de la diffusion sur le bilan radiatif SAW nuage moyen	184
5.32	Effets de la diffusion sur le bilan radiatif SAW nuage haut	185
5.33	Effets de la diffusion sur le bilan radiatif SAW tous nuages	186
A.1	Configuration plan-parallèle	200
A.2	1D 1 maille $B(z)$ constant	203
A.3	1D 2 mailles, $B(z)$ constant	204
A.4	3D, $B(z)$ linéaire	205
A.5	3D $B(z)$ parabolique	208
A.6	3D atmosphérique	211
E.1	Monte-Carlo vs Toon pour profil MLS	223
E.2	Monte-Carlo vs Toon pour profil SAW	224

E.3	Différence entre résultats du code de Monte-Carlo et de l'algorithme de Toon pour profil MLS	225
E.4	Différence entre résultats du code de Monte-Carlo et de l'algorithme de Toon pour profil SAW	226

Liste des tableaux

4.1	Valeurs de m , σ_m et σ_M obtenues pour différentes valeurs de N , le nombre de réalisations aléatoires.	78
4.2	Valeurs de m , σ_m et σ_M obtenues pour différentes valeurs de N , par les méthodes de Monte-Carlo : #1 : avec tirage aléatoire uniforme entre a et b ; #2 : avec optimisation du tirage aléatoire.	84
4.3	Valeurs de T et \mathcal{R} de référence et calculées par l'algorithme de Monte-Carlo	126
4.4	Altitudes de haut des mailles utilisées pour la discréétisation verticale d'une colonne atmosphérique GCM.	143
4.5	Correspondance entre numéros de bandes étroites et fréquences (et nombre d'onde) de centres de bandes étroites.	144
5.1	$F^+(H)$ et $F^-(0)$ configurations nuageuses	161
5.2	Effets de la diffusion sur le bilan radiatif total du sol	171
5.3	Effets de la diffusion sur le bilan radiatif total de l'espace	171

Bibliographie

- [1] W. Aspray. *John Von Neuman and the origins of modern computing*. M.I.T. Press, Cambridge, M.A., 1990.
- [2] B.R. Barkstrom. An efficient algorithm for choosing scattering directions in monte-carlo work with arbitrary phase functions. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 53, n1 :23–38, 1995.
- [3] M.J. Berger and J. Doggett. Reflection and transmission of gamma radiation by barriers: semianalytic monte carlo calculation. *J. Res. Net. Bur. Stand.*, 56 :89–98, 1956.
- [4] S. Blanco and R. Fournier. An invariance property of diffusive random walks. *Europhysics Letter*, 61 (2) :168–173, 2003.
- [5] C.F. Bohren and D.R. Huffman. *Absorption and scattering of light by small particles*. Wiley, New York, 1983.
- [6] M.A. Bullock and D.H. Grinspoon. The recent evolution of climate on venus. *Icarus*, 150 :19–37, 2001.
- [7] K.M. Case and P.F. Zweifel. *Linear Transport Theory*. Addison-Wesley Publishing Company, 1967.
- [8] S. Chandrasekhar. *Radiative Transfer*. Oxford University Press, London, 1960.
- [9] M. Cherkaoui, J. L. Dufresne, R. Fournier, and J. Y. Grandpeix. Radiative net exchange formulation within 1d gaz enclosures with reflective surfaces. *ASME Journal of Heat Transfer*, 120 :275–278, 1998.
- [10] M. Cherkaoui, J. L. Dufresne, R. Fournier, J. Y. Grandpeix, and A. Lahellec. Monte-carlo simulation of radiation in gases with a narrow-band model and a net-exchange formulation. *ASME Journal of Heat Transfer*, 118 :401–407, 1996.
- [11] S.A. Clough and M.J. Iacono. Line-by-line calculation of atmospheric fluxes and cooling rates. 2-application to carbon dioxide, ozone, methane, nitrous oxide and the halocarbons. *Journal of Geophysical Research*, 100 D8 :16519–16535, 1995.

- [12] D. Crisp. Radiative forcing of the venus mesosphere. *Icarus*, 67 :484–514, 1986.
- [13] A. De Lataillade. *Modélisation détaillée des transferts radiatifs et couplage avec la cinétique chimique dans des systèmes en combustion*. PhD thesis, Thèse de l'Université Paul Sabatier, 2001.
- [14] A. De Lataillade, S. Blanco, Y. Clergent, J. L. Dufresne, M. El Hafi, and R. Fournier. Monte-carlo method and sensitivity estimations. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 75 :529–538, 2002.
- [15] A. De Lataillade, J. L. Dufresne, M. El Hafi, V. Eymet, and R. Fournier. A net exchange monte carlo approach to radiation in optically thick systems. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 74 :563–584, 2002.
- [16] G.A. Domoto. Frequency integration for radiative transfer problems involving homogeneous non-gray gases : the inverse transmission function. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 14 :935–942, 1973.
- [17] O. Dubovik, B.N. Holben, T. Lapyonok, A. Sinyuk, M.I. Mishchenko, P. Yang, and I. Slutsker. Non-spherical aerosol retrieval method employing light scattering by spheres. *Geophysical Research Letters*, 29 :54–58, 2002.
- [18] J. L. Dufresne, R. Fournier, and J. Y. Grandpeix. Méthode de monte-carlo par échanges pour le calcul des bilans radiatifs au sein d'une cavité 2d remplie de gaz. *Compte-rendu de l'Académie des Sciences, Paris*, 326 Série II b :33–38, 1998.
- [19] J.-L. Dufresne, R. Fournier, and J.-Y. Grandpeix. Inverse gaussian k-distributions. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 61 n4 :433–441, 1999.
- [20] J.L. Dufresne, C. Gautier, P. Ricchiazzi, and Y. Fouquart. Longwave scattering effects of mineral aerosols. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 59 :1959–1966, 2002.
- [21] J.L. Dufresne, C. Hourdin, R. Fournier, and F. Hourdin. Net exchange reformulation of radiative transfer in the co_2 $15\mu m$ band on mars. *To be submitted to Journal of Atmospheric Sciences*.
- [22] J.M. Edwards and S. Slingo. Studies with a flexible new radiation code. 1 : choosing a configuration for a large-scale model. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 122 :689–719, 1996.
- [23] V. Eymet, S. Blanco, R. Fournier, and J.L. Dufresne. Longwave radiative exchange analysis of cloudy atmospheres with a net exchange formulation . In *EGS-AGU-EUG, joint Assembly*, Nice, France, 06-11 April 2003.
- [24] V. Eymet, S. Blanco, R. Fournier, and J.L. Dufresne. A monte carlo method to develop radiative transfer parametrizations for terrestrial gcm. In *Proceedings of Eurotherm*

- 73 on Computational Thermal Radiation in Participating Media, pages 139–148, Mons, Belgium, 15-17 April 2003.
- [25] V. Eymet, A.M. Brasil, M. El Haf, T.M. Farias, and P.J. Coelho. Numerical investigation of the effect of soot aggregation on the radiative properties in the infrared region and radiative heat transfer. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 74 :697–718, 2002.
- [26] V. Eymet, R. Fournier, S. Blanco, and J.L. Dufresne. A boundary based net exchange monte carlo method for absorbing and scattering thick medium. *submitted to Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2003.
- [27] W. Feller. *An introduction to probability theory and its applications, 2nd edition*, volume 1. John Wiley and Sons, New York, 1966.
- [28] F. Forget, F. Hourdin, and O. Talagrand. Co2 snowfall on mars : simulation with a general circulation model. *Icarus*, 131 :302–316, 1998.
- [29] Y. Fouquart and B. Bonnel. Computations of solar heating of the earth's atmosphere : a new parameterization. *Contributions to Atmospheric Physics*, 53, n1 :35–62, 1980.
- [30] Y. Fouquart, J. Buriez, M. Herman, and R. Kandel. A climate-modelling perspective. *Rev. Geo-phys.*, 28 :145–166, 1990.
- [31] R. Fournier. *Rayonnement thermique dans les gaz : analyse du couplage avec la convection naturelle*. PhD thesis, Thèse de l'Université Paul Sabatier, 1994.
- [32] Q. Fu, K.N. Liou, M.C. Cribb, T.P. Charlock, and A. Grossman. Multiple scattering parameterization in thermal infrared radiative transfer. *Journal of Atmospheric Sciences*, 54 :2799–2812, 1997.
- [33] R.M. Goody and Y.L. Yung. *Atmospheric radiation : Theoretical Basis*. Oxford University Press, Incorporated, 1995.
- [34] J. S. A. Green. Division of radiative streams into internal transfer and cooling to space. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 93 :371–372, 1967.
- [35] J.M. Hammersley and D.C. Handscomb. *Monte-Carlo methods*. John Wiley, New York, 1964.
- [36] L. Henyey and J. Greenstein. Diffuse radiation in the galaxy. *Astrophys. Journal*, 93 :70–83, 1941.
- [37] H.C. Hottel and A.F. Sarofim. *Radiative Transfer*. Mc Graw Hill, New York, 1967.
- [38] F. Hourdin. *Etude et simulation numérique de la circulation générale des atmosphères planétaires*. PhD thesis, Thèse de l'Université Paris 7, 1992.

- [39] F. Hourdin, P. Le Van, F. Forget, and O. Talagrand. Meteorological variability and the annual surface pressure cycle on mars. *Journal of Atmospheric Sciences*, 50 n21 :3625–3640, 1993.
- [40] F. Hourdin, O. Talagrand, R. Sadourny, R. Courtin, D. Gautier, and C.P. McKay. General circulation of the atmosphere of titan. *Icarus*, 117 :358–374, 1995.
- [41] J.R. Howell. Application of monte carlo to heat transfer problems. *Advances in Heat Transfer*, 5 :1–54, 1969.
- [42] J.R. Howell. The monte-carlo method in radiative heat transfer. *Journal of Heat Transfer*, 120 :547–560, 1998.
- [43] N. Jacquinet-Husson, E. Arié, J. Ballard, A. Barbe, L.R. Brown, B. Bonnet, C. Camy-Peyret, J.P. Champion, A. Chédin, A. Chursin, C. Clerbaux, G. Duxbury, J.M. Flaud, N. Fourrié, A. Fayt, G. Graner, R. Gamache, A. Goldman, V. Golovko, G. Guelachvili, J.M. Hartmann, J.C. Hilico, G. Lefèvre, O.V. Naumenko, V. Nemchinov, D.A. Newham, A. Nikitin, J. Orphal, A. Perrin, D.C. Reutter, L. Rosenmann, L.S. Rothman, N.A. Scott, J. Selby, L.N. Sinitsa, J.M. Sirota, A.M. Smith, K.M. Smith, V.G. Tyuterev, R.H. Tipping, S. Urban, P. Vanarasi, , and M. Weber. The 1997 spectroscopic geisa databank. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 62 :205–254, 1999.
- [44] A. A. Lacis and J. E. Hansen. Description of the correlated-k distribution method for modeling nongray gasious absorption, thermal emission, and multiple scattering in vertically inhomogeneous atmospheres. *Journal of Geophysical Research*, 96 :9027–9063, 1991.
- [45] D.H. Lehmer. Mathematical methods in large-scale computing units. In M.A. Harvard University Press, Cambridge, editor, *Proceedings of the 2nd Symposium on large-scale digital calculating machinery*, pages 141–146, Cambridge, M.A., 1951.
- [46] S.R. Lewis, M. Collins, P.L. Read, F. Forget, F. Hourdin, R. Fournier, C. Hourdin, O. Talagrand, and J.P. Huot. A climate database for mars. *Journal of Geophysical Research*, 104 nE10 :24177–24194, 1999.
- [47] J. Li and Q. Fu. Absorption approximation with scattering effect for infrared radiation. *Journal of Atmospheric Sciences*, 57 :2905–2914, 2000.
- [48] C.C. Lii and M.N.. Özisik. Hemispherical reflectivity and transmittivity of an absorbing, isotropically scattering slab with a reflecting boundary. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 16 :685–690, 1973.
- [49] K-N Liou. Influence of cirrus clouds on weather and climate processes : a global perspective. *Monthly Weather Review*, 114(6) :1167–99, jun 1986.

- [50] W. Malkmus. Random lorentz band model with exponential-tailed s^{-1} line-intensity distribution function. *Journal of Optical Society of America*, 57 n3 :323–329, 1967.
- [51] G. Marsaglia. A current view of random number generators. In Elsevier, editor, *Computer science and statistics : 16th symposium on the interface*, 1985.
- [52] G. Marsaglia, A. Zaman, and W.W. Tsang. Towards a universal random number generator. *Florida State University technical report FSU-SCRI-87-50*, 1987.
- [53] W.R. Martin and G.C. Pomraning. Monte carlo analysis of the backscattering of radiation from a sphere to a plane. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 43 - 2 :115–126, 1990.
- [54] R.A. Mc Clatchey, R.W. Fenn, J.E.A. Selby, F.E. Voltz, and J.S. Garing. Optical properties of the atmosphere. *Air Force Cambridge Res. Lab. Tech. Rep. AFCLR-71-0279*, 1971.
- [55] N. Metropolis, A.W. Rosenbluth, M.N. Rosenbluth, A.H. Teller, and E. Teller. Equation of state calculations by fast computing machines. *J. Chem. Phys.*, 21 :1087–1092, 1953.
- [56] M.I. Mishchenko, A.A. Lacis, B.E. Carlson, and L.D. Travis. Nonsphericity of dust-like tropospheric aerosols : Implications for aerosol remote sensing and climate modeling. *Geophysical Research Letters*, 22, No. 9 :1077–1080, 1995.
- [57] M.I. Mishchenko, L.D. Travis, R.A. Kahn, and R.A. West. Modeling phase functions for dustlike tropospheric aerosols using a shape mixture of randomly oriented polydisperse spheroids. *Journal of Geophysical Research*, 102, No. D14 :16831–16848, 1997.
- [58] M.F. Modest. *Radiative Heat Transfer*. Mc Graw-Hill International Editions, 1993.
- [59] J.J. Morcette. *Sur la paramétrisation du rayonnement dans les modèles de la circulation générale atmosphérique*. PhD thesis, Thèse de docotorat, Université des sciences et techniques de Lille, 1984.
- [60] F. Nebeker. *Calculating the weather : meteorology in the 20th century*. Academic Press, New York, 1995.
- [61] D.M. O'Brien, L.J. Rikus, A.C. Dilley, and M. Edwards. Spectral analysis of infrared heating in clouds computed with two-stream radiation codes. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 57, n6 :725–737, 1997.
- [62] P. Perez. *Algorithmes de synthèse d'images et propriétés spectrales des gaz de combustion : méthode de Monte-Carlo pour la simulation des transferts radiatifs dans les procédés à haute température*. PhD thesis, Thèse de l'INPT, 2003.
- [63] I.C. Prentice, G.D. Farquhar, M.J.R. Fasham, M.L. Goulden, M. Heimann, V.J. Jaramillo, H.S. Kheshgi, R.J. Le Quéré, C. nad Scholes, and Wallace D.W.R. *The Carbon*

- Cycle and Atmospheric Carbon Dioxide. In Climate change 2001 : The Scientific Basis. Contribution of Working Group I to the Third Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change.* Cambridge University Press, 2001.
- [64] W.H. Press, B.P. Flannery, S.A. Teukolsky, and W.T. Vetterling. *Numerical recipes in fortran : the art of scientific computing.* Cambridge University Press, New York, 1992 (second edition).
- [65] W.H. Press and S.A. Teukolsky. Portable random number generators. *Computational Physics*, 6 :521, 1992.
- [66] P. Ricchiazzi, S. Yang, C. Gautier, and D. Sowle. Sbdart : a research and teaching software tool for plane-parrallel radiative transfer in the earth's atmosphere. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 57 :725–737, 1998.
- [67] L.W. Richardson. *Weather prediction by numerical process.* Cambridge University Press, Cambridge, 1922.
- [68] B. Ritter and J.F. Geleyn. A comprehensive radiation scheme for numerical weather prediction models with potential applications in climate simulations. *Monthly Weather Review*, 120 :303–324, 1992.
- [69] L.S. Rothman, A. Barbe, D.C. Benner, I.R. Brown, C. Camy-Peyret, M.R. Carleer, K. Chance, C. Clerbaux, V. Dana, V.M. Devi, A. Fayt, J.-M. Flaud, R.R. Gamache, A. Goldman, D. Jacquemart, K.W. Jucks, W.J. Lafferty, J.-Y. Mandin, S.T. Massie, V. Nemtchinov, D.A. Newnham, A. Perrin, C.P. Rinsland, J. Schroeder, K.M. Smith, M.A.H. Smith, K. Tang, R.A. Toth, Vander J., Auwera, P. Varanasi, and K. Yoshino. The hitran molecular spectroscopic database : Edition of 2000 including updates of 2001. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 82 :1–4, 2003.
- [70] M.L Salby. *Fundamentals of Atmospheric Physics.* Academic Press, Inc., 1996.
- [71] N.A. Scott and A. Chedin. A fast line-by-line method for atmospheric absorption computations : The automatized atmospheric absorption atlas. *Journal of applied meteorology*, 20 :556–564, 1981.
- [72] E.P. Shettle and J.A. Weinman. The transfer of solar irradiance through inhomogeneous turbid atmospheres evaluated by eddington's approximation. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 27 :1048–1055, 1970.
- [73] R. Siegel and J.R. Howell. *Thermal Radiation Heat Transfer (third edition).* Taylor and Francis-Hemisphere, Washington, 1992.
- [74] G.L. Stephens. The parametrization of radiation for numerical weather prediction and climate models. *Monthly Weather Review*, 112 :826–867, 1984.

- [75] G.L. Stephens, P.M. Gabriel, and P.T. Partain. Parameterization of atmospheric radiative transfer. part 1 : validity of simple models. *Journal of Atmospheric Sciences*, pages 3391–3409, 2001.
- [76] J. Taine and A. Soufiani. Gas ir radiative properties : from spectroscopic data to approximate models. *Advances in Heat Transfer*, 33 :295–414, 1999.
- [77] E.E. Takara and R.G. Ellingson. Broken cloud field longwave-scattering effects. *Journal of Atmospheric Sciences*, 57 :1298–1310, 2000.
- [78] L. Tessé. *Modélisation des transferts radiatifs dans les flammes turbulentes par une méthode de Monte-Carlo*. PhD thesis, Thèse de l'Ecole Centrale Paris, 2001.
- [79] L. Tessé, F. Dupoirieux, B. Zamuner, and J. Taine. Radiative transfer in real gases using reciprocal and forward monte carlo methods and a correlated-k approach. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 3, issue 13 :2797–2814, 2002.
- [80] G.E. Thomas and K. Stamnes. *Radiative Transfer in the atmosphere and Ocean*. Cambridge University Press, 1999.
- [81] G. Tobie, F. Forget, and F. Lott. Numerical simulation of the winter polar wave clouds observed by mars global surveyor mars orbiter laser altimeter. *Submitted to Icarus*, 2003.
- [82] O.B. Toon, C.P. Mc Kay, and T.P. Ackerman. Rapid calculation of radiative heating rates and photodissociation rates in inhomogeneous multiple scattering atmospheres. *Journal of Geophysical Research*, 94 :16,287–16,301, 1989.
- [83] B. Tournier, R. Armante, and N.A. Scott. Stransac-93 et 4a-93 : développement et validation des nouvelles version des codes de transfert radiatif pour application au projet iasi. *Internal Rep. LMD/CNRS, Ecole Polytechnique, PALAISEAU, France*, 201, 1995.
- [84] H.C. Van de Hulst. *Light scattering by small particles*. Dover Publications, 1982.
- [85] D.V. Walters and R.O. Buckius. Rigorous development for radiation. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 35-12 :3323–3333, 1992.
- [86] W. J. Wiscombe. The delta-eddington approximation for a vertically inhomogeneous atmosphere. *Tech. Note TN-121 + STR, Nat. Cent. for Atmos. Res., Boulder, Colorado*, 1977.
- [87] W. J. Wiscombe. Improved mie scattering algorithms. *Applied Optics*, 19 :1505–1509, 1980.
- [88] S.R. Yang, P. Ricchiazzi, and C. Gautier. Modified correlated k-distribution methods for remote sensing applications. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, V64(N6) :585–608, 2000.

-
- [89] X. Zhu. An improved voigt line approximation for the calculation of equivalent width and transmission. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 39 :421–427, 1988.
 - [90] M.N. Özisik and C.E. Siewart. On the normal-mode expansion technique for radiative transfer in a scattering, absorbing and emitting slab with specularly reflecting boundaries. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 12 :611–620, 1969.